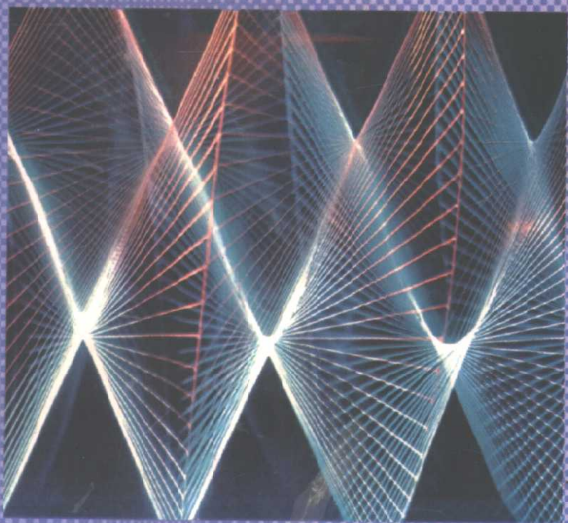




中学生精典文库

中华 数学之光

袁小明 胡炳生 刘逸 编著



湖南教育出版社

中华数学之光

袁小明 编著

责任编辑：吴 丹

湖南教育出版社出版发行

湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷一厂印刷

850×1168 毫米 32 开 印张：10.5 字数：270000

1999 年 6 月第 1 版 1999 年 6 月第 1 次印刷

印数：1—1000

ISBN 7—5355—2899—6/G·2894

定价：15.10 元

本书若有印刷、装订错误，可向承印厂调换

前 言

爱国，是我中华民族最深的情结。何以为之，惟民族精神是赖，而民族精神根源于优秀民族科学文化。中华民族优秀的科学文化是滋养民族生存，维系民族团结、推动民族进步与繁荣的精神力量。本书取名中华数学之光，很大程度上就是为了发扬我民族广博的数学成果和缜密的数学思想，进而弘扬传统科学文化精粹，并古为今用，在继承中发扬，在发扬中开创，开创中华文明更加光辉灿烂的未来。

中华数学不仅指它是由中华民族所独立创造的数学，更是指一种在内容和形式上都具有鲜明特色的东方思想及其哲学，尤其是独特的计算、推理、论证以及理论形式。由于表述方式的不同，让今天的人们去阅读和了解古籍中的中华数学是十分困难的，对中华传统数学的介绍通常由研究中国数学史的专家们来承担。半个多世纪以来，以李俨、钱宝琮、严敦杰为代表的前辈们利用现代数学概念及其表述方式对中华传统数学进行了发掘、整理和研究。取得了极其丰富的成果。70年代以后，这些成果得到了后人们很大的充实和提高，为我们了解光辉灿烂的中华数学宝库作出了积极的贡献。本书作为一种普

及读物，其内容大部分得益于为发掘、整理和研究中华传统数学的前辈及其后人。为了使本书有自己的特色，更为了让读者易于了解中华数学的成就及特点，我们把通常的以历史时期为线索的阐述办法改变成以介绍典型成果及其意义为主的编写体例，对典型成果的介绍不仅说明其含义及在整个数学发展史里的地位、作用，而且着重阐明它们的内涵，即思想方法及其对后世的影响。

本书由袁小明策划。由胡炳生撰写第一、第三编，刘逸撰写第二、第四两编，最后再由袁小明审读、统稿和修改。由于水平所限，书中的不足之处恐难避免，一些最新的研究成果也恐未能得以及时反映，谨此说明，并示谢意和谦意。

袁小明

1999 年 4 月

目 录

前 言

第一篇 发明于心灵深处.....	1
一、结绳、书契与数码.....	1
二、神奇的发明——用位置来表数.....	7
三、以不变求万变——《周易》.....	11
四、以小见大——筹与珠.....	16
五、干支纪年.....	21
六、规矩和勾股.....	25
七、河图、洛书与幻方.....	30
八、无形寓有形——黄钟起度.....	35
九、田忌赛马与对策论.....	39
第二篇 运筹帷幄 万邦之术.....	43
十、今有术——解比例之法.....	43
十一、盈不足术——解算题之法.....	49
十二、方程术——矩阵变形之法.....	56
十三、正负术——正负数运算之法.....	63
十四、垛积术——垛积求和之法.....	67
十五、招差术——内插计算之法.....	80
十六、大衍求一术——算同余之法.....	99
十七、重差术——测量之法.....	115
第三篇 智慧与谋略.....	132

十八、正方形中的学问——弦图·····	132
十九、“田”字中的几何·····	139
二十、用开方法解方程·····	148
二十一、圆周率春秋·····	155
二十二、祖暅原理·····	165
二十三、横看成岭侧成峰——贾宪三角·····	171
二十四、“天元”之妙·····	182
二十五、从“天、地”到“人、物”·····	189
二十六、“珠”之趣·····	198
二十七、是、非、曲、直·····	204
二十八、无限风光在险峰——无限、极限和积分思想·····	211
第四篇 世纪之星·····	217
二十九、新的起点·····	218
三十、明星闪烁·····	240
三十一、群星灿烂·····	268
三十二、走向辉煌·····	291

第一篇 发明于心灵深处

一 结绳、书契和数码

1.1 人类识数的艰难历程

在地球上，人类自诞生以来，大约已有几十万年的历史了。但数目字的出现，才只是 4000~5000 年前的事。

从幼儿识数的实例，可以大致想像人类识数的过程：从数觉，到数目，再到数码或数字。

所谓数觉，就是对物体数量的感觉：“有”或是“无”，“少”或是“多”。这种“有、无”、“多、少”的数觉，是原始人类在长期生产和生活实践中逐步萌发起来的。

处于“茹毛饮血”时代的原始人，以狩猎和野果采集为生。如果这一天他们捕到了野兽，或采到了能吃的野果，那么这一天他们就有了食物，就能继续生存下去；如果一连几天没有捕到野兽，或没有采到野果，那么他们就要挨饿，甚至受到死亡的威胁。因此，原始人较早地感觉到“有”或“无”的重要意义。

随着原始人类生产能力的提高，在食物基本有着的情况下，便对食物数量的感觉上有了“少”与“多”的区别。

动物学家通过实验发现，虽然某种鸟和黄蜂具有分辨“有、无”和“多、少”的能力，但多数动物，如狗、马等，却没有这种“数觉”。

进而，人们通过数(shǔ)数(shù)，对“多、少”再进行细分，逐步产生了数的概念——1, 2, 3。

数 1, 2, 3, 是极为抽象的概念, 早期人类要掌握它们, 十分不易。直到本世纪 50 年代前, 人类学家在澳洲土著人中调查发现, 一般成年人只能数到一、二、三, 能够数出“四”的极少, 能数出“七”的则一个也没有。从这里, 我们可以了解到原始人类学会数出“一、二、三”, 是多么地艰难。

1.2 从数数到记数

数数, 是一个对应的过程: 将要数的对象物与某类方便取用的东西, 比如手指, 一个对一个地配对。如果数完了羊的只数, 弯曲了三个手指, 那么羊的只数就是“3”。如果羊的只数多, 十个指头都用完了, 那么十个指头就是一个“人”; 剩下的再从一数起, 这就产生了进位的思想。

如果想把数数的结果记下来, 用手指来数就不行了; 因为手还要做别的事情, 不能老是保持一种姿势。于是聪明的人们, 想到用小石子, 或泥丸, 或小树枝等代替手指计数, 同时也可以利用它们记下数数的结果。美国一个考古队曾在伊拉克境内发现一个封口泥罐, 罐外画着一种牲畜, 内装 48 粒泥丸。这表示该罐主人曾经有这种牲畜 48 头。

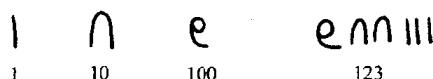
记数还有一种方便的办法, 就是刻画记号。比如说, 放羊时可以在赶羊的木棍上, 用刻痕来表示所放牧的羊的只数: 每一头, 刻一道痕; 痕印的数目就是羊的只数。

由刻痕逐渐演变成数码符号, 最后形成数字和数字系统, 这又不知过了多少个史前世纪。直到大约公元前 3000 年以后, 不同形式的记数符号和记数系统, 才先后在古埃及、巴比伦和古代中国等地出现。

在这一历史进程中, 各个民族依据自己所处的特殊环境, 各有创造。生活在北非尼罗河下游的古埃及人发明了象形文字和僧侣文, 用尼罗河盛产的纸草压成书写材料, 进行计算, 创造了著名的数学纸草书。生活在中亚两河流域的巴比伦人, 发明了契形

文字，将它刻在泥版上，创造了数学泥版文书。

古埃及象形文字中的数字符号：



巴比伦楔形文字中的数字符号：



生活在亚洲东部黄河、长江两大流域的中国的先民们，则以自己独特的方式，表现出了惊人的智慧，取得了超越埃及人、巴比伦人和其他民族的卓越成就。

1.3 从结绳到书契

我们的祖先和其他古代民族一样，在数字尚未产生之前，曾长期用实物计数，如石子、竹木棍之类数数、计数。但石子、竹木棍容易散乱和混淆，计数容易出错。后来改用结绳记事、记数。在植物纤维编的绳子上打结，每个结表示一个数，或一件事；大事或大数，打大结；小事或单个的“一”，打小结。

这种结绳计数的办法，不仅可以数数，而且可以把数数的结果记录下来，长期地保留下来。例如，每年用一根绳子打结记录当年所有羊的只数，可以比较逐年羊只数的多少。

结绳记事，传说是在伏羲时代，大约在旧石器时代晚期和新石器时代早期，年代已十分久远。今天虽然已找不到我国先民们结绳记事的实物，但我国的近邻——日本的琉球群岛的某些小岛，如首里、八重山列岛等，至今还存在着结绳记数的遗风。如图 1—1 所示^①，这是一个用苇草编成的记事绳把，伸出的小绳头表示所记数目，不同部位的绳头表示不同单位的数目；绳头打一个结，表

^① 引自梁宗巨《数学历史典》，辽宁教育出版社出版（1992），P7。

示大数“5”。绳把从上到下依次表示 3, 5, 6, 8, 5, 5, 可能是记录一件物品的价码：356 元 35 钱 5 厘。

南美洲印加古国也曾用过结绳记数。他们把打过结的记数绳叫做“基普”(图 1—2)。历史学家有一种观点认为，南北美洲的先民是亚洲移民的后裔。因此，古印加人结绳记数、记事的“基普”是起源于中国，也未可知。

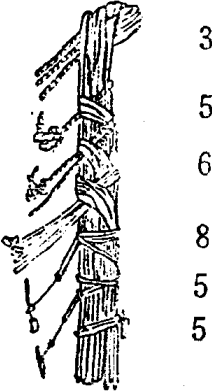


图 1—1

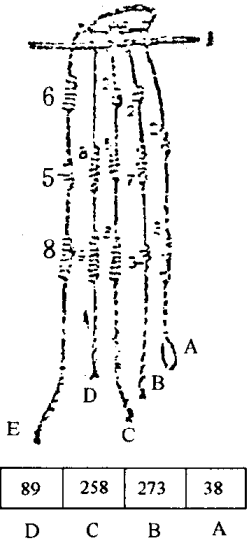


图 1—2

所谓“书契”，就是刻画。“书”是画痕，“契”是刻痕。从造字的意义也可以看出这一点：左边“丰”是刻画出血印，右边是“刀”——刻画的工具。

生活在一万多年前的“山顶洞人”，已能在骨管上磨刻记号记数：用小圆洞表示数目“一”，大圆洞表示“十”。这里已反映了十进制的思想(图 1—3)①。

在青海，出土一批带刻口的骨片，是原始社会晚期用于记事、

① 见李迪《中国数学简史》，辽宁人民出版社(1984)，P5—7。

记数的实物（图 1—4）。

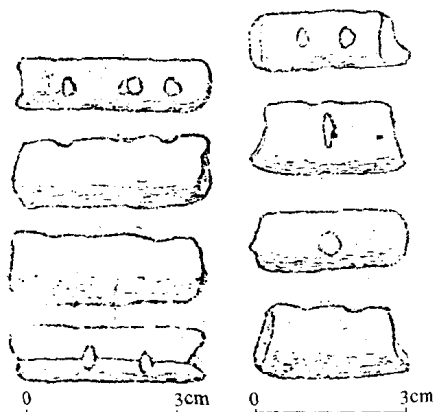


图 1—3

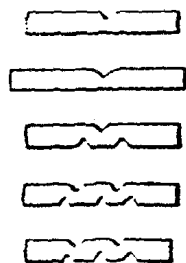


图 1—4

1.4 数字的出现

从刻画记数，很自然地过渡到刻画出数的符号，并进而创造出第一批数字。

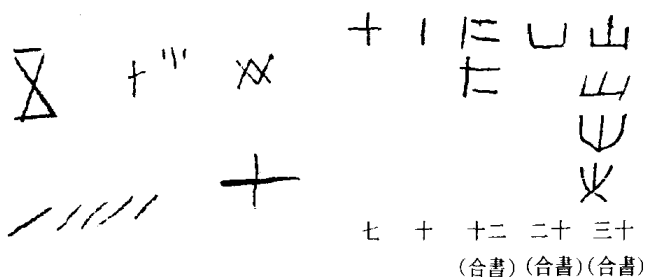
在西安半坡人的遗址(距今约 5000~6000 年)中,已发现陶器上的刻划的符号中有数字符号。如“X”(五)、“^”(六)、“十”(七)、“ㄣ”(八)、“|”(十)、“||”(二十)。在陕西姜寨出土的陶器上发现有数字符号“一”(一)和“川”(三十)。

在南方,距今 4000 多年前的上海马桥遗址和山东城子崖遗址出土的陶片中,也有一些数字刻符,其中有合书“U”(二十)、“ψ”(三十)等(图 1—5),这比半坡人前进了一步。

尤其值得注意的是,城子崖数字符号已接近殷商时代(公元前 14 世纪)甲骨文的数字系统。

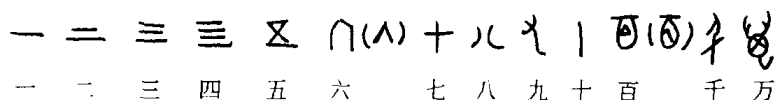
商代是我国奴隶制经济发展时期,社会文化形态由彩陶文化进入青铜文化。甲骨文和金文的出现,奠定了统一汉文字的基础。甲骨文中的数字与记数系统已日益定型化。这个记数系统由 13 个数字组成,采用“逢十进一”的十进制。

这里的数字,是世界上第一批真正意义上的数字,它们已不仅



a、上海马桥遗址出土陶器上的刻符 b、城子崖出土陶片上的数目字

图 1—5



是记数符号,而是有独立意义的字——数字。而在这之前的古埃及纸草书和巴比伦泥版书上的数字,则仅仅是记数符号,而不是数字。

利用这一记数系统,可以记很大的数,而且不会发生误会。例如“二千六百五十六”,写作“𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎”。其中“𠄎”(二千),“𠄎”(六百)、“𠄎”(五十)都是合文——单位数的倍数。

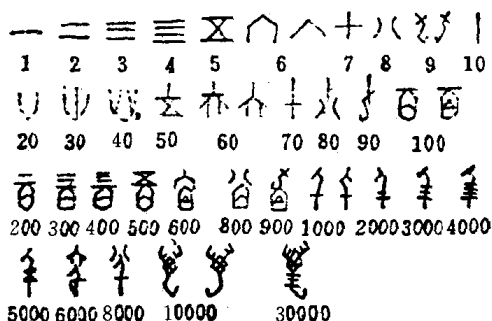
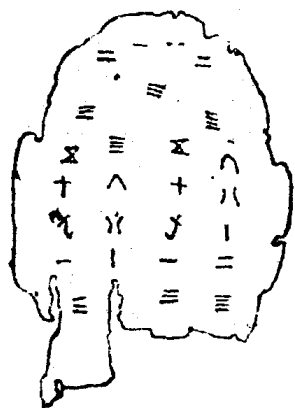


图 1—6'

图 1—7

二 神奇的发明——用位置来表数

用画一痕“一”或“|”来表示数1,是大多数古代民族都会做的。但若表示较大的数,这种办法显然是不行的;必须要有数的较大单位,采用进位制。但是选择哪一种进位基数,用什么办法来表示这较大单位的数,东西方各个民族却有很大的差异,大致有四种方法。

2.1 简单累进制

这种记数法的特点是：同一单位简单累加，达到较高单位时换一个的符号，不同单位用不同符号表示。

古埃及记数制是十进累加制,1、10、100、1000、10000、100000和1000000 分别用不同记号表示 (如图 2—1); 其他的数

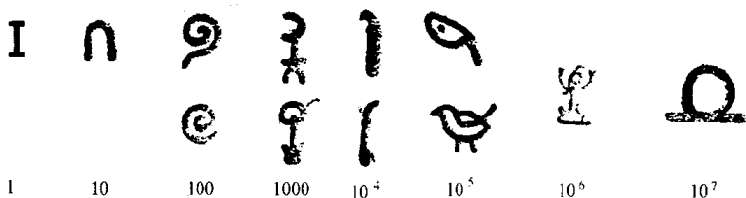


图 2—1

则用这些单位的累加来表示。例如，324 表示成

eeeeen IIII

罗马记数法是五进累加制。它用大写拉丁字母表示数的单位：

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

在表示其他数时，大单位在左、小单位在右表示累加；若大单位在右、小单位在左，则表示减去。如

VIII	IV	XIII	IX
8	4	13	9

1997, 则表示成

MDCCLXXXVII

或

MCMXCVII

这种记数法虽然简单易学, 但记数很笨拙, 一个稍大一点的数要用一长串符号来表示, 而且表示方法不唯一。除了一些特殊场合 (如钟表面上有时用罗马数字) 外, 这种记数法已被淘汰。

2.2 分级符号制

其特点是: 不仅不同的记数单位用不同的符号, 而且同一级中各数也用不同符号。

古希腊人的记数制就是这种方法: 希腊字母有 24 个, 再加三个借用符号共 27 个, 用头 9 个依次表示 1~9; 其次的 9 个依次表示 10~90; 最后的 9 个依次表示 100~900 (见图 2—2)。更大的数, 则再加别的记号。例如, 842 写成 ΩMB (大写) 或 ωμβ (小写)。8420 则表示成' ηνκ 或, ηνκ。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
个位	A	B	Γ	Δ	E	F	Z	H	Θ
	α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ
10 位	I	K	Λ	M	N	Ξ	O	Π	
	ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	
100 位	P	Σ	T	Υ	Φ	X	Ψ	Ω	
	ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	
1000 位	ια	ιβ	ιγ	ιδ	ιε		ισ	ιη	ιθ

图 2—3

这种记数法的唯一优点是记数形式简捷, 但是缺点很多。首先是要记很多数字符号, 其次是容易与一般拼写的文字混淆; 更为严重的是无法进行计算, 即使加减法也不行, 更不用说乘法和除法了。

正是由于这种落后的记数法, 阻碍了希腊数学中算法的进步。

埃及的僧侣文、阿拉伯字母记数法, 也都是这种分级符号制,

因此先后被历史所淘汰。

2.3 乘法累进制

其特点是不同单位用不同符号(数字),把同一单位的累加改进为单位的倍数(单位与倍数相乘)。中国传统记数法,就是典型的乘法累进制。这种记数法从甲骨文中即已形成,用九个位数及十、百、千、万四个高级单位数,即可表示出任何大数。例如3900,若按简单累进制,应写成“千千千百百百百百百百”,而中国乘法累进制则写成“三千九百”,多么简捷明了,多么聪明的办法!

殷商以后中国数字虽几经变化,但记数制度却始终未变。直到今天,我们的读数法和某些重要场合(如财务收据上)的记数法,依然采用这种方法。

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	万
𠄎	𠄎𠄎	𠄎𠄎𠄎	𠄎𠄎𠄎𠄎	𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎	𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎	𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎	𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎	𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎	𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎	𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎	𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎	𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10000

图 2—3

这种记数方法的优点,不仅是形式简便,更重要的是便于计算,便于转换成位值制记数法。中国古代记数法的发展正是这样。

2.4 位值制

如果在前一种乘法累进制中，将各数位上单位去掉、只留下倍数，就成了位值制记数法。例如在“一千九百九十七”中，把单位“千”、“百”、“十”去掉，就是“一九九七”（或 1997），这就成了位值制记数法。

十进的位值制，只需要十个不同的数码（数字），就能表示出一切的数：同一个数码在不同数位上，表示出不同单位的数，用位置来表示数。这是多么方便、多么聪明的办法呵！难怪马克思夸奖它是人类最美妙的发明。而这种发明权，应首先属于我们中国人的祖先。

早在西周初年（公元前 11 世纪），中国的先民们就从用蓍草占卜、演卦中得到启示，发明了用来演算的筹算（简称筹），用它来表数和计算。筹式数码有纵、横两种形式：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
纵式						⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥
横式	—	=	≡	≡≡	≡≡≡	⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥

筹式数字规定：个位、百位、万位上的数用纵式，十位、千位、十万位上的数用横式，纵横相间，以免发生误会；又规定用空位来表示零。例如 197 和 1907 筹式表示分别为

| ≡⊥ 和 —⊥⊥ ⊥

至迟到 13 世纪，中国数学家又明确地用“○”来表示零，从而使中国记数法完全位值化。

古代巴比伦人和南美洲的玛雅人也曾经使用过位值制记数法，但他们的位值制都是不完全的，而且都不是 10 进制的。巴比伦人记数系统是 60 进制，60 以内是简单累加制。玛雅人记数系统是 20 进制，20 以内也是简单累加制。

现以 1997 为例，比较一下古代各种记数法的优劣：

