OHM 大学参考教材系列

大学参考教材系列

电工数学

〔日〕卯本重郎 著

徐丽华 译

科学出版社
www.sciencep.com

OHM 大学参考教材系列

电工数学

〔日〕卯本重郎　著
徐丽华　译

科学出版社
北京

图字:01-2003-3485号

Original Japanese language edition
Gendai Kiso Denki Sugaku (Kaitei Zouhoban)
By Jyurou Umoto

Published by Ohmsha, Ltd.
This Chinese version published by Science Press, Beijing
Under license from Ohmsha, Ltd.

現代
基礎電気数学(改訂増補版)
卯本重郎　オーム社　2001

图书在版编目(CIP)数据

电工数学/(日)卯本重郎著;徐丽华译. —北京:科学出版社,2004
(OHM大学参考教材系列)
ISBN 7-03-011898-7

Ⅰ.电…　Ⅱ.①卯…　②徐…　Ⅲ.电工学:应用数学-高等学校-教材
Ⅳ.TM11

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第057881号

责任编辑　崔炳哲　　**责任制作**　魏　谨
责任印制　刘士平　　**封面设计**　李　力

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号　邮政编码:100717
http://www.sciencep.com
源海印刷有限责任公司 印刷
北京东方科龙图文有限公司 制作
http://www.okbook.com.cn
科学出版社发行　各地新华书店经销

2004年1月第　一　版　开本:A5(890×1240)
2004年1月第一次印刷　印张:14 3/4
印数:1—5 000　　　　字数:385 000

定　价:29.50　元
(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

修订说明

本书的初版是针对大学低年级、大专及高专学生通俗易懂地介绍基础电工数学知识的教科书。但由于其内容比较简单，所以要通过它学习大学高年级电工专业的知识还是不够的。因此，为了使低年级及高年级学生都能掌握和理解电工专业的知识，使之成为一本实用的教科书、参考书，或者习题集及查阅方便的手册，本次修订是在原有的1～9章基础上增加了10～14章内容，并对正交曲线坐标系与矢量、贝塞尔函数、勒让德函数、γ函数等特殊函数、偏微分方程式、复数函数，以及拉普拉斯变换和傅里叶解析进行了详细介绍。在增加的个章节中还有大量的例题及解答，并附有练习题，可以帮助读者加深理解。

本人才疏学浅，很多问题不能面面俱到，但本书基本上包含了大学、大专、高专的基础数学知识，因此，如果电工、电子、通信等专业的学生能够精通本书所介绍的数学知识的话，相信一定会对理解各自专业的知识大有裨益。

最后，对给予修订本书机会的欧姆社表示由衷的谢意。

著　者

前　　言

为了使大学低年级、大专，以及工业高等专科学校高年级学生更好地学习电子、电工、通信等专业知识，本书通俗易懂地介绍了基础电工数学知识。

本书将大家熟悉的初等代数公式，直线、椭圆等方程式，图形，面积等编入附录中，省略了其证明方法。本书依次介绍了三角函数、指数函数等初等超越函数，复数，矩阵和行列式，微分，积分，常微分方程式，拉普拉斯变换及矢量等。读者可以通过各种定理和公式的详细证明，以及例题的解答加深理解。对于学生而言，掌握数学和电工学之间的关系显得尤为重要。因此，本书中的例题和问题都选自电路和电磁学。另外，本书正文中以小字编排的部分为较深的内容，初学者可以略过。

书末列出了笔者在编写本书时参考的一些著作及其作者，在此对这些作者及其出版社表示感谢。

最后再次感谢为出版本书给予大力支持的欧姆社及各位同仁。

著　者

目 录

第 1 章 三角函数

1.1 平面角

1. 正角与负角

如图 1.1 所示，在直角坐标上取点 $P(x,y)$。半径 $\overline{0P}$ 逆时针旋转时，半径 $\overline{0P}$ 和 x 轴的夹角 $\theta=\angle x0P$ 为正角。相反地，$\overline{0P}$ 沿顺时针方向旋转时与 x 轴的夹角 $\theta=\angle x0P'$ 为负角。

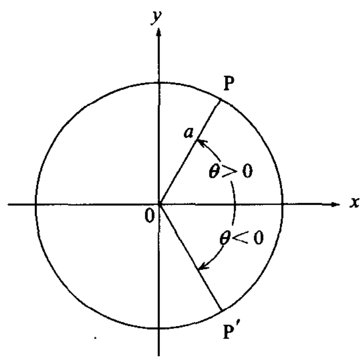

图 1.1

2. 角度单位

角度单位有如下两种定义方法：

(1) 60 等分法 作为角度单位，一般使用度(°)，分(′)，秒(″)的 60 进制法定义。

$$1 周=4 直角=360^\circ,1 直角=90^\circ,$$
$$1^\circ=60',\quad 1'=60'' \tag{1.1}$$

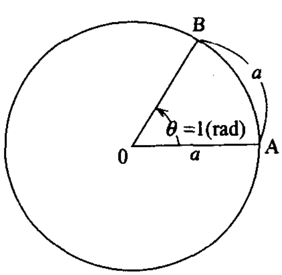

图 1.2

(2) 弧度法 如图 1.2 所示，在以半径为 a 的圆周上取弧 $\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{AB}=a$ 时，把对应于 $\overset{\frown}{AB}$ 的角度称为 1 弧度，记为 1rad。以 rad 作为角度单位的方法，叫做弧度法。且，在用弧

度表示角度的时候，其单位 rad 在多数情况下可以省略。

3. 60 等分法和弧度法之间的关系

图1.2中，对应于全圆周长 $2\pi a$ 的角度为 60 等分法中是 $360°$。于是，

$$1(\mathrm{rad}):360°=a:2\pi a$$

所以

$$360°=\frac{2\pi a}{a}\times 1(\mathrm{rad})=2\pi(\mathrm{rad}) \tag{1.2}$$

$$1(\mathrm{rad})=\frac{a}{2\pi a}\times 360°=\frac{180°}{\pi}=57°17'44.806\cdots'' \tag{1.3}$$

$$1°=\frac{2\pi}{360}(\mathrm{rad})=\frac{\pi}{180}(\mathrm{rad}) \tag{1.4}$$

表1.1中表示各种角度(°)与 rad 之间的关系。

表 1.1

度	1°	30°	45°	180°/π	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°	720°
rad	$\frac{\pi}{180}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	1	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	4π

4. 例　题

例题 1.1　请用弧度法表示下列的角度。

(1) $30°$　(2) $45°$　(3) $150°$　(4) $-270°$

解　(1) $30\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{6}$　(2) $\frac{\pi}{4}$　(3) $\frac{5\pi}{6}$　(4) $-\frac{3\pi}{2}$

例题 1.2　请用 60 等分法表示下列的角度。

(1) $\frac{\pi}{3}$　(2) $\frac{\pi}{2}$　(3) -3π　(4) 4π

解　(1) $\frac{\pi}{3}\times\frac{180°}{\pi}=60°$　(2) $90°$　(3) $-540°$　(4) $720°$

1.2 三角函数和正弦波交流

1. 三角函数的定义

图 1.3 中的点 P 的坐标为 (x, y)，$\overline{0P}=r>0$，当 $\angle Q0P=\theta$ 时[θ 的单位为度(°)或弧度(rad)]，角 θ 的三角函数定义如下：

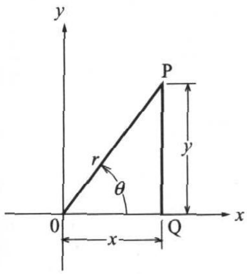

图 1.3

$$\left.\begin{aligned} &\text{正弦} \quad \sin\theta=\frac{\overline{QP}}{\overline{0P}}=\frac{y}{r} \\ &\text{余弦} \quad \cos\theta=\frac{\overline{0Q}}{\overline{0P}}=\frac{x}{r} \\ &\text{正切} \quad \tan\theta=\frac{\overline{QP}}{\overline{0Q}}=\frac{y}{x} \end{aligned}\right\} \tag{1.5a}$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{余割} \quad \operatorname{cosec}\theta=\frac{\overline{0P}}{\overline{QP}}=\frac{r}{y}=\frac{1}{\sin\theta} \\ &\text{正割} \quad \sec\theta=\frac{\overline{0P}}{\overline{0Q}}=\frac{r}{x}=\frac{1}{\cos\theta} \\ &\text{余切} \quad \cot\theta=\frac{\overline{0Q}}{\overline{QP}}=\frac{x}{y}=\frac{1}{\tan\theta} \end{aligned}\right\} \tag{1.5b}$$

2. 三角函数值的正负

直角坐标 (x, y) 的正与负，在第 1～4 象限中分别如图 1.4(a)～1.4(d)表示，三角函数值的正负在表 1.2 中列出。

表 1.2

象　限	第 1	第 2	第 3	第 4
θ \ 三角函数	$0°<\theta<90°$ $0<\theta<\pi/2$	$90°<\theta<180°$ $\pi/2<\theta<\pi$	$180°<\theta<270°$ $\pi<\theta<3\pi/2$	$270°<\theta<360°$ $3\pi/2<\theta<2\pi$
$\sin\theta$, $\operatorname{cosec}\theta$	+	+	−	−
$\cos\theta$, $\sec\theta$	+	−	−	+
$\tan\theta$, $\cot\theta$	+	−	+	−

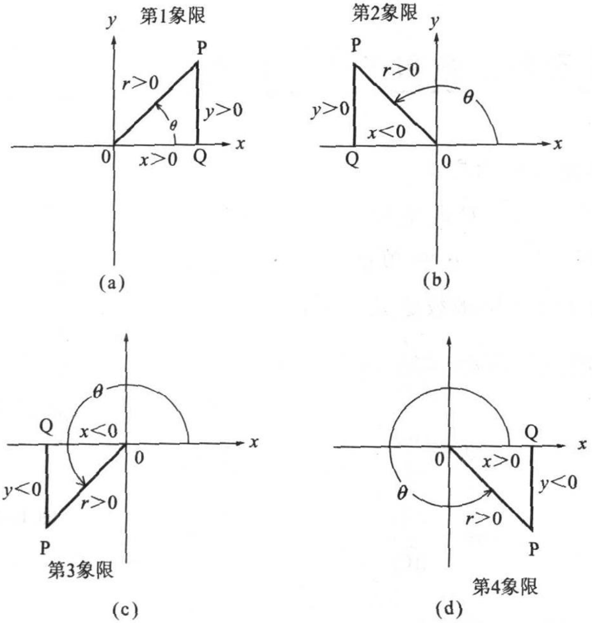

图 1.4

3. 三角函数值和曲线图形

表 1.3 中列出了对各种不同的角度 θ 值所对应的三角函数值 $\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$。对基于该表所描述的角 θ 的三角函数值 $\sin\theta$，$\cos\theta$，$\sec\theta$，$\tan\theta$ 和 $\cot\theta$ 的图形，如图 1.5(a)～1.5(c)表示，即

表 1.3

三角函数 \ θ	0°	30°	45°	60	90°	120°	135°	150°	180°	225°	270°	315°	360°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	1	∞	-1	0

$$\left.\begin{array}{l}-1\leqslant\sin\theta,\ \cos\theta\leqslant 1\\-\infty\leqslant\tan\theta,\ \cot\theta\leqslant\infty\\1\leqslant|\mathrm{cosec}\theta|,\ |\sec\theta|\leqslant\infty\end{array}\right\}\tag{1.6}$$

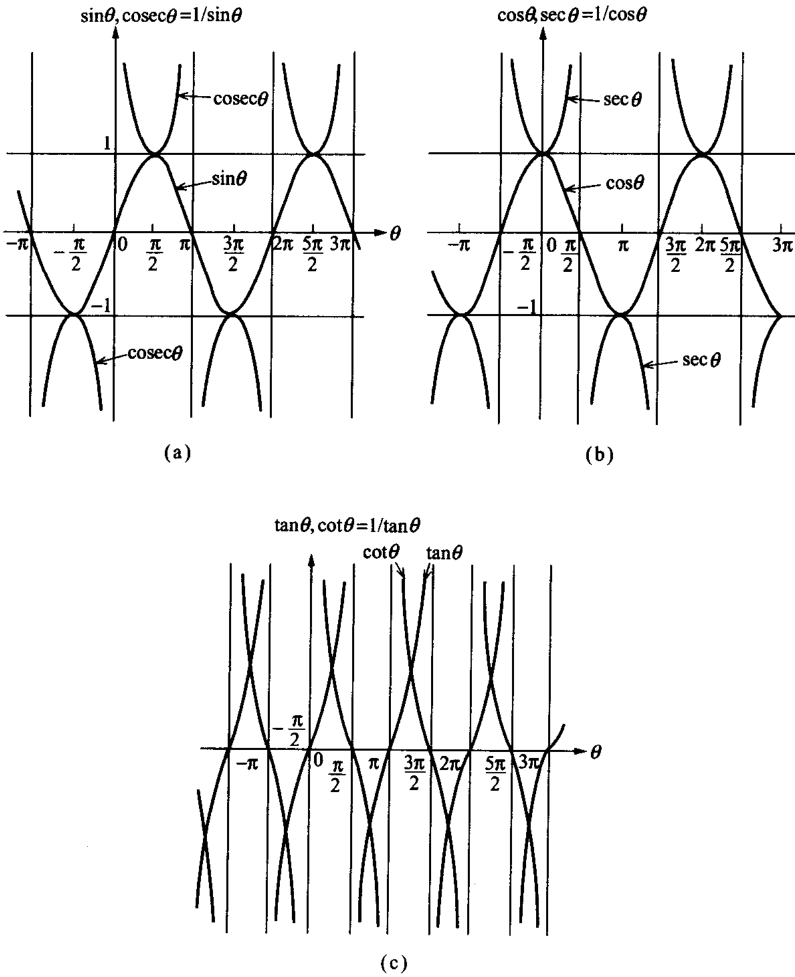

图 1.5

4. **周　期**

由图1.5(a)和1.5(b)可知，当θ值每隔360°(2π)变化时，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\operatorname{cosec}\theta$，$\sec\theta$所对应的函数值相同。由此可得

$$\left.\begin{aligned}\sin\theta&=\sin(\theta+2n\pi)\\ \cos\theta&=\cos(\theta+2n\pi)\end{aligned}\right\}\quad n=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{1.7a}$$

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{cosec}\theta&=\operatorname{cosec}(\theta+2n\pi)\\ \sec\theta&=\sec(\theta+2n\pi)\end{aligned}\right\}\quad n=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{1.7b}$$

另外，由图1.5(c)可见$\tan\theta$，$\cot\theta$每隔180°变化的值是相同的，即

$$\left.\begin{aligned}\tan\theta&=\tan(\theta+n\pi)\\ \cot\theta&=\cot(\theta+n\pi)\end{aligned}\right\}\quad n=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{1.8}$$

由上式可得$\tan\theta$，$\cot\theta$是以π为周期的周期函数。

5. **正弦波交流**

如图1.6所示，在均匀磁场内线圈C以一定角速度ω(弧度/秒：rad/s)旋转时，在$t=t$时间内，线圈从最初的位置XX′，旋转到$\theta=\omega t$的位置时，则C上被感应出正弦交流电压e为：

$$e=E\sin\omega t\quad(\mathrm{V}) \tag{1.9}$$

如图1.7所示，把电压e加到电阻R(欧[姆]，Ω)上时，则产生交流电流i，并流过电阻。

$$i=I\sin\omega t\quad(\mathrm{A}),\qquad I=\frac{E}{R} \tag{1.10}$$

在上述两式中，E和I分别是e和i的最大值或幅值，ω是相位角，且把现在这种情况下的e和i称为同相位的电压和电流。

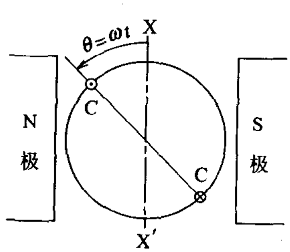

图1.6

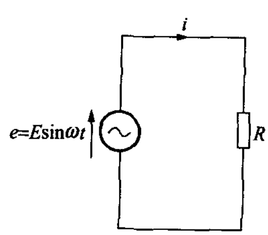

图1.7

下面，如图 1.8(a)和图 1.8(b)所示，把 e 和 i 的图形分别画在横轴为相位角 ωt 和时间 t 的两种坐标上。在图 1.8(b)中把 T(s)称为时间周期，或简单称为周期。由 $\omega t|_{t=T}=\omega T=2\pi$ 得

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{1}{f},\quad \omega=2\pi f \tag{1.11}$$

式中，f(赫[兹]，Hz)是频率。

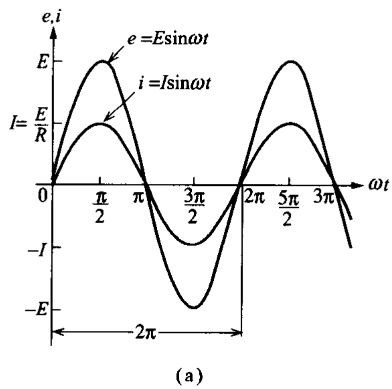

图 1.8

6. 例 题

例题 1.3 试求在表 1.3 中列出的各角 θ 的 $\sin\theta$, $\cos\theta$ 和 $\tan\theta$ 值。

解 读者可参照图 1.9 自行计算。

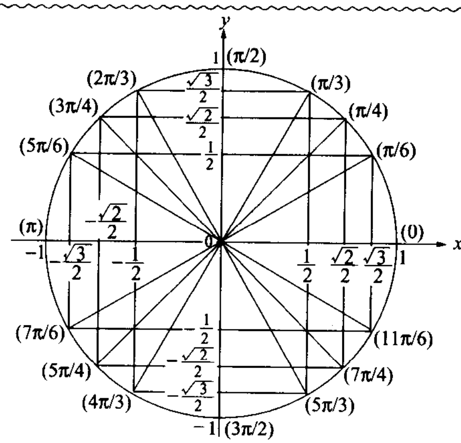

图 1.9