

OHM

大学参考教材系列

电工数学

〔日〕卯本重郎 著
徐丽华 译



科学出版社
www.sciencep.com

OHM 大学参考教材系列

电工数学

〔日〕卯本重郎 著

徐丽华 译

科学出版社

北 京

图字:01-2003-3485 号

Original Japanese language edition

Gendai Kiso Denki Sugaku (Kaitei Zouhoban)

By Jyurou Umoto

Copyright © 1990 by Jyurou Umoto

Published by Ohmsha, Ltd.

This Chinese version published by Science Press, Beijing

Under license from Ohmsha, Ltd.

Copyright © 2003

All rights reserved

現代

基礎電気数学 (改訂増補版)

卯本重郎 オーム社 2001

图书在版编目(CIP)数据

电工数学/(日)卯本重郎著;徐丽华译. —北京:科学出版社,2004

(OHM 大学参考教材系列)

ISBN 7-03-011898-7

I. 电… II. ①卯… ②徐… III. 电工学:应用数学-高等学校-教材

IV. TM11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 057881 号

责任编辑 崔炳哲 **责任制作** 魏 谨

责任印制 刘士平 **封面设计** 李 力

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号 邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司 印刷

北京东方科龙图文有限公司 制作

<http://www.okbook.com.cn>

科学出版社发行 各地新华书店经销

2004 年 1 月第 一 版 开本: A5(890×1240)

2004 年 1 月第一次印刷 印张: 14 3/4

印数: 1—5 000 字数: 385 000

定 价: 29.50 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

修订说明

本书的初版是针对大学低年级、大专及高专学生通俗易懂地介绍基础电工数学知识的教科书。但由于其内容比较简单,所以要通过它学习大学高年级电工专业的知识还是不够的。因此,为了使低年级及高年级学生都能掌握和理解电工专业的知识,使之成为一本实用的教科书、参考书,或者习题集及查阅方便的手册,本次修订是在原有的1~9章基础上增加了10~14章内容,并对正交曲线坐标系与矢量、贝塞尔函数、勒让德函数、 γ 函数等特殊函数、偏微分方程式、复数函数,以及拉普拉斯变换和傅里叶解析进行了详细介绍。在增加的个章节中还有大量的例题及解答,并附有练习题,可以帮助读者加深理解。

本人才疏学浅,很多问题不能面面俱到,但本书基本上包含了大学、大专、高专的基础数学知识,因此,如果电工、电子、通信等专业的学生能够精通本书所介绍的数学知识的话,相信一定会对理解各自专业的知识大有裨益。

最后,对给予修订本书机会的欧姆社表示由衷的谢意。

著 者

前言

为了使大学低年级、大专,以及工业高等专科学校高年级学生更好地学习电子、电工、通信等专业知识,本书通俗易懂地介绍了基础电工数学知识。

本书将大家熟悉的初等代数公式,直线、椭圆等方程式,图形,面积等编入附录中,省略了其证明方法。本书依次介绍了三角函数、指数函数等初等超越函数,复数,矩阵和行列式,微分,积分,常微分方程式,拉普拉斯变换及矢量等。读者可以通过各种定理和公式的详细证明,以及例题的解答加深理解。对于学生而言,掌握数学和电工学之间的关系显得尤为重要。因此,本书中的例题和问题都选自电路和电磁学。另外,本书正文中以小字编排的部分为较深的内容,初学者可以略过。

书末列出了笔者在编写本书时参考的一些著作及其作者,在此对这些作者及其出版社表示感谢。

最后再次感谢为出版本书给予大力支持的欧姆社及各位同仁。

著 者

目 录

第 1 章 三角函数	1
1.1 平面角	1
1.2 三角函数和正弦波交流	3
1.3 有关三角函数的公式和定理	13
1.4 反三角函数	24
1.5 三角形和三角函数公式	26
练习题	29
第 2 章 指数函数、对数函数和双曲线函数	31
2.1 指数函数和对数函数	31
2.2 自然对数和常用对数	33
2.3 双曲函数	36
2.4 反双曲函数	41
练习题	43
第 3 章 复 数	45
3.1 复 数	45
3.2 复数的四则运算	48
3.3 复数阻抗	52
3.4 棣莫弗(De Moivre)定理	60
3.5 复数和初等超越函数	65
练习题	67

第 4 章 行列式与矩阵 69

- 4.1 矩阵与行列式 69
- 4.2 有关行列式的基本定理 73
- 4.3 联立一次方程式的解法 77
- 4.4 矩阵的计算 81
- 4.5 图 论 89
- 4.6 图论和电路方程 97
- 练习题 105

第 5 章 微分法 107

- 5.1 函数的极限 107
- 5.2 微分系数和导函数 109
- 5.3 关于导函数的公式 113
- 5.4 初等函数的导函数 117
- 5.5 高阶导函数 123
- 5.6 函数的展开 127
- 5.7 函数的近似式 133
- 5.8 导数的近似公式和数值微分 136
- 5.9 函数的极大与极小 140
- 5.10 偏微分法 147
- 练习题 154

第 6 章 积分法 157

- 6.1 不定积分 157
- 6.2 不定积分公式 161
- 6.3 不定积分与定积分的关系 166
- 6.4 有关定积分的公式 170
- 6.5 定积分的近似公式与数值积分 176
- 6.6 傅里叶级数 183

6.7 重积分	187
练习题	192
第7章 常微分方程	197
7.1 常微分方程	197
7.2 一阶常微分方程的解法	201
7.3 常系数线性齐次常微分方程的解法	210
7.4 常系数线性非齐次常微分方程的解法	216
练习题	226
第8章 拉普拉斯变换	229
8.1 拉普拉斯变换	229
8.2 初等函数的拉普拉斯变换	231
8.3 拉普拉斯变换的基本定理	235
8.4 反拉普拉斯变换和赫维赛德展开定理	238
8.5 拉普拉斯变换的电路方程式解法	242
8.6 传递函数	248
练习题	254
第9章 矢 量	257
9.1 矢 量	257
9.2 矢量的计算法则	260
9.3 矢量的微分	266
9.4 标量的梯度	269
9.5 矢量的散度与旋度及拉普拉斯算子	274
9.6 矢量的积分和高斯散度定理及斯托克斯定理	277
练习题	287

第 10 章 正交曲线坐标系与矢量	291
10.1 正交曲线坐标系	291
10.2 矢量及其运算法则	293
10.3 矢量的微分	295
10.4 柱坐标系与矢量	297
10.5 球坐标系和矢量	301
练习题	305
第 11 章 特殊函数	307
11.1 贝塞尔(Bessel)函数	307
11.2 变形贝塞尔函数和开尔文(Kelvin)函数	318
11.3 勒让得函数	324
11.4 Γ 函数和误差函数	332
练习题	338
第 12 章 偏微分方程	341
12.1 一阶偏微分方程	341
12.2 二阶线性偏微分方程	347
12.3 二阶线性偏微分方程的举例	350
练习题	367
第 13 章 复变函数和反拉普拉斯变换	371
13.1 正则函数	371
13.2 初等函数	374
13.3 等角映射	379
13.4 复数积分和柯西积分定理及积分公式	385
13.5 泰勒定理和罗朗定理	391
13.6 奇异点和分歧点	398
13.7 留数和反拉普拉斯变换	404

13.8 基于复数积分的实函数定积分计算	412
----------------------	-----

练习题	417
-----	-----

第 14 章 傅里叶解析 423

14.1 复数傅里叶级数	423
--------------	-----

14.2 复数型和实数型傅里叶级数之间的关系	424
------------------------	-----

14.3 傅里叶积分和傅里叶变换	432
------------------	-----

练习题	437
-----	-----

附录 1 初等代数公式 439

1.1 因数分解	439
----------	-----

1.2 分 数	439
---------	-----

1.3 高次方程	440
----------	-----

1.4 级数和	441
---------	-----

1.5 排列与组合	442
-----------	-----

1.6 2 项定理	442
-----------	-----

1.7 平 均	443
---------	-----

附录 2 图形的方程式,图形的面积和体积 444

2.1 直线方程式	444
-----------	-----

2.2 圆的方程式	445
-----------	-----

2.3 椭圆方程式	446
-----------	-----

2.4 双曲线方程式	447
------------	-----

2.5 抛物线方程式	448
------------	-----

2.6 二次曲面的方程式	449
--------------	-----

2.7 图形的面积和体积	451
--------------	-----

练习题简答	452
-------	-----

参 考 书	458
-------	-----

第 1 章 三角函数

1.1 | 平面角

1. 正角与负角

如图 1.1 所示,在直角坐标上取点 $P(x, y)$ 。半径 $\overline{OP}$ 逆时针旋转时,半径 $\overline{OP}$ 和 x 轴的夹角 $\theta = \angle xOP$ 为正角。相反地, $\overline{OP}$ 沿顺时针方向旋转时与 x 轴的夹角 $\theta = \angle xOP'$ 为负角。

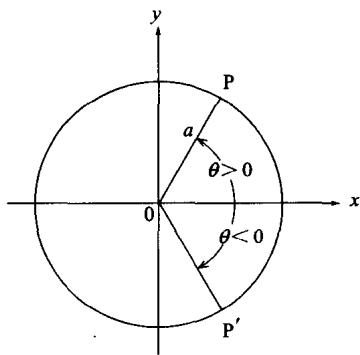


图 1.1

2. 角度单位

角度单位有如下两种定义方法:

(1) **60 等分法** 作为角度单位,一般使用度($^\circ$),分($'$),秒($''$)的 60 进制法定义。

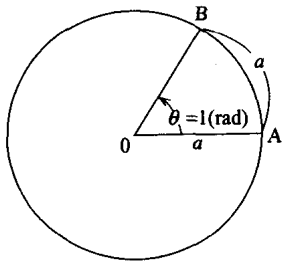


图 1.2

$$\begin{aligned} 1 \text{ 周} &= 4 \text{ 直角} = 360^\circ, 1 \text{ 直角} = 90^\circ, \\ 1^\circ &= 60', \quad 1' = 60'' \end{aligned} \quad (1.1)$$

(2) **弧度法** 如图 1.2 所示,在以半径为 a 的圆周上取弧 $\widehat{AB}$, $\widehat{AB} = a$ 时,把对应于 $\widehat{AB}$ 的角度称为 1 弧度,记为 1rad 。以 rad 作为角度单位的方法,叫做弧度法。且,在用弧

度表示角度的时候,其单位 rad 在多数情况下可以省略。

3. 60 等分法和弧度法之间的关系

图 1.2 中,对应于全圆周长 $2\pi a$ 的角度为 60 等分法中是 360° 。
于是,

$$1(\text{rad}) : 360^\circ = a : 2\pi a$$

所以

$$360^\circ = \frac{2\pi a}{a} \times 1(\text{rad}) = 2\pi(\text{rad}) \quad (1.2)$$

$$1(\text{rad}) = \frac{a}{2\pi a} \times 360^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ 17' 44.806\dots'' \quad (1.3)$$

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360}(\text{rad}) = \frac{\pi}{180}(\text{rad}) \quad (1.4)$$

表 1.1 中表示各种角度($^\circ$)与 rad 之间的关系。

表 1.1

度	1°	30°	45°	$180^\circ/\pi$	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°	720°
rad	$\frac{\pi}{180}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	1	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	4π

4. 例 题

例题 1.1 请用弧度法表示下列的角度。

- (1) 30° (2) 45° (3) 150° (4) -270°

解 (1) $30 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{\pi}{4}$ (3) $\frac{5\pi}{6}$ (4) $-\frac{3\pi}{2}$

例题 1.2 请用 60 等分法表示下列的角度。

- (1) $\frac{\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) -3π (4) 4π

解 (1) $\frac{\pi}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 60^\circ$ (2) 90° (3) -540° (4) 720°

1.2 三角函数和正弦波交流

1. 三角函数的定义

图 1.3 中的点 P 的坐标为 (x, y) , $\overline{OP} = r > 0$, 当 $\angle QOP = \theta$ 时 [θ 的单位为度 ($^\circ$) 或弧度 (rad)], 角 θ 的三角函数定义如下:

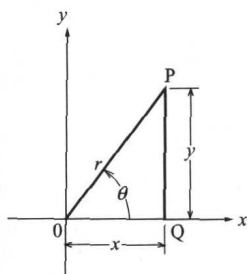


图 1.3

$$\left. \begin{aligned} \text{正弦} \quad \sin\theta &= \frac{\overline{QP}}{\overline{OP}} = \frac{y}{r} \\ \text{余弦} \quad \cos\theta &= \frac{\overline{OQ}}{\overline{OP}} = \frac{x}{r} \\ \text{正切} \quad \tan\theta &= \frac{\overline{QP}}{\overline{OQ}} = \frac{y}{x} \end{aligned} \right\} \quad (1.5a)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{余割} \quad \operatorname{cosec}\theta &= \frac{\overline{OP}}{\overline{QP}} = \frac{r}{y} = \frac{1}{\sin\theta} \\ \text{正割} \quad \sec\theta &= \frac{\overline{OP}}{\overline{OQ}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{\cos\theta} \\ \text{余切} \quad \cot\theta &= \frac{\overline{OQ}}{\overline{QP}} = \frac{x}{y} = \frac{1}{\tan\theta} \end{aligned} \right\} \quad (1.5b)$$

2. 三角函数值的正负

直角坐标 (x, y) 的正与负, 在第 1~4 象限中分别如图 1.4(a)~1.4(d) 表示, 三角函数值的正负在表 1.2 中列出。

表 1.2

象 限	第 1	第 2	第 3	第 4
θ	$0^\circ < \theta < 90^\circ$	$90^\circ < \theta < 180^\circ$	$180^\circ < \theta < 270^\circ$	$270^\circ < \theta < 360^\circ$
三角函数	$0 < \theta < \pi/2$	$\pi/2 < \theta < \pi$	$\pi < \theta < 3\pi/2$	$3\pi/2 < \theta < 2\pi$
$\sin\theta, \operatorname{cosec}\theta$	+	+	-	-
$\cos\theta, \sec\theta$	+	-	-	+
$\tan\theta, \cot\theta$	+	-	+	-

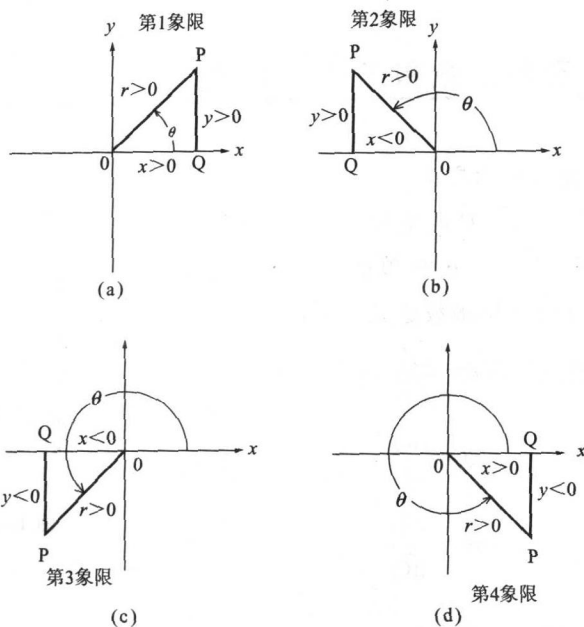


图 1.4

3. 三角函数值和曲线图形

表 1.3 中列出了对各种不同的角度 θ 值所对应的三角函数值 $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$. 对基于该表所描述的角 θ 的三角函数值 $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\sec\theta$, $\tan\theta$ 和 $\cot\theta$ 的图形, 如图 1.5(a)~1.5(c) 表示, 即

表 1.3

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	225°	270°	315°	360°
三角函数	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	1	∞	-1	0

$$\left. \begin{aligned} -1 &\leq \sin\theta, \cos\theta \leq 1 \\ -\infty &\leq \tan\theta, \cot\theta \leq \infty \\ 1 &\leq |\operatorname{cosec}\theta|, |\sec\theta| \leq \infty \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

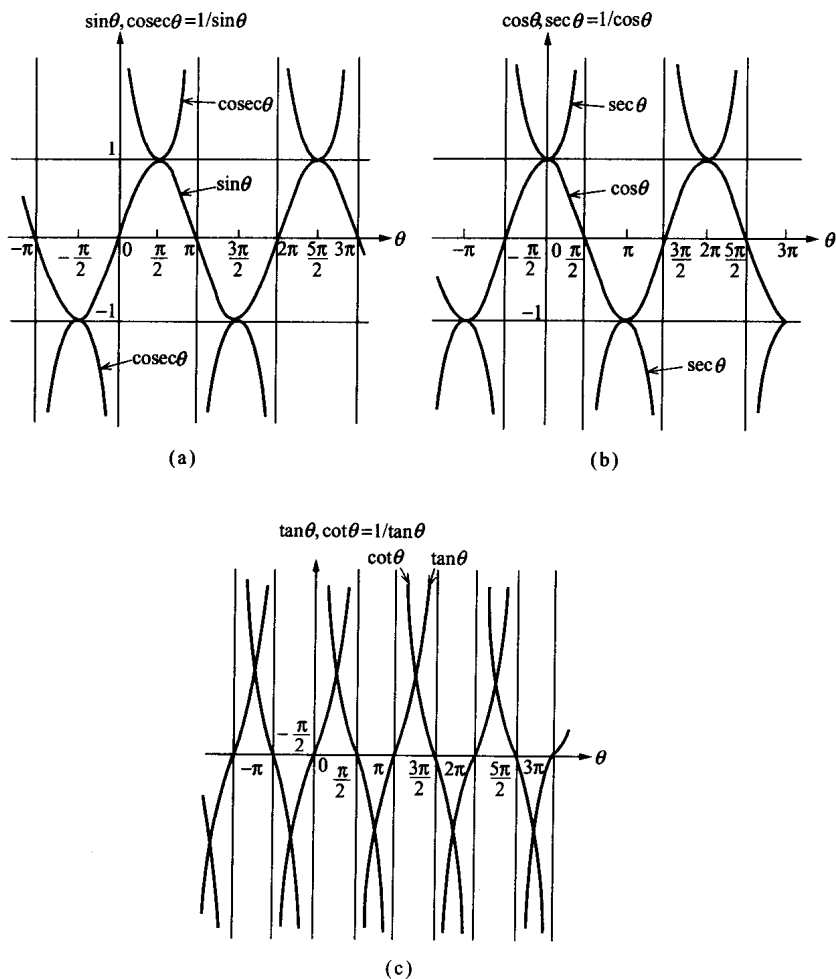


图 1.5

4. 周 期

由图 1.5(a) 和 1.5(b) 可知, 当 θ 值每隔 $360^\circ (2\pi)$ 变化时, $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\operatorname{cosec}\theta$, $\sec\theta$ 所对应的函数值相同。由此可得

$$\left. \begin{aligned} \sin\theta &= \sin(\theta + 2n\pi) \\ \cos\theta &= \cos(\theta + 2n\pi) \end{aligned} \right\} n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.7a)$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{cosec}\theta &= \operatorname{cosec}(\theta + 2n\pi) \\ \sec\theta &= \sec(\theta + 2n\pi) \end{aligned} \right\} n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.7b)$$

另外, 由图 1.5(c) 可见 $\tan\theta$, $\cot\theta$ 每隔 180° 变化的值是相同的, 即

$$\left. \begin{aligned} \tan\theta &= \tan(\theta + n\pi) \\ \cot\theta &= \cot(\theta + n\pi) \end{aligned} \right\} n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.8)$$

由上式可得 $\tan\theta$, $\cot\theta$ 是以 π 为周期的周期函数。

5. 正弦波交流

如图 1.6 所示, 在均匀磁场内线圈 C 以一定角速度 ω (弧度/秒: rad/s) 旋转时, 在 $t=t$ 时间内, 线圈从最初的位置 XX' , 旋转到 $\theta=\omega t$ 的位置时, 则 C 上被感应出正弦交流电压 e 为:

$$e = E \sin \omega t \quad (\text{V}) \quad (1.9)$$

如图 1.7 所示, 把电压 e 加到电阻 R (欧[姆], Ω) 上时, 则产生交流电流 i , 并流过电阻。

$$i = I \sin \omega t \quad (\text{A}), \quad I = \frac{E}{R} \quad (1.10)$$

在上述两式中, E 和 I 分别是 e 和 i 的最大值或幅值, ω 是相位角, 且把现在这种情况下的 e 和 i 称为同相位的电压和电流。

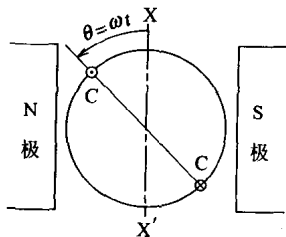


图 1.6

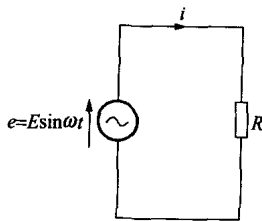


图 1.7

下面,如图 1.8(a)和图 1.8(b)所示,把 e 和 i 的图形分别画在横轴为相位角 ωt 和时间 t 的两种坐标上。在图 1.8(b)中把 $T(\text{s})$ 称为时间周期,或简单称为周期。由 $\omega t|_{t=T} = \omega T = 2\pi$ 得

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}, \quad \omega = 2\pi f \quad (1.11)$$

式中, f (赫[兹], Hz) 是频率。

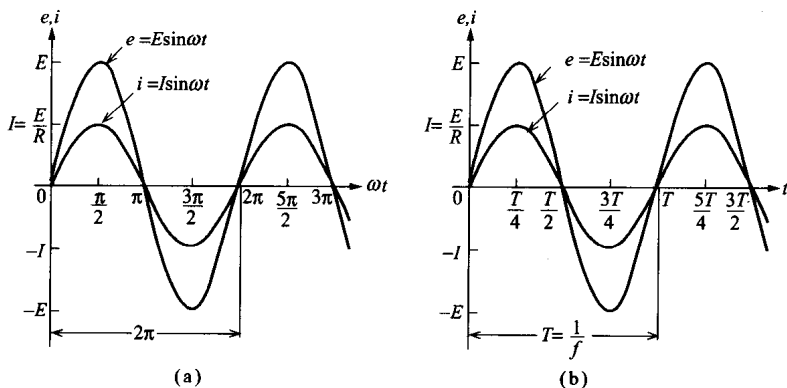


图 1.8

6. 例题

例题 1.3 试求在表 1.3 中列出的各角 θ 的 $\sin \theta$, $\cos \theta$ 和 $\tan \theta$ 值。

解 读者可参照图 1.9 自行计算。

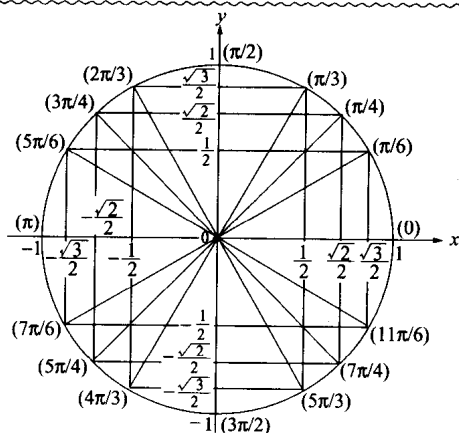


图 1.9