

丁大鈞 著

單層複雜鉸結框架分析方法

科學技術出版社

單层复杂鉸結框架分析方法

丁 大 鈞 著

江苏工业学院图书馆
藏 书 章

九五〇〇 〇〇 〇〇

科 学 技 術 出 版 社

內 容 提 要

本書系專門介紹著者提出的复杂鉸結框架两种分析方法：“等剛度”支柱法及逐步近似法，此外还詳細闡明应用“等剛度”支柱法推广苏联“單层工业房屋鋼筋混凝土柱”書中的計算方案及用以分析有跨变屋頂如鋸齒形屋頂的框架。

書中列有許多現成的系数表，对实用很是方便；同时还列举了足够数量的例題来闡明計算方法和步驟。

本書可供上述方面的設計工程师及大專学校教师和学生参考之用。

單层复杂鉸結框架分析方法

著 者 丁 大 鈞

科 学 技 術 出 版 社 出 版

(上海南京西路2004号)

上海市書刊出版业营业許可証出 079 号

上海市印刷四厂印刷 新华書店上海发行所总經售

統一書号: 15119·578

开本 787×1092 耗 1/27 · 印張 3 25/27 · 字數 78,000

1957年 11月第 1 版

1957年 11月第 1 次印刷 印數 1—2,000

定价: (10) 0.70 元

序

随着建筑事业工业化以及施工机械化的发展，在实践中已广泛地采用着装配式钢筋混凝土结构，于是在单层工业房屋中柱与屋架的整体结合便为铰链结合所代替，因而产生了新的计算简图。这本“单层复杂铰结框架分析方法”小册子，是著者在南京工学院上学期指导工民建同学作毕业设计分析厂房框架时写给同学作参考的，他们曾试用过著者所提出的计算方法，应用结果，尚称简便。后来在本院第一届科学报告讨论会上提出，当时已作了很多的修正与补充。

書中分章闡明著者所提出的复杂铰结框架两种计算方法：“等刚度”支柱法及逐步近似法，此处所谓复杂框架，系指頂高不在同一水平的单层厂房框架。在最后一章中，复將前一方法推广应用于有跨变屋頂如锯齿形屋頂的框架的计算。

所謂“逐步近似法”者，仅系根据該法的物理概念而予以此項名称，实际剪力分配的收斂远不如力矩分配收斂的快，故最后仍引用一无穷級数的总和以求其結果。

在会上承来宾們提出許多宝贵的意見，在这次的出版物中，考虑了这些意見，应用所提出的计算方法进一步推广了苏联工业建筑设计院出版并經前东北工业部翻譯的“单层工业房屋钢筋混凝土柱”書中的計算方案，并举出另一种工程实践中常遇到的典型框架單元的計算方案，將这些方案与所提出的“等刚度”支柱法配合运算时，可使計算工作大大地簡化。著者对来宾們这种热情的帮助，深深地表示感激。

为計算方便，編制了許多現成的系数表。同时因为推广“單层工业房屋鋼筋混凝土柱”書中的計算方案，为使讀者檢用方便起見，也轉載了該書中四項系数表（表 1-1、1-16、1-17 及 1-18）并个别予以适当地补充。

原稿在科学报告討論會提出之前，曾請南京工学院副院長金师宝楨教授及土木系主任徐师百川教授在溽暑間为之校閱，并承提出許多修正的意見作了不少的刪改，在此謹志謝忱。但是这次出版的最后定稿，因金、徐二教授工作繁冗，故未再煩瀆。由于著者业务水平的限制，謬誤之处，自应由著者个人負責。

本文曾經出版社轉請潘家鉅工程师审阅一过，并承提出許多可貴意見使著者又作了不少的修正与补充，書此謹志衷心的感謝。

为着征求廣泛的意見和批評，爰不揣譾陋，逕以付梓，希望在政府“百家爭鳴”的号召下，能够获得專家們的指正，使本文有所改进，幸甚，感甚

丁大鈞于南京工学院 1956 年 11 月下旬

目 录

序	I
緒論	1
第一章 等剛度支柱法	5
1-1 等剛度支柱的概念	5
1-2 計算公式	5
1-3 系数表	9
1-4 計算程序	17
1-5 計算举例	18
1-6 推广單层工业房屋鋼筋混凝土柱書中的計算方案	27
1-7 計算举例	33
1-8 另一典型框架單元	42
1-9 計算举例	46
第二章 逐步近似法	48
2-1 引言	48
2-2 逐步近似的物理概念	48
2-3 符号規則	49
2-4 基本單元	49
2-5 系数表	50
2-6 分析举例	53
2-7 其他荷載情况下的計算	78
第三章 有跨变屋頂的框架分析	79
3-1 引言	79

3-2 基本方程式.....	80
3-3 等剛度支柱.....	83
3-4 計算举例.....	84
3-5 計算表.....	91
3-6 中間支柱受水平荷載时的計算.....	91
3-7 計算举例.....	94

緒 論

在有裝配式鋼筋混凝土柱的厂房框架中，不論其屋頂結構為裝配式鋼筋混凝土的或鋼木的，柱與屋架的連接皆視為鉸結，而柱下端則視為砌固在基礎內；在用磚石砌筑牆、柱的厂房框架中，亦系這樣假定。

這種鉸結框架的計算，一般系採用力法，當框架的跨數為 $n-1$ 時，其贅余力亦為 $n-1$ 個。

當框架支柱的頂高在同一水平上時，其計算簡圖如圖 0-1 所示，這時基礎的砌固水平可能在同一高度上或不在同一高度上。由於假定屋架為不變形的橫梁，故得出下列條件，即

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \dots = \Delta_{n-1} = \Delta_n$$

(0-1)

式中 $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ ——各相應支柱頂上的側移。

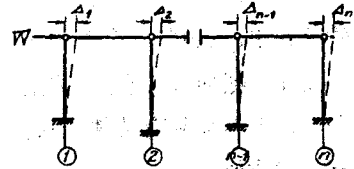


圖 0-1

因此將解答 $(n-1)$ 次超靜定的體系化為解答一次超靜定的問題，計算工作相當簡單，這在蘇聯工業建築設計院擬訂并經前東北工業部設計處翻譯的“單層工業房屋鋼筋混凝土柱”一書及一般的磚石結構書籍中皆有論述^①。在前書中這種計算方法被稱為“剪

① 譬如 М. Я. Пильдин 及 С. В. Поляков 著，東北工學院建築系譯：“民用與工業房屋磚石結構”，高教出版社，1955，第四章 § 12；中國科學院譯：“磚石結構的研究”，科學出版社，1955，其中 С. В. Поляков 的論文“磚建建築物的承重牆及承重柱中應力的確定”一文，又俄文本 Т. С. Каранфилов: Облегченные Каменные Стены (輕型磚石牆)，1954，第 12 章 § 7 以及徐百川、丁大鈞合編：“磚石及鋼筋磚石結構”，1956，科技，第 6 章 § 6-4，對此問題皆有論述

力分配方法”，本書概不予贅述。

但是在頂高不在同一水平上的框架，則超靜定未知數即增多，譬如圖 0-2 所示的框架，在水平荷載 W 的作用下，有 3 個未知數，這時基本方程式為：

$$\begin{cases} \Delta_1 = \Delta_2 \\ \Delta_3 = \Delta_4 \\ \Delta_5 = \Delta_6 \end{cases} \quad (0-2)$$

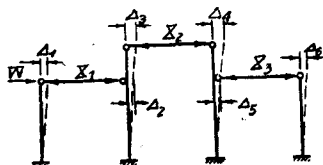


圖 0-2

式中 $\Delta_1, \Delta_2, \dots$ 為圖 0-2 中所示

各支柱的側移，分別與相應的未知數 X_1, X_2 及 X_3 有關。

從這些方程式中可解出所需求的未知數。

當對每一荷載解答聯立方程式時，不僅工作繁瑣，且易導致錯誤。當跨度情況更複雜時，則問題將更為繁複。

假定圖 0-2 所示的框架兩邊完全對稱而且各柱下端在同一水平上砌固時，則在“單层工業房屋鋼筋混凝土柱”書中列有計算方案並載有係數表，計算亦很簡單。

著者對這一結構亦提出一種較整齊的計算公式，在三個未知數的公式中，共包括 6 個係數 α, β, γ ； A_1, A_2 及 A_3 ；前三個係數僅與柱高度及截面尺寸有關（假定材料的彈性模量 E 皆相同），而後三個係數則與荷載有關^①。故當沒有上述參考書時，用這些公式計算亦尚方便。

不過在工程實踐中，上述框架常有不對稱的情況，這時即不能應用上述參考書中的係數表或著者提出的公式。

圖 0-3 列示較常可能遇到的而不能用上述二種方法計算的幾種情況。

當較複雜的情況，譬如圖 0-4 所示的幾種框架，也沒有現成的係數表可資利用。

① 參看丁大鈞：“帶升高中跨磚石厂房結構及懸空磚牆計算”，前大東版，1955，第一章

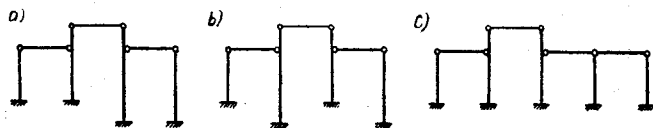


图 0-3

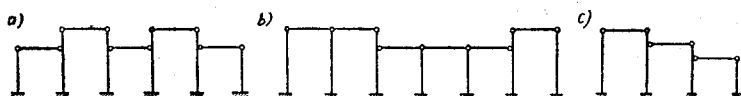


图 0-4

为避免解算联立方程式，著者在本書中提出两种計算方法：“等刚度”支柱法及逐步近似法，以解答上述几种情况的框架。

在“等刚度”支柱法中，著者只編列出框架柱的基础在同一水平上时的“等刚度”支柱的系数表，因为假定基础不在同一水平上时的系数表將十分繁复。这时可用公式計算其“等刚度”支柱，或用第二种方法——逐步近似法；或逕用基本方法——解联立方程式——来解答。

同时，著者利用了“等刚度”支柱法將“單层工业房屋钢筋混凝土柱”書中的計算方案予以推广。

譬如图 0-3 (a) 及 (c) 中所示的框架，如利用“等刚度”支柱法并配合“單层工业房屋钢筋混凝土柱”書中的系数表来分析时，計算將非常方便。图 0-3 (b) 所示的框架，基础不在同一水平上，因未編制有这种情况的“等刚度”支柱的系数表，故需用公式来計算其“等刚度”支柱，这样即不如用逐步近似法来解答，因为在后一方法中，基础在同一水平上和不在同一水平上时計算工作量是一样的。而图 0-4 所示的几种情况，則可以用两种方法的任一种来計算。

当框架支柱的截面为三段阶形，譬如，如图 0-5 中柱 3 所示时，虽然对这种情况的“等刚度”支柱也沒有編制系数表，但仍可利

用書中的公式來計算,不过这时計算將略为繁复(參看例 1-7)。

此外,著者还研究了有跨变屋頂框架在水平荷載下的計算;目前这种框架因无准确的計算方法,所以一般是用近似假定来分析的。在图 0-6 (a) 中所示的沒有下弦杆的鋸齿形屋頂框架即为

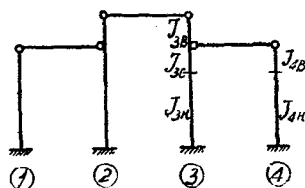


图 0-5

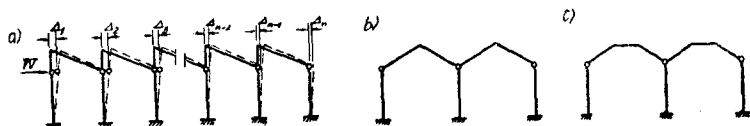


图 0-6

这种結構最常遇到的型式。因为这种結構在水平荷載作用下不但支柱发生側移,同时屋架沿跨度方向亦发生弯曲变形,因而 $\Delta_1 \neq \Delta_2 \dots$, 这样將使計算复杂。書中即对这种框架的計算作了專門的討論,并提出了很簡單的計算方法。当然,对其他相类似有跨变屋頂的框架如图 0-6 (b) 及 (c) 所示者亦同样可以适用。

第一章 等剛度支柱法

1-1 等剛度支柱的概念

所謂“等剛度”支柱者，即假定採用一支柱來代替一框架，這一支柱在與左邊或右邊橫梁的連接處當單位水平力作用時所發生的位移（側移）與實際情形（亦即原框架的情形）相同。

採用“等剛度”支柱可以將複雜的框架逐步化為簡單的框架。當求出荷載在這簡單框架內的分布後，再逐步返求原框架各支柱中所受的力，就可避免解答聯立方程式。如編制有適當的計算系數表或圖表，且列出幾種典型框架（譬如 1-6 及 1-8 節所指出的）的簡單算式時，則計算尚稱簡單直接。

1-2 計算公式

茲試研究兩種最常遇到的情況（圖 1-1 及 1-3）。

a) 在圖 1-1 中，有一單位力 $X_1 = 1$ 作用於柱 1 中間點處。令 δ ——在頂端自由、下端固定的柱的頂端作用單位力時柱頂的位移；

δ' ——在頂端自由、下端固定的柱的頂端作用單位力時柱中間某點處的位移，或在中間某點處作用單位力時柱頂的位移；

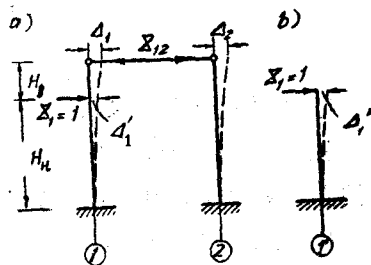


圖 1-1

δ'' ——在頂端自由、下端固定的柱的中間某点处作用單位力时該点处的位移，

則

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= X_1 \delta'_1 - X_{12} \delta_1 \\ \Delta_2 &= X_{12} \delta_2 \end{aligned} \right\}, \Delta_1 = \Delta_2; X_{12}(\delta_1 + \delta_2) = X_1 \delta'_1 \quad (1-1)$$

$$\begin{aligned} \Delta'_1 &= X_1 \delta''_1 - X_{12} \delta'_1 = X_1 \delta''_1 - X_1 \frac{(\delta'_1)^2}{\delta_1 + \delta_2} \\ &= X_1 \left[\delta''_1 - \frac{(\delta'_1)^2}{\delta_1 + \delta_2} \right] \end{aligned} \quad (1-2)$$

以上各式中 Δ_1 、 Δ'_1 及 Δ_2 ——在 X_1 作用下框架各相应点处的位移(参看图 1-1)。

当 $X_1 = 1$ 时，

$$\Delta'_1 = \delta''_1 - \frac{(\delta'_1)^2}{\delta_1 + \delta_2} \quad (1-3)$$

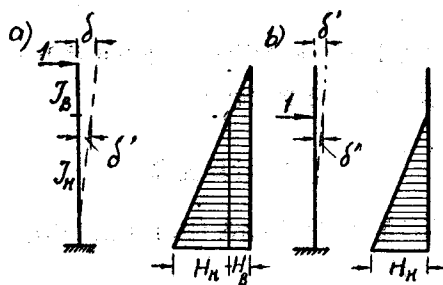


图 1-2

現在將各項位移算出以便計算 Δ'_1 。

在以下，我們都以双段阶形柱为例，因为这是最常用的厂房框架柱子，这些柱子分为上下两段，上段高 H_o ，下段高 H_n ，全高 $H = H_o + H_n$ 。上段的慣矩为 J_o ，下段为 J_n 。由于一般作用于阶形柱上的水平推力常位在柱頂或两段分界点处，因此以下所謂 δ'' 及 δ' 也都以該分界点为准。

应用弯矩面积法，参考图 1-2(a) 可得

$$\begin{aligned}
 E\delta &= \frac{H_e}{2J_e} \cdot H_e \cdot \frac{2}{3} H_e + \frac{H_e}{J_n} \cdot H_n \left(\frac{H_n}{2} + H_e \right) + \frac{H_n}{2J_n} \cdot H_n \left(\frac{2}{3} H_n + H_e \right) \\
 &= \frac{\lambda^3 H^3}{3nJ_n} + \frac{\lambda H(H - \lambda H)^2}{2J_n} + \frac{\lambda^2 H^2(H - \lambda H)}{J_n} + \frac{(H - \lambda H)^3}{3J_n} \\
 &\quad + \frac{(H - \lambda H)^2 \lambda H}{2J_n} \\
 &= \frac{H^3}{3J_n} \left[1 + \lambda^3 \left(\frac{1}{n} - 1 \right) \right] = \frac{H^3}{K_0 J_n} \\
 &= \frac{H_n^3}{3J_n(1 - \lambda)^3} \left[1 + \lambda^3 \left(\frac{1}{n} - 1 \right) \right] \quad (1-4)
 \end{aligned}$$

$$\text{式中} \quad \lambda = \frac{H_e}{H}; \quad n = \frac{J_e}{J_n}; \quad K_0 = \frac{3}{1 + \lambda^3 \left(\frac{1}{n} - 1 \right)} \quad (1-5)$$

当柱为等截面时, $n=1$, 则 $K_0=3$ 。

在“单层工业房屋钢筋混凝土柱”书中列有 K_0 值的计算表(该书中的表 16), 为核算方便起见, 特转载于此(表 1-1)。

又从图 1-2(a):

$$\begin{aligned}
 E\delta' &= \frac{H_e}{J_n} \cdot H_n \cdot \frac{H_n}{2} + \frac{H_n}{2J_n} \cdot H_n \cdot \frac{2}{3} H_n \\
 &= \frac{\lambda H(1 - \lambda)^2 H^2}{2J_n} + \frac{(1 - \lambda)^3 H^3}{3J_n} \\
 &= \frac{H^3}{3J_n} \cdot \frac{(2 + \lambda)(1 - \lambda)^2}{2} = \frac{H_n^3(2 + \lambda)}{3J_n \cdot 2(1 - \lambda)} \quad (1-6)
 \end{aligned}$$

如从图 1-2(b) 求 δ' 则更为简单:

$$\begin{aligned}
 E\delta' &= \frac{H_n^2}{2J_n} \cdot \left(H_e + \frac{2}{3} H_n \right) = \frac{H_n^3}{3J_n} \left(1 + \frac{3H_e}{2H_n} \right) \\
 &= \frac{H_n^3}{3J_n} \cdot \frac{2 + \lambda}{2(1 - \lambda)}
 \end{aligned}$$

$$\text{又} \quad E\delta'' = \frac{H_n}{2J_n} \cdot H_n \cdot \frac{2}{3} H_n = \frac{H_n^3}{3J_n} \quad (1-7)$$

表1-1. 系数 K_0

λ	n										
	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
0.10	2.944	2.973	2.988	2.993	2.996	2.997	2.998	2.999	2.999	3.000	3.000
0.15	2.819	2.912	2.960	2.977	2.985	2.990	2.993	2.996	2.997	2.999	3.000
0.20	2.604	2.799	2.907	2.945	2.964	2.976	2.984	2.990	2.994	2.997	3.000
0.25	2.313	2.630	2.824	2.894	2.931	2.954	2.969	2.980	2.988	2.995	3.000
0.30	1.983	2.414	2.708	2.823	2.883	2.921	2.947	2.962	2.980	2.991	3.000
0.40	1.354	1.904	2.389	2.610	2.731	2.820	2.878	2.920	2.953	2.979	3.000
0.50	0.889	1.412	2.000	2.323	2.526	2.667	2.769	2.847	2.909	2.959	3.000

將以上各位移值代入 (1-3) 式, 并設兩柱的各段長度相等, 即

$H_1 = H_2$, $\lambda_1 = \lambda_2$, 則簡化后可得:

$E\Delta'_1 =$

$$\begin{aligned}
 & \frac{H_{1N}^3}{3J_{1N}} \left\{ 1 - \frac{(2+\lambda)^2}{4(1-\lambda)^2 \left[\frac{1+\lambda^3\left(\frac{1}{n_1}-1\right)}{(1-\lambda)^3} + \frac{J_{1N}}{J_{2N}} \cdot \frac{1+\lambda^3\left(\frac{1}{n_2}-1\right)}{(1-\lambda)^3} \right]} \right\} \\
 &= \frac{H_{1N}^3}{3J_{1N}} \left\{ 1 - \frac{(2+\lambda)^2(1-\lambda)}{4 \left[\left(1 + \frac{J_{1N}}{J_{2N}}\right)(1-\lambda^3) + \lambda^3 N_{12} \right]} \right\} \\
 &= \frac{H_{1N}^3}{K_{12} J_{1N}} \quad (1-8)
 \end{aligned}$$

$$\text{式中 } N_{12} = \frac{1}{n_1} + \frac{J_{1N}}{J_{2N}} \cdot \frac{1}{n_2} \quad (1-9)$$

$$K_{12} = \frac{3}{1 - \frac{(2+\lambda)^2(1-\lambda)}{4 \left[\left(1 + \frac{J_{1N}}{J_{2N}}\right)(1-\lambda^3) + \lambda^3 N_{12} \right]}} \quad (1-10)$$

b) 在图 1-3 中, 当單位力作用于較高柱的頂部时,

$$\Delta_1 = X_1 \delta_1 - X_{12} \delta'_1 \quad (1-11)$$

$$\Delta'_1 = X_1 \delta'_1 - X_{12} \delta''_1 \quad (1-12)$$

$$\Delta_2 = X_{12} \delta_2 \quad (1-13)$$

今 $\Delta'_1 = \Delta_2$, 与 Δ_1 式联解之, 得

$$\Delta_1 = X_1 \left[\delta_1 - \frac{(\delta'_1)^2}{\delta''_1 + \delta_2} \right] \quad (1-14)$$

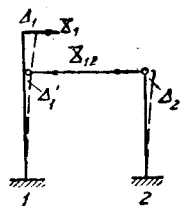


图 1-3

以上各式中 Δ_1 、 Δ'_1 及 Δ_2 ——图 1-3 所示
框架在 X_1 作用下各相应点处的位移。

当 $X_1 = 1$ 时, 则

$$\Delta_1 = \delta_1 - \frac{(\delta'_1)^2}{\delta''_1 + \delta_2} \quad (1-15)$$

将 δ_1 及 δ'_1 ……等各值代入上式, 则得

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \frac{H^3}{3J_{1u}} \left[1 + \lambda^3 \left(\frac{1}{n_1} - 1 \right) \right] - \frac{H^3}{3J_{1u}} \cdot \frac{(2+\lambda)^2(1-\lambda)}{4 \left(1 + \frac{3J_{1u}}{K_{20}J_{2u}} \right)} \\ &= \frac{H^3}{3J_{1u}} \left[1 + \lambda^3(N_1 - 1) - \frac{(2+\lambda)^2(1-\lambda)}{4 \left(1 + \frac{3J_{1u}}{K_{20}J_{2u}} \right)} \right] \\ &= \frac{H^3}{K'_{1u} J_{1u}} \end{aligned} \quad (1-16)$$

式中 $N_1 = \frac{1}{n_1} = \frac{J_{1u}}{J_{1e}}$,

$$K'_{1u} = \frac{3}{1 + \lambda^3(N_1 - 1) - \frac{(2+\lambda)^2(1-\lambda)}{4 \left(1 + \frac{3J_{1u}}{K_{20}J_{2u}} \right)}} \quad (1-17)$$

1-3 系数表

为了计算方便起见, 根据 $\frac{J_{1u}}{J_{i+1,u}} = 0.25, 0.50, 0.75, 1.0, 1.5$ 及 2.0 以及各种 $\lambda, N_{i,i+1}$ 值按公式(1-10)制成系数 $K_{i,u}$ 的表 1-2~1-7; 又根据 $\frac{3J_{1u}}{K_{i+1,u}J_{i+1,u}} = 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 1.0,$

1.5 及 2.0 以及各种 λ 、 N_i 值按公式 (1-17) 制成系数 K'_{i2} 的表 1-8~1-15 以备应用。

表中数字系用計算尺計算者。

表1-2 系数 K_{i2} , 当 $\frac{J_{in}}{J_{i+1,n}} = 0.25$ 时

λ	$N_{i,i+1}$					
	5	10	15	20	30	40
0.1	14.42	14.15	13.95	13.62	13.33	13.04
0.15	13.50	12.94	12.42	11.93	11.12	10.38
0.20	12.25	11.25	10.40	9.72	8.68	7.90
0.25	10.98	9.52	8.52	7.79	6.81	6.15
0.30	9.56	7.97	7.01	6.35	5.53	5.02
0.40	7.19	5.75	5.06	4.63	4.17	3.91
0.50	5.50	4.50	4.07	3.84	3.58	3.44

表1-3 系数 K_{i2} , 当 $\frac{J_{in}}{J_{i+1,n}} = 0.50$ 时

λ	$N_{i,i+1}$					
	5	10	15	20	30	40
0.1	8.82	8.77	8.70	8.67	8.55	8.43
0.15	8.58	8.38	8.22	8.09	7.80	7.55
0.20	8.11	7.78	7.48	7.21	6.79	6.42
0.25	7.69	7.18	6.75	6.40	5.86	5.48
0.30	7.16	6.45	5.95	5.59	5.07	4.72
0.40	6.00	5.19	4.59	4.42	4.05	3.84
0.50	5.03	4.31	3.97	3.77	3.55	3.42