

张 淳 源 著

粘弹性断裂力学

VISCOELASTIC FRACTURE MECHANICS

华中理工大学出版社



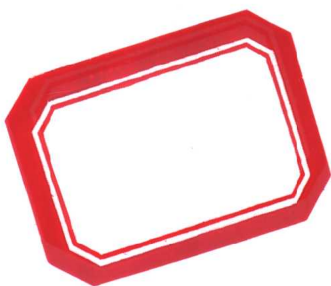
595558

张淳源 著

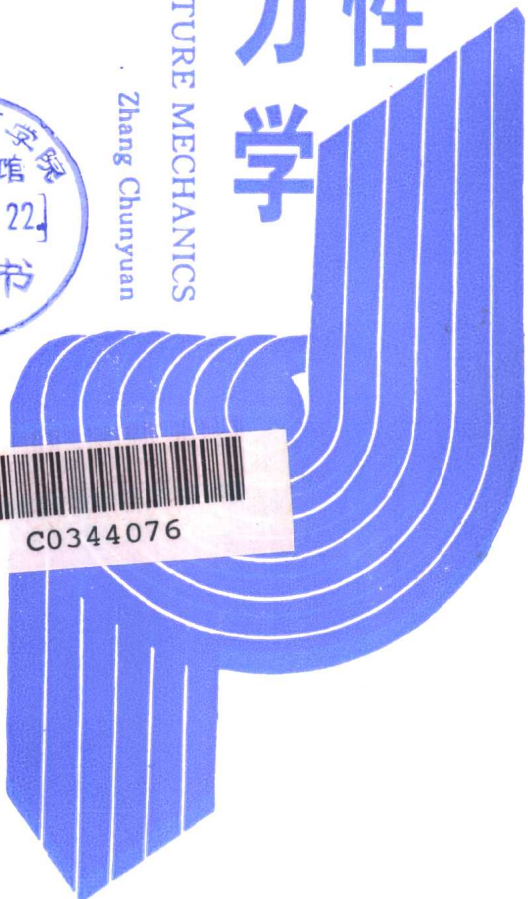
粘弹性 断裂力学

VISCOELASTIC FRACTURE MECHANICS

Zhang Chunyuan



C0344076



粘弹性断裂力学

张淳源著

责任编辑 湛柏琼

*

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山)

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社印刷厂印刷

*

开本:850×1168 1/32 印张:13.875 插页:2 字数:340 000

1994年8月第1版 1994年8月第1次印刷

印数:1-1000

ISBN 7-5609-0816-0/O · 107

定价:9.80元

(鄂)新登字第10号

内 容 简 介

本书由浅入深地、系统地阐述了粘弹性断裂力学的基本内容。全书共分七章,包括粘弹性理论和粘弹性断裂力学两大部分内容,前者包括线性、非线性及热粘弹性理论,后者包括线粘弹性、粘弹性及非线性热粘弹性断裂力学。书中不仅注重基本理论的阐述,还给出了计算裂纹延迟失稳临界值、裂纹扩展速度及构件寿命等的公式、图表。为便于阅读,在附录中介绍了集、群、泛函、张量、流形及理性连续统力学等有关数学、力学基础知识。每章末还附有例题和习题,书末列出了必要的参考文献。

本书可作力学、数学、工程等有关专业的研究生或高年级大学生的教材,亦可供科研人员、工程技术人员、高等院校师生参考。

序

断裂力学为研究外载荷作用下结构中锐裂纹对其机械性能的影响提供了重要的工具. 即使结构是由线弹性材料制成, 锐裂纹也会导致复杂的应力和位移场.

当材料的响应是非线性的和时间相依的, 情况就变得更加复杂. 尽管线弹性断裂力学现在已经具有一些优秀教科书, 粘弹性断裂力学却没有这么幸运. 我所知道关于这个题目的英文和俄文书是屈指可数的.

因此, 张淳源教授对粘弹性断裂力学这个领域的贡献是适时的和极受欢迎的. 据我所知, 这是中国第一部这类的书.

我从张淳源教授为我翻译成英文的本书目录看到, 本书将成为题为线性、非线性和热粘弹性断裂力学的一个独立自主的专著. 张淳源教授具有杰出的才能来写好这样一部专著. 我毫不怀疑, 本书将深受中国学生和研究界的欢迎.

我热切地盼望这本书的英译本和(或)俄译本尽早与读者见面.

悉尼大学土木和矿业工程学院

教授 B. L. 卡里哈罗



1992年1月于悉尼

前 言

粘弹性断裂力学的产生和发展是与新型粘弹性材料的广泛应用和各种材料在极端条件(高温、高应力水平)下的使用密切相关的。人们发现,严重的断裂事故往往不是在加载瞬时立即出现,而是在载荷作用下经历了一段时间以后突然发生的。这种类型的断裂称为**延迟断裂**。混凝土水坝坝墩裂纹可能在长期水压作用下发生**延迟失稳**。涡轮机叶片可能在高温下经过一段时间运转以后突然断裂。延迟断裂有如疲劳破坏一样危险,常使人们很难预防。无论是线弹性还是弹塑性断裂力学均无法解释这类涉及**时间效应**的断裂问题。许多工程材料,如聚合物、复合材料、有色金属、岩石、混凝土等,在室温下就表现出明显的时间效应,迫使人们在研究断裂问题时采用新的**流变模型**。多数金属在室温及小变形的情况下接近于线弹性体。但即使在上述情况下,乐器的金属簧片的振动在真空中也会迅速衰减。这表明材料内部存在粘滞阻力,并通过它耗散能量。将一根具有平面螺线形状的蚊香平行地面支持于蚊香架上,第二天你会发现它由于自重的作用而变形成为锥形螺旋线的形状了。物体在恒定应力作用下,应变随时间而增加的这种现象称为**蠕变**。尽管将一根张紧的塑料绳的两端卡住不动,绳子的张力也会随时间而减小。物体在恒定应变作用下,应力随时间而减小的这种现象称为**松弛**。一根塑料试样,将其拉伸至某应力值,然后卸载至零,我们会发现在应力-应变图中,应力增加时的上升曲线与应力减小时的下降曲线并不重合。由于应变滞后于应力所产生的这种现象称为**迟滞**。下降曲线在上升曲线的下侧而形成**迟滞环**。迟滞环所包含的面积表征了外力沿迟滞环一周所作的功,称为**迟滞损失**,它被转变成热能而损失掉了。真实材料都在一定程度上

存在蠕变、松弛、迟滞现象。这种同时具有粘性及弹性性质的材料通常称为**粘弹性材料**。粘弹性体的**本构方程**不再是应力与应变成正比的代数方程，而是与时间变量有关的微分方程或积分方程。在非常温的情况下，本构关系还涉及热流、熵、自由能等概念。

粘弹性断裂力学是一门由粘弹性力学、断裂力学、理性连续统力学、不可逆热力学等互相交缘的新兴学科。它采用粘弹性本构关系来研究裂纹的发生、扩展和休止的规律，以便为机械结构强度分析、构筑物的设计计算等提供理论基础；为工程构件的寿命预测提供科学依据。

作者于1983年在全国流变力学基础理论讲习班讲学时编写了粘弹性力学(含粘弹性断裂力学)讲义。该讲义曾作为湘潭大学流变学、固体力学、金属材料等专业研究生的教材使用多届。本书就是在此初稿的基础上经过补充和修改而写成的。

本书包括**粘弹性理论**和**粘弹性断裂力学**两大部分内容，共分七章。第一、二、四、六章及第七章§7.8~§7.10主要介绍粘弹性力学的基本理论，包括线性、非线性及热粘弹性理论。第三、五、七章分别介绍线粘弹性断裂力学、考虑裂纹尖端衰坏区非线性效应的粘弹性断裂力学及非线性热粘弹性断裂力学。其中不少内容是作者多年来研究湖南省柘溪混凝土单支墩宝石头大头坝坝墩裂纹的延迟失稳问题所建立的基本理论的总结。

编写本书时，作者尽量做到把抽象的数学概念与明确的物理语言相结合；尽量把理论结果表达成便于工程应用的形式。在叙述上力求深入浅出、循序渐进、推导严密、出处清楚。每章末附有习题。为了方便读者，在附录Ⅲ、Ⅳ中还介绍了本书涉及的一些数学、力学知识概要。本书可作为力学、数学、工程等有关专业研究生或高年级大学生的教材，也可作为科技人员、工程人员的参考用书。

作者衷心感谢华中理工大学李灏教授、中国科技大学刘叔仪教授、澳大利亚悉尼大学B. L. Karihaloo教授及其他很多同志对于编写本书所给予的关心和支持。感谢华中理工大学出版社和湘

潭大学为出版本书所给予的大力支持。

粘弹性断裂力学涉及面很广,漏误之处在所难免,请读者多加指正。

张淳源

1989年5月写

于湘潭大学

1992年10月改写

主要通用符号说明

粘弹性断裂力学是一门由许多学科相互交缘而形成的新学科. 各学科都有自己的惯用符号. 尽管我们力求用同一符号表示同样的物理意义, 但仍难以完全统一. 为此, 除在此列出全书通用的主要符号外, 在各章首均列有该章专用符号, 以便于阅读.

数学符号

\in	属于	$a \stackrel{\text{def}}{=} b$	a 以 b 为定义
		$\exp x$	e^x
\cap, \cup	交集、并集	*	卷积
\times	集的卡积或矢量的矢量积(叉积)	δ_{ik}	Kronecker δ 函数
\subseteq, \supseteq	包含于、包含	$\Gamma(\quad)$	Γ (gamma)函数
Σ, Π	总和、连乘	$E(k)$	第二类完全椭圆积分
sup	上确界	$\theta(t)$	单位阶跃函数
Res	留数	$\delta(t)$	Dirac δ 函数
$I_a(t)$	Abel 函数(核)	$\mathcal{L}(\quad)$	Laplace 变换
$E_a(\beta, t)$	Rabotnov 分指数函数(核)	$\mathcal{L}^{-1}(\quad)$	Laplace 逆变换
$O(\epsilon)$	与 ϵ 同阶的无穷小量, 即它与 ϵ 比值的绝对值的极限是上方有界的.	$f * dg$	函数 $f(t)$ 与 $g(t)$ 的 Stieltjes 卷积
\emptyset	空集	tr()	迹

物理量符号

t	时间	ρ	密度
x_i	Descartes 坐标分量	G	切变模量

u_i	位移分量	E	弹性模量
ϵ_{ij}	应变张量分量	K	体积模量
e_{ij}	应变偏量分量	ν	Poisson 比
σ_{ij}	应力张量分量	λ	Lamé 常数
s_{ij}	应力偏量分量	K_I, K_{II}, K_{III}	应力强度因子
T	局部热力学温度	G_I, G_{II}, G_{III}	能量释放率
f_i	单位质量的体力分量	K_{Ic}	临界应力强度因子
G_{Ic}	临界能量释放率	δ_c	临界裂纹尖端张开位移

目 录

序	(1)
前言	(2)
主要通用符号说明	(5)
第一章 粘弹性体的本构方程	(1)
本章符号说明	(1)
§ 1.1 引言	(1)
§ 1.2 应力松弛	(6)
§ 1.3 蠕变	(10)
§ 1.4 响应函数, 应力松弛模量, 蠕变柔量	(11)
§ 1.5 模型理论, 基本元件	(13)
§ 1.6 二元模型	(15)
§ 1.7 其他流变模型	(22)
§ 1.8 Boltzmann 叠加原理与积分型本构方程	(29)
§ 1.9 线粘弹性体的本构方程	(38)
§ 1.10 微分型本构方程和积分型本构方程的关系	(40)
§ 1.11 热流变简单材料, 时温叠合原理	(43)
§ 1.12 非线性粘弹性体	(45)
习题	(47)
第二章 线粘弹性问题及其解法	(49)
本章符号说明	(49)
§ 2.1 Laplace 变换	(49)
§ 2.2 微分型本构方程的讨论	(55)
§ 2.3 恒温、均匀、各向同性、准静态线粘弹性理论的基本方程	(60)
§ 2.4 弹性-粘弹性对应原理	(62)
§ 2.5 经典对应原理的适用范围和推广	(74)

§ 2.6	平面应力与平面应变蠕变柔量	(83)
§ 2.7	平面应力与平面应变松弛模量	(85)
§ 2.8	时间因子	(87)
§ 2.9	蠕变柔量与松弛模量之间的关系	(90)
§ 2.10	反演的简化,准弹性近似法	(93)
	习题	(96)
第三章 线粘弹性断裂力学		(98)
	本章符号说明	(98)
§ 3.1	引言	(99)
§ 3.2	粘弹性体裂纹前缘的应力、位移场	(100)
§ 3.3	常见流变模型的平面应变蠕变柔量 $C(t)$	(107)
§ 3.4	各种粘弹性裂纹体在恒定双轴载荷作用下的应力、位移场	(113)
§ 3.5	裂纹体的临界平衡条件	(116)
§ 3.6	裂纹稳定性条件	(122)
§ 3.7	裂纹的延迟失稳	(123)
§ 3.8	理论与实验的比较	(127)
§ 3.9	复合型裂纹问题	(129)
§ 3.10	粘弹性双梁、双板模型裂纹问题	(137)
§ 3.11	应用实例,混凝土坝墩裂纹问题	(141)
§ 3.12	本章小结	(145)
	习题	(147)
第四章 Volterra 积分方程		(149)
	本章符号说明	(149)
§ 4.1	第二类 Volterra 积分方程	(150)
§ 4.2	预解算子	(155)
§ 4.3	分指数函数及其渐近性质	(157)
§ 4.4	Rabotnov 分指数核在粘弹性理论中的应用	(161)
§ 4.5	有界算子,极值定理	(167)
	习题	(174)
第五章 粘弹性断裂理论		(176)

本章符号说明	(176)
§ 5.1 引言	(176)
§ 5.2 断裂模型与基本假设	(179)
§ 5.3 Boltzmann 原理,粘弹性体本构方程的积分算子形式	(183)
§ 5.4 Volterra 原理及其在求解粘弹性裂纹问题中的应用 ...	(190)
§ 5.5 裂纹扩展孕育期	(200)
§ 5.6 缓慢准静态亚临界扩展期第一阶段——过渡阶段	(207)
§ 5.7 缓慢准静态亚临界扩展期第二阶段——裂纹扩展基本阶段	(210)
§ 5.8 具有微小端区的张开型裂纹在粘弹性体中的扩展	(212)
§ 5.9 具有宏观裂纹的粘弹性板的寿命	(218)
§ 5.10 带裂纹的聚合物板寿命的确定及与实验的比较	(226)
§ 5.11 衰坏区应力非平均分布时粘弹性裂纹体的寿命	(228)
§ 5.12 本章理论在混凝土坝墩裂纹问题中的应用	(233)
§ 5.13 各向异性粘弹性体中裂纹的扩展	(238)
§ 5.14 本章小结	(242)
习题	(243)
第六章 热粘弹性理论与裂纹问题	(246)
本章符号说明	(246)
§ 6.1 能量平衡方程及熵产生率不等式	(247)
§ 6.2 基于 Helmholtz 自由能的本构方程的热力学推导	(255)
§ 6.3 基于 Gibbs 自由能的本构方程的热力学推导	(261)
§ 6.4 热力学限制	(265)
§ 6.5 热粘弹性理论的边值问题	(267)
§ 6.6 热粘弹性边值问题的解法,对应原理	(271)
§ 6.7 三维裂纹的热粘弹性问题	(272)
§ 6.8 热粘弹性非线性理论	(273)
习题	(280)
第七章 非线性热粘弹性断裂力学	(281)
本章符号说明	(281)
§ 7.1 引言	(283)

§ 7.2	裂纹扩展的数学描述	(285)
§ 7.3	普遍平衡定律	(287)
§ 7.4	整体平衡定律与局部平衡定律	(291)
§ 7.5	参考构形中的平衡方程	(299)
§ 7.6	经典断裂理论的热力学不相容性	(305)
§ 7.7	裂纹扩展条件	(306)
§ 7.8	本构公理, 含内变量的本构方程	(308)
§ 7.9	具有衰退记忆物质的本构方程	(320)
§ 7.10	积分型物质的本构方程	(333)
§ 7.11	非线性热粘弹性断裂力学的基本方程组	(336)
	习题	(342)
附录 I	时间因子	(344)
附表 I-1	标准线性体的时间因子(ν =常数)	(345)
附表 I-2	各种粘弹性体的时间因子(K =常数)	(345)
附表 I-3	各种粘弹性体的时间因子(一般情况)	(351)
附录 II	常用函数 Laplace 变换简表	(358)
附录 III	有关数学知识概要	(366)
	符号说明	(366)
§ III.1	集、映射、群	(367)
§ III.2	拓扑空间	(368)
§ III.3	赋范线性空间, Hilbert 空间	(370)
§ III.4	曲线坐标, 基矢量, 度量张量	(372)
§ III.5	坐标变换, 张量	(375)
§ III.6	张量代数	(376)
§ III.7	二阶张量与线性变换	(377)
§ III.8	二阶张量的特征值, 特征方向和不变量	(379)
§ III.9	协变导数, Christoffel 符号	(380)
§ III.10	张量场的绝对微分和绝对导数	(384)
§ III.11	Riemann-Christoffel 曲率张量, Riemann 空间	(385)
§ III.12	流形	(387)
§ III.13	挠率张量, 非 Riemann 空间	(389)

§ III.14	正交曲线坐标系与物理标架	(395)
§ III.15	圆柱面坐标系与球面坐标系	(397)
§ III.16	积分定理	(403)
§ III.17	一些常用公式	(404)
§ III.18	两点张量	(406)
附录 IV	理性连续统力学有关基础简介	(412)
参考文献	(420)

第一章 粘弹性体的本构方程

本章符号说明

$D = \frac{d}{dt}$	微分算子
\dot{e}	$\frac{de}{dt}$
s	应力偏量
e	应变偏量
η	粘度
τ_m, τ	平均松弛时间、松弛时间
τ_m^*, τ^*	平均延迟时间、延迟时间
t_s	折算时间
$j(\tau), L(\lg \tau)$	延迟时间谱、对数延迟谱
$g(\tau), H(\lg \tau)$	松弛时间谱、对数松弛谱
$E(t), G_1(t), G_2(t)$	单轴、切变、体变松弛模量
$D(t), J_1(t), J_2(t)$	单轴、切变、体变蠕变柔量
$\phi(t), \phi_1(t), \phi_2(t)$	单轴、切变、体变松弛核
$\phi(t), \phi_1(t), \phi_2(t)$	单轴、切变、体变蠕变核
$a(T)$	移位函数

§ 1.1 引言

本章讨论粘弹性体这类特殊物质的本构方程。本构方程是描述物质特性的方程，利用它可以一类物质与另一类物质区别开

来. 它描述物体中的应力或应力率与运动学变量, 如应变或应变率等各量之间的关系, 一般还涉及热力学变量, 如温度、熵等. 但本章只讨论等温情况下线粘弹性体的本构方程. 由于真实物质的力学性能是多样化的、很复杂的, 数学抽象只能在一定条件下反映某些主要的特性, 因而每一个本构方程只定义一种“理想物质”. 很好地选择理想物质可以作为真实物质的极好近似. 本章不打算像理性力学或流变学那样从基本公理出发广泛地讨论本构方程, 而是把注意力集中在粘弹性体上, 着重介绍从粘弹性模型理论出发导出微分型本构方程, 以及从 Boltzmann 叠加原理出发导出积分型本构方程. 由于粘弹性体与弹性体的基本方程的区别就在于本构方程的不同, 因而着重研究粘弹性体的本构方程是求解粘弹性问题的关键. 粘弹性体与线弹性体的本构方程虽然不同, 但在某种意义上具有相似性. 这种相似性正是求解线粘弹性问题的基础. 下面先复习一下熟知的线弹性体的本构方程——广义 Hooke 定律, 并将它表成便于比较的形式. 为书写的方便, 本书采用张量分量形式. 今后将 Descartes 坐标系 $\{x, y, z\}$ 、位移分量 (u, v, w) 、应变分量 $(\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \frac{1}{2}\gamma_{xy}, \frac{1}{2}\gamma_{yz}, \frac{1}{2}\gamma_{zx})$ 及应力分量^① $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx})$ 分别写成 $\{x_i; x_1, x_2, x_3\}$ 、 $\{u_i; u_1, u_2, u_3\}$ 、 $(\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, \epsilon_{12}, \epsilon_{23}, \epsilon_{31})$ 及 $(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{31})$ 的形式. 各向同性线弹性体的本构方程可以写成

$$\epsilon_{11} = \frac{1}{E} [\sigma_{11} - \nu(\sigma_{22} + \sigma_{33})] = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{11} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}),$$

$$\epsilon_{22} = \frac{1}{E} [\sigma_{22} - \nu(\sigma_{33} + \sigma_{11})] = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{22} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}),$$

$$\epsilon_{33} = \frac{1}{E} [\sigma_{33} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})] = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{33} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}),$$

^① 应力分量 σ_{ij} 的下标 j 表示该应力的作用面垂直于 x_j 轴, i 表示该应力方向平行于 x_i 轴. 本书采用的这个记法与别书不同, 请注意.