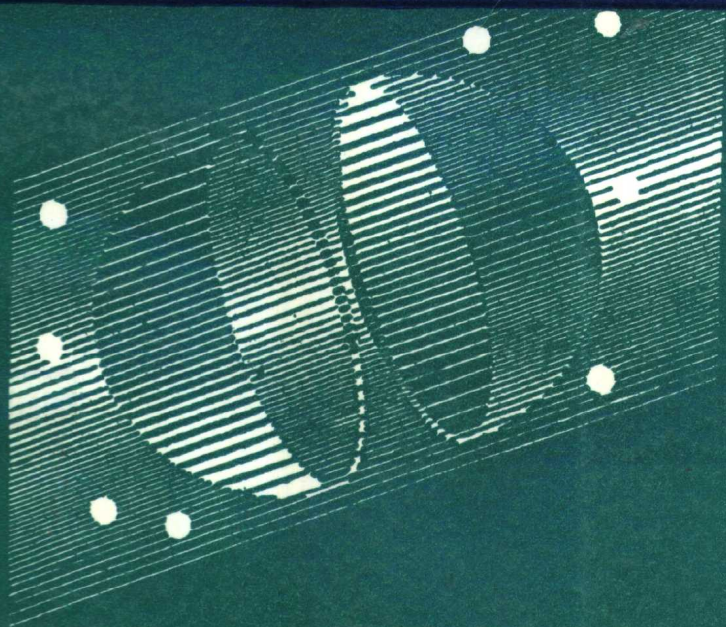


原子物理学 习题集

张永恩 于玉兰 编著



河南大学出版社

原子物理学习题集

张永恩 于玉兰

河南大学出版社

(豫)新登字 09 号

原子物理学习题集

张永恩 于玉兰

责任编辑 赵林

河南大学出版社出版

(开封市明伦街 85 号)

河南省新华书店发行

中国科学院开封印刷厂印刷

开本:850×1168 毫米 1/32 印张:10.5 字数:264 千字

1993 年 10 月第 1 版 1993 年 10 月第 1 次印刷

印数:1—1000

定价:8.00 元

ISBN7-81018-864-X/O·52

前 言

原子物理学是高等学校一门重要的基础课,是从经典物理向近代物理的过渡课程.这门课程的教材,国内已出版了几种,如褚圣麟编的《原子物理学》,苟清泉编的《普通物理学》(原子物理部分),张永恩编著的《原子和原子核物理学》,杨福家著的《原子物理学》等.这些教材基本上满足了国内的教学需要.与课程相适应的习题集是从事原子物理教学的老师和广大学生,以及许多自学者所迫切需要的.

本书就是为了满足上述需要而编写的.书中除收入了符合原子物理课程基本要求的习题外,还收入部分稍深的习题.

在本书的每一章的开始,都给出了这一章的内容提要 and 典型题解,这些内容无疑会使读者加深对基本观念的理解,打开演做习题的思路.

编 者

1986. 10.

目 录

第一章 原子结构与玻尔理论	(1)
内容提要	(1)
典型题解	(3)
习题集	(13)
§ 1-1 卢瑟福散射	(13)
§ 1-2 氢原子的玻尔理论	(16)
§ 1-3 类氢离子和类氢原子	(19)
§ 1-4 夫兰克-赫芝实验	(21)
第二章 微观粒子的薛定谔理论	(23)
内容提要	(23)
典型题解	(26)
习题集	(50)
§ 2-1 光子	(50)
§ 2-2 光电效应	(51)
§ 2-3 康普顿效应	(53)
§ 2-4 电子对效应	(56)
§ 2-5 光子的吸收	(57)
§ 2-6 德布罗意波	(58)
§ 2-7 不确定关系	(62)
§ 2-8 布喇格公式	(65)
§ 2-9 薛定谔方程	(67)
第三章 氢原子的量子理论	(72)
内容提要	(72)
典型题解	(77)
习题集	(82)

§ 3-1	氢原子的薛定谔理论	(82)
§ 3-2	氢原子的角动量和磁矩	(86)
§ 3-3	史特恩—盖拉赫实验	(88)
§ 3-4	精细结构	(90)
第四章	多电子原子	(92)
内容提要		(92)
典型题解		(97)
习题集		(115)
§ 4-1	全同粒子波函数	(115)
§ 4-2	X 射线	(116)
§ 4-3	一个光学电子的原子结构	(119)
§ 4-4	多个光学电子的原子结构	(122)
§ 4-5	塞曼效应	(128)
§ 4-6	原子的磁性	(131)
第五章	分子结构和分子光谱	(133)
内容提要		(133)
典型题解		(138)
习题集		(155)
§ 5-1	分子的振动和转动	(155)
§ 5-2	分子光谱 光的组合散射	(157)
第六章	原子核的性质和结构	(160)
内容提要		(160)
典型题解		(163)
习题集		(174)
§ 6-1	核的半径 质量和结合能	(174)
§ 6-2	核的角动量 磁矩和电四极矩	(176)
§ 6-3	核的结构模型	(178)
第七章	不稳定核的衰变	(180)
内容提要		(180)
典型题解		(185)

习题集	(212)
§ 7-1 衰变定律	(212)
§ 7-2 γ 衰变	(217)
§ 7-3 α 衰变	(220)
§ 7-4 β 衰变	(222)
第八章 原子核反应	(225)
内容提要	(225)
典型题解	(229)
习题集	(249)
§ 8-1 核反应中的守恒定律	(249)
§ 8-2 核反应的截面和产额 核能级	(253)
§ 8-3 原子核的裂变 聚变 核能的利用	(258)
第九章 粒子	(263)
内容提要	(263)
典型题解	(269)
习题集	(275)
§ 9-1 粒子间的相互作用	(275)
§ 9-2 粒子的衰变	(277)
§ 9-3 粒子的性质	(279)
§ 9-4 粒子的结构模型	(281)
附录 I 习题答案	(283)
附录 II 有关物理常数和单位变换	(314)
附录 III 原子质量表	(316)

第一章 原子结构与玻尔理论

内 容 提 要

(一)原子的有核模型

1. 在卢瑟福散射中, 散射角 θ 与碰撞参数 b 之间的关系

$$\operatorname{ctg}(\theta/2) = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{mv_0^2}{2Ze^2} \cdot b \quad (1-1)$$

式中: m 为 α 粒子的质量; v_0 为 α 粒子的速度; Z 为原子核的电荷数. θ 随 b 的减小而增大.

2. 卢瑟福散射公式

$$d\sigma = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{mv_0^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4(\theta/2)} \quad (1-2)$$

式中: $d\sigma$ 称为微分散射截面, 它的意义是每个靶原子都存在一个有效截面 $d\sigma$, 凡是射到 $d\sigma$ 上的 α 粒子, 都散射到 θ 与 $\theta+d\theta$ 之间的立体角 $d\Omega$ 内.

3. 散射到 θ 与 $\theta+d\theta$ 之间, 距散射中心 r 处的单位面积上的 α 粒子数

$$dn = nNt \left(\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{T} \right)^2 \frac{1}{r^2 \sin^4(\theta/2)} \quad (1-3)$$

式中: N 为靶原子的数密度; t 为靶厚度; n 为入射的 α 粒子数; T 为 α 粒子的动能.

4. α 粒子可接近靶核的最小距离

$$r_{\min} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{mv_0^2} \left(1 + \frac{1}{\sin(\theta/2)} \right) \quad (1-4)$$

当散射角 $\theta=180^\circ$ 时的 $r_{\min}$ 为原子核的半径.

(二) 氢原子的玻尔理论

1. 玻尔假定: 第一, 只有当电子的角动量满足如下公式的电子轨道才是允许的

$$mvr = n\hbar \quad (1-5)$$

式中: $n=1, 2, 3, \dots$ 为主量子数; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$; r 为电子轨道半径. 第二, 当电子从能量高的轨道向能量低的轨道跃迁时, 放出光子的频率为

$$\nu = (E_{n+1} - E_n)/h \quad (1-6)$$

式中: E_{n+1} 和 E_n 分别为电子跃迁前后, 氢原子能级的能量.

2. 电子轨道半径及氢原子的总能量

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{n^2\hbar^2}{mZe^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1-7)$$

$$E_n = - \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m(Ze^2)^2}{2n^2\hbar^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1-8)$$

当 $n=1$ 时, $r_1 = a_0 = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{me^2} \cong 0.529$ 埃称为玻尔第一轨道半径. 它所对应的能量 $E_1 = - \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{me^4}{2\hbar^2} \cong -13.6$ 电子伏, 为氢原子基态的能量; 通常把基态的能量看为零, 各激发态的能量以它为

标准算起.

3. 氢原子光谱的波数公式

$$\tilde{\nu} = \frac{2\pi^2 m (Ze^2)^2}{(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^3 c} \left[\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right] = R_\infty \left[\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad (1-9)$$

式中: $n'=1, n=2, 3, 4, \dots$ 时得赖曼系(紫外区); $n'=2, n=3, 4, 5, \dots$ 时得巴耳末系(可见光区); $n'=3, n=4, 5, 6, \dots$ 时得帕邢系(红外区); $n'=4, n=5, 6, 7, \dots$ 得布喇开系(远红外区). $R_\infty = 1.0973731 \times 10^7 \text{ 米}^{-1}$ 为里得堡常数 ($R_H = 1.0967758 \times 10^7 \text{ 米}^{-1}$).

4. 在考虑到原子核的运动时, 里得堡常变为

$$R_A = \frac{2\pi^2 m e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^3 c} \frac{1}{1 + \frac{m}{M}} = R_\infty \cdot \frac{1}{1 + \frac{m}{M}} \quad (1-10)$$

式中: m 和 M 分别是电子质量和原子核的质量; R_∞ 为不考虑原子核运动时的里得堡常数.

5. 对于 $\text{He}^+ (Z=2), \text{Li}^{++} (Z=3)$ 等类氢离子, 在以上氢原子公式中, 只要选用适当的 Z 值, 都是成立的. 但是, 对于类氢原子, 由于介子的质量较重, 在以上公式中都必须应用介子与核的约化质量. 且介子的轨道要比电子的轨道小得多; 相应的基态能量要比氢原子低得多. 例如, μ^- 原子的约化质量 $\mu_\mu = 1.69499 \times 10^{-28} \text{ 千克}$, 基态能量为 -25.28 电子伏; π^- 原子的约化质量 $\mu_\pi = 2.16303 \times 10^{-28} \text{ 千克}$, 其基态的能量为 -32.26 电子伏.

典 型 题 解

1-1. 能量为 8.8 兆电子伏的 α 粒子入射到厚度为 2×10^{-5} 厘米的金箔上, 试计算散射到 $\theta \geq 90^\circ$ 角中的 α 粒子数占入射总数的

百分率(已知金的原子序数 $Z=79$, 原子量为 197, 金箔的密度为 1.93×10^4 千克/米³).

[解] 由公式(1-3), 散射角大于 90° 的 α 粒子数为

$$dn' = \int dn = nNt \int_{\pi/2}^{\pi} d\sigma$$

所以, 占总数的相对数为

$$\frac{dn'}{n} = Nt \int_{\pi/2}^{\pi} d\sigma = Nt\pi \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{T} \right)^2 \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)} d\theta$$

其中, 单位体积中金的原子数为

$$\begin{aligned} N &= \frac{\rho N_0}{A} \\ &= \frac{1.93 \times 10^4 \text{ 千克/米}^3 \times 6.02 \times 10^{23} \times 10^3 \text{ 个/千摩尔}}{197 \text{ 千克/千摩尔}} \\ &= 5.9 \times 10^{28} \text{ 个/米}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{T} \right)^2 &= \left(\frac{8.98 \times 10^9 \text{ 牛顿} \cdot \text{米}^2 / \text{库仑}^2 \times 79}{8.8 \times 10^6 \text{ 电子伏} \times 1.602} \right. \\ &\quad \left. \times \frac{(1.602 \times 10^{-19} \text{ 库仑})^2}{\times 10^{-19} \text{ 焦耳/电子伏}} \right)^2 \\ &= 1.69 \times 10^{-28} \text{ 米}^2. \end{aligned}$$

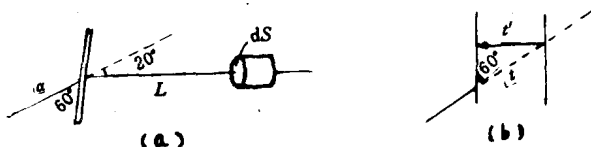
$$I = \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)} d\theta = 2 \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{d\sin(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)} = 1$$

将以上数值代入, 即得

$$\begin{aligned} \frac{dn'}{n} &= 5.9 \times 10^{28} \text{ 个/米}^3 \times 2 \times 10^{-7} \text{ 米} \times 1.69 \times 10^{-28} \text{ 米}^2 \\ &= 6.25 \times 10^{-4} \% \end{aligned}$$

1-2. 能量为 3.5 兆电子伏的细 α 粒子束射到单位面积上质量为 1.05×10^{-2} 千克/米² 的银箔上(见图 a), α 粒子与银箔表面成 60° 角. 在离 α 粒子入射方向成 $\theta = 20^\circ$ 的方向上, 离银箔散射区距

离 $L=0.12$ 米处放一窗口面积为 6.0×10^{-5} 米² 的计数器. 测得散射进此窗口的 α 粒子是全部入射 α 粒子的百万分之 29. 若已知银的原子量是 107.9, 试求银的核电荷数 Z .



例题 1-2 用图

[解] 设靶厚 t' , α 粒子在靶中通过的实际厚度为 $t = t' / \sin 60^\circ = 2t' / \sqrt{3}$. (见图 b). 探测器张的立体角 $d\Omega = dS / L^2$. 单位面积所遮盖的原子数 $Nt' = \eta / m_{Ag} = \eta (A_{Ag} / N_0)^{-1}$, 其中: N 为原子的体密度; η 是单位靶表面积所覆盖的总质量; m_{Ag} 为银原子的质量; A_{Ag} 为银的原子量; N_0 为阿伏加德罗常数. 那么由公式

$$\frac{dn}{n} = Nt \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{m v_0^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4(\theta/2)}$$

可求得

$$\begin{aligned} Z &= \left(\frac{dn}{n} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{A_{Ag}}{\eta N_0} \frac{(m v_0^2)^2 \sin^4(\theta/2)}{(1/4\pi\epsilon_0)^2 e^4 d\Omega} \right)^{1/2} \\ &= \frac{m v_0^2 \sin^2(\theta/2) \cdot L}{(1/4\pi\epsilon_0) \cdot e^2} \left[\frac{\sqrt{3} A_{Ag} \cdot \frac{dn}{n}}{2 N_0 \eta dS} \right]^{1/2} \\ &= \frac{2 \times 3.5 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \sin^2(10^\circ) \times 0.12}{9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2} \\ &\quad \times \left(\frac{\sqrt{3} \times 107.9 \times 29 \times 10^{-6}}{2 \times 6.02 \times 10^{23} \times 1.05 \times 10^{-2} \times 6.0 \times 10^{-5}} \right)^{1/2} \\ &= 47 \end{aligned}$$

1-3. 设 N 为单体积内的靶核数, t 为铀箔的厚度, πb^2 为一个靶核的有效面积. 假设 $Nt\pi b^2 = 0.1$, 若能量为 5.0×10^6 电子伏的

α 粒子在铀箔上散射时, 从角度 $\theta \cong 4^\circ$ 开始都可以满足卢瑟福散射公式. 试估计铀箔的质量厚度.

[解] 根据公式(1-1)

$$b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{m v_0^2} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}$$

则有

$$N t \pi b^2 = N t \pi \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{2Ze^2}{m v_0^2} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta}{2} \cong 0.1$$

其中: $N = N_0(\mu/\rho)^{-1} = N_0\rho/\mu$; μ 是铀的摩尔原子质量; ρ 是铀的质量密度, N_0 是阿伏加德罗常数. 由此

$$\frac{N_0 \rho t \pi (Ze^2)^2}{\mu E^2} \cdot \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta}{2} \cong 0.1$$

故有

$$\begin{aligned} \rho t &\cong \frac{0.1 \mu E^2 (4\pi\epsilon_0)^2}{N_0 \pi (Ze^2)^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \\ &= \frac{0.1 \times 238 \times (5 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19})^2}{6.02 \times 10^{23}} \rightarrow \\ &\quad \leftarrow \frac{\times (1/9 \times 10^9)^2}{\pi [92 \times (1.9 \times 10^{-19})^2]^2} \operatorname{tg}^2 2^\circ \\ &\cong 2.2 \text{ 毫克 / 厘米}^2 \end{aligned}$$

1-4. 强度为 5×10^3 个/秒, 能量为 3×10^6 电子伏的狭窄 α 粒子流垂直地射到厚度为 1 微米的金箔上, 试问经过 10 分钟在 59° 和 61° 之间的角度间隔内将记录多少个被散射的 α 粒子?

[解] 已知散射角在 $\theta - \theta + d\theta$ 之间 $d\Omega$ 立体角内的 α 粒子数为

$$\begin{aligned} dn &= n N t \cdot 4\pi \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{m v_0^2} \right)^2 \frac{\cos(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)} d\theta \\ &= 2\pi n N t \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{T} \right)^2 \frac{d\sin(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)} \end{aligned}$$

据此式,可计算出散射角在 $59^\circ-61^\circ$ 之间的 α 粒子数

$$\begin{aligned} n' &= \int_{59^\circ}^{61^\circ} dn = 2\pi n \frac{\rho N_0}{A} t \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{T} \right)^2 \int_{59^\circ}^{61^\circ} \frac{d\sin(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)} \\ &= 2\pi n t \cdot \frac{\rho N_0}{A} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Ze^2}{T} \right)^2 \left[-\frac{1}{2\sin^2(\theta/2)} \right]_{59^\circ}^{61^\circ} \end{aligned}$$

将 $N_0 = 6.02 \times 10^{23}$, $A = 197$, $\rho = 19.3 \times 10^3$ 千克/米³, $t = 10^{-6}$ 米, $n = 5 \times 10^3$ 个/秒, $Z = 76$, $T = 3 \times 10^6$ 电子伏 $= 3 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$ 焦耳及时间 $\tau = 600$ 秒代入上式,可计算出 $n' \cong 194$. 即可记录 194 个 α 粒子.

1-5. 镭放出的 α 粒子能量为 7.68 电子伏. 假定这些 α 粒子分别用金箔和铝箔散射. 试计算在这两种情况中, α 粒子最接近核的距离.

[解] 根据公式(1-4), 当 $\theta = 180^\circ$ 时, α 粒子最接近原子核, 这时(1-4)式变为

$$r_{\min} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{T}$$

其中: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9$ 牛顿·米²/库仑²; $T = 7.68 \times 10^6$ 电子伏;

金的原子序数 $Z = 79$, 铝的原子序数 $Z = 13$. 因此

$$\begin{aligned} r_{\min}(\text{Au}) &= \frac{2 \times 8.99 \times 10^9 (\text{牛顿} \cdot \text{米}^2 / \text{库仑}^2) \times 79}{7.68 \times 10^6 \text{ 电子伏} \times 1.6} \rightarrow \\ &\quad \leftarrow \frac{\times (1.6 \times 10^{-19} \text{ 库仑})^2}{\times 10^{-19} \text{ 焦耳} / \text{电子伏}} \\ &= 2.98 \times 10^{-14} \text{ 米} \\ r_{\min}(\text{Al}) &= \frac{2 \times 8.99 \times 10^9 (\text{牛顿} \cdot \text{米}^2 / \text{库仑}^2) \times 13}{7.68 \times 10^6 \text{ 电子伏} \times} \rightarrow \\ &\quad \leftarrow \frac{\times (1.6 \times 10^{-19} \text{ 库仑})^2}{1.6 \times 10^{-19} \text{ 焦耳} / \text{电子伏}} \\ &= 0.49 \times 10^{-14} \text{ 米}. \end{aligned}$$

1-6. 按照玻尔理论, 处于第一激发态的氢原子, 如果寿命是

10^{-8} 秒,其中电子将旋转多少圈?

[解] 电子绕原子核旋转,其向心力为原子核对电子的库仑引力,即

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}$$

此式与(1-5)式消去速度得电子轨道半径

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{n^2\hbar^2}{me^2}$$

在第一激发态 $n=2$,这时

$$r_2 = 4\pi\epsilon_0 \frac{4\hbar^2}{me^2} = 4a_0 = 4 \times 0.529 \text{ \AA} = 2.12 \times 10^{-10} \text{ 米}$$

倘若消去半径 r 则得电子的速度

$$v_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{n\hbar}$$

对于第一激发态, $n=2$,所以电子的速度为

$$v_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{2\hbar} = 1.10 \times 10^6 \text{ 米/秒}$$

那末,电子绕核转动的角速度为

$$\omega = \frac{v_2}{r_2} = 0.52 \times 10^{16} \text{ 弧度/秒}$$

则转的总圈数是

$$\begin{aligned} N &= \frac{\omega t}{2\pi} = \frac{(0.52 \times 10^{16} \text{ 弧度/秒})(10^{-8} \text{ 秒})}{6.28 \text{ 弧度/圈}} \\ &= 8.3 \times 10^6 \text{ 圈} \end{aligned}$$

1-7. 已知氢原子巴尔末第一条谱线(H_α 线)的波长为 6562.80 埃. 试计算氦原子的 H_α 线的波长.

[解] 氦原子与氢原子类似,它有一个电子;但不同的是它的核中有 2 个中子和一个质子. 因此 $Z=2$, $M_T=3M_H$. 而且,对 H_α 线, $n=3$, $n'=2$. 根据公式(1-9)和(1-10).

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ 和 } R = \frac{\mu}{m} R_{\infty} = \frac{R_{\infty}}{1 + (m/M)}$$

对于氢和氦分别有

$$\tilde{\nu}_H = \frac{1}{\lambda_H} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{R_{\infty}}{1 + (m/M_H)} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

$$\tilde{\nu}_T = \frac{1}{\lambda_T} = R_T \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{R_{\infty}}{1 + (m/M_T)} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

二者相除有

$$\frac{\lambda_T}{\lambda_H} = \frac{1 + (m/M_T)}{1 + (m/M_H)}$$

由于

$$\frac{m}{M_H} = \frac{1}{1837} \text{ 和 } \frac{m}{M_T} = \frac{m}{3M_H} = \frac{1}{5611}$$

则

$$\frac{\lambda_T}{\lambda_H} = \frac{1 + (1 + 1/5611)}{1 + (1/1837)} = \frac{5612}{5514}$$

所以氦原子的 H $_{\alpha}$ 线的波长为

$$\lambda_T = \frac{5612}{5514} \times \lambda_H = \frac{5612}{5514} \times 6562.80 \text{ 埃} = 6680.93 \text{ 埃}$$

1-8. 试问二次电离的锂离子(Li⁺)从第一激发态向基态跃迁时发出的光子,是否有可能使处于基态的一次电离的氦离子(He⁺)的电子电离掉?

[解] (Li⁺)从第一激发态向基态跃迁时发出光子的能量为

$$h\nu_{Li} = 9hcR_{Li} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{27}{4} R_{Li}$$

He⁺的电离能为

$$h\nu_{He} = 4hcR_{He} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right) = 4hcR_{He}$$

二者相比得

$$\frac{h\nu_{\text{Li}}}{h\nu_{\text{He}}} = \frac{27R_{\text{Li}}}{16R_{\text{He}}} = \frac{27}{16} \cdot \frac{1+m/M_{\text{He}}}{1+m/M_{\text{Li}}}$$

由于 $M_{\text{He}} < M_{\text{Li}}$, 所以有 $1+m/M_{\text{He}} > 1+m/M_{\text{Li}}$, 从而有

$$h\nu_{\text{Li}} > h\nu_{\text{He}}$$

由此知, Li^{++} 放出的光子可电离基态的 He^{+} 离子.

1-9. 电子与正电子绕其共同的质心转动而构成正电子素. (a) 如将这个系统视作正常的原子, 试将它放出的光谱线与氢原子的比较之. (b) 基态的正电子素的轨道半径是多少?

[解] (a) 正电子素原子的原子核是正电子, 其质量为 M , 电子的质量为 m , 因为二者相等, 则

$$\mu = \frac{mM}{m+M} = \frac{m^2}{2m} = \frac{m}{2}$$

相应的里得堡常数是

$$R = \frac{m}{m+M} \cdot R_{\infty} = \frac{R_{\infty}}{2}$$

因之, 正电子素原子的能量为

$$E_{\text{正电子素}} = -\frac{RhcZ^2}{n^2} = -\frac{R_{\infty}hcZ^2}{2n^2}$$

所发出谱线的波数为

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{R_{\infty}}{2} Z^2 \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

与氢原子发射谱线的波数公式相比可知, 正电子素原子谱线的波数是氢原子的一半; 而波长是氢原子的两倍.

(b) 将氢原子半径公式的 m 用 $\mu = m/2$ 代替, 可发现

$$r_{\text{正电子素}} = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{\mu Ze^2} = 2 \cdot \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{mZe^2} = 2r_{\text{氢原子}}$$

由此可知, 正电子素原子任何状态的电子半径是相同状态下氢原子(核无穷大)中电子半径的两倍.

1-10. μ 介子原子包含一个电荷为 Ze 的原子核和绕核运动的