

三阶法

大学课程学习与考研指导系列

信号与系统

学习与考研指导

陆哲明 赵春晖 编著
孙圣和 主审

- 重点/难点/考点
- 方法/技巧/提示
- 基础篇：学习课程的良好益友
- 提高篇：期末考试的得力助手
- 考研篇：考研复习的系统指导



 科学出版社
www.sciencep.com

内 容 简 介

本书为“21世纪大学课程学习与考研指导系列”之一。

全书分九章,第一章至第六章讨论连续时间信号与系统,第七章和第八章讨论离散时间信号与系统,第九章讨论状态方程与状态变量分析法。每章分为基础篇、提高篇和考研篇三部分。在基础篇中,根据各章的重点、难点和考点,选择了169道巩固练习题;在提高篇中,根据本科生期末考试复习的需要,精选了182道例题和249道习题;在考研篇中,根据考研实战的需要,精选了89道考研例题和119道习题。最后给出了两份期末考试题、两份研究生入学考试试题和一份模拟试题。书中例题有详尽解答,习题和试题都附有答案。

本书可作为电子信息、通信、控制、电气信息专业本科生期末考试及研究生入学考试的辅导教材(考研篇可使期末考生游刃有余,提高篇可使考研学生基础更扎实);也可作为教师的出题指南。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统学习与考研指导/陆哲明,赵春晖编著. —北京:科学出版社,2004

(三阶法大学课程学习与考研指导系列)

ISBN 7-03-012057-4

I. 信… II. ①陆…②赵… III. 信号系统—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第078852号

责任编辑:马长芳 李艳霞/责任校对:宋玲玲

责任印制:安春生/封面设计:陈敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004年4月第一版 开本:B5(720×1000)

2004年4月第一次印刷 印张:32

印数:1—4 000 字数:634 000

定价:38.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前 言

“信号与系统”是高等学校通信、控制、信号与信息处理等专业的一门重要的专业基础课，也是国内各院校相应专业的主干课程和考研课程。它主要讨论确定信号的特性，研究线性时不变系统的基本理论和线性系统的基本分析方法，包括连续时间信号与系统和离散时间信号与系统的时域分析与变换域分析，以及状态变量分析法。

要学好本课程和备战考研，必须加强习题训练，通过各种典型例题使初学者更好地消化本课程的基本理论，而求解一定数量各种类型的习题，则是学好信号与系统这门课程的不可缺少的有力手段，并通过求解历届的考题和模拟题的实战演练，达到考前的最佳状态。

全书分九章，第一章至第六章讨论连续时间信号与系统，第七章和第八章讨论离散时间信号与系统，第九章讨论状态方程与状态变量分析法。每章分为基础篇、提高篇和考研篇三部分。在基础篇中，列举了各章的重点、难点与考点，并选择一些基础的巩固练习，主要供学生上课时跟踪学习，或考试时的第一轮快速复习。提高篇则紧扣教学大纲，主要讲解例题，给出每道例题的求解思路，重点针对本科生平时的学习辅导以及针对期末考试给出难度适中的习题。考研篇则列举了实际的一些考研题或考研模拟题，为考研学生提供实战演练。本书根据各章的重点、难点和考点，选择了169道巩固练习题；根据本科生平时考试复习的需要，精选了182道例题和249道习题；根据考研实战需要，精选了89道考研例题和119道习题。附录分别列举了两份期末考试题、两份研究生入学考试题和一份模拟试题。例题有详尽解答，习题和试题附有答案。

本书第一章至第五章以及第九章由哈尔滨工业大学陆哲明教授编写，第六章至第八章由哈尔滨工程大学赵春晖教授编写。本书由哈尔滨工业大学孙圣和教授主审。在编写过程中得到了哈尔滨工业大学彭喜元教授和张毅刚教授的大力支持，并得到所在教研室的研究生和本科生的无私帮助，在此表示由衷的感谢。

本书可作为高等学校相关专业教师的出题指南和本科生期末考试及研究生入学考试的辅助教材。

限于水平，书中难免有不妥或错误之处，恳请读者指正。

编 者

2003年6月于哈尔滨工业大学

目 录

前言

第一章 信号与系统的基本概念	1
基础篇.....	1
第一节 重点、难点和考点.....	1
第二节 巩固练习.....	6
提高篇.....	8
第一节 习题精解.....	8
第二节 本章小结.....	24
第三节 习题精选.....	25
考研篇.....	31
第一节 考研试题精解.....	31
第二节 考研试题精选.....	36
第二章 连续时间系统的时域分析	38
基础篇.....	38
第一节 重点、难点和考点.....	38
第二节 巩固练习.....	42
提高篇.....	45
第一节 习题精解.....	45
第二节 本章小结.....	63
第三节 习题精选.....	64
考研篇.....	70
第一节 考研试题精解.....	70
第二节 考研试题精选.....	78
第三章 傅里叶级数和傅里叶变换	82
基础篇.....	82
第一节 重点、难点和考点.....	82
第二节 巩固练习.....	87
提高篇.....	90
第一节 习题精解.....	90
第二节 本章小结.....	111

第三节 习题精选	112
考研篇	120
第一节 考研试题精解	120
第二节 考研试题精选	125
第四章 连续时间系统的频域分析	130
基础篇	130
第一节 重点、难点和考点	130
第二节 巩固练习	133
提高篇	137
第一节 习题精解	137
第二节 本章小结	155
第三节 习题精选	156
考研篇	163
第一节 考研试题精解	163
第二节 考研试题精选	172
第五章 拉普拉斯变换	175
基础篇	175
第一节 重点、难点和考点	175
第二节 巩固练习	179
提高篇	180
第一节 习题精解	180
第二节 本章小结	195
第三节 习题精选	196
考研篇	199
第一节 考研试题精解	199
第二节 考研试题精选	207
第六章 连续时间系统的 s 域分析	210
基础篇	210
第一节 重点、难点和考点	210
第二节 巩固练习	214
提高篇	219
第一节 习题精解	219
第二节 本章小结	242
第三节 习题精选	243

考研篇	247
第一节 考研试题精解	247
第二节 考研试题精选	255
第七章 离散时间系统的时域分析	259
基础篇	259
第一节 重点、难点和考点	259
第二节 巩固练习	264
提高篇	266
第一节 习题精解	266
第二节 本章小结	288
第三节 习题精选	289
考研篇	293
第一节 考研试题精解	293
第二节 考研试题精选	303
第八章 Z 变换和离散时间系统的 z 域分析	306
基础篇	306
第一节 重点、难点和考点	306
第二节 巩固练习	313
提高篇	316
第一节 习题精解	316
第二节 本章小结	335
第三节 习题精选	336
考研篇	341
第一节 考研试题精解	341
第二节 考研试题精选	349
第九章 系统的状态变量分析	353
基础篇	353
第一节 重点、难点和考点	353
第二节 巩固练习	359
提高篇	363
第一节 习题精解	363
第二节 本章小结	388
第三节 习题精选	389
考研篇	395

第一节 考研试题精解.....	395
第二节 考研试题精选.....	410
哈尔滨工业大学 2002 年期末考试试题	413
哈尔滨工程大学 2002 年期末考试试题	418
清华大学 2001 年硕士生入学考试试题	420
北京航空航天大学 2002 年硕士生入学考试试题	422
研究生入学考试模拟题.....	425
参考答案.....	428

第一章 信号与系统的基本概念

基础篇

第一节 重点、难点和考点

一、重点

1. 信号及信号的分类

- (1) 了解信号、消息、信息和函数的概念。
- (2) 了解信号处理、信号传输和信号交换的概念和目的。
- (3) 掌握两种信号描述方法,即函数表达式描述(包括分段函数)和图形描述。
- (4) 理解确定信号与随机信号的概念;区分周期信号与非周期信号。了解下列两种信号的概念:伪随机信号是周期很长的确定信号;混沌信号是貌似随机而遵循严格规律产生的信号。
- (5) 掌握连续时间信号与离散时间信号的定义和描述方法,区分模拟信号、连续时间离散幅度信号、抽样信号和数字信号。
- (6) 区分能量信号与功率信号。注意除能量信号和功率信号外,存在既非能量信号又非功率信号。
- (7) 区分偶信号与奇信号。
- (8) 了解调制信号、载波信号与已调信号。了解一维信号与多维信号;了解实数信号与复数信号。

2. 典型连续时间信号和奇异信号

- (1) 了解实指数信号、双边指数脉冲和衰减单边指数信号的定义。注意时间常数对信号的影响。
- (2) 了解正弦信号、衰减正弦信号和复指数信号的定义。注意各个参数的含义及其对信号的影响。
- (3) 掌握抽样函数($\text{Sa}(t)$ 信号)的定义与特性,包括极值点和零点的位置以及重要的积分性质。
- (4) 了解高斯函数(钟型信号)的定义和积分特性。
- (5) 掌握单位斜变信号 $\gamma(t)$ 的定义,注意如何用它来表示延迟的单位斜变信号、截平的斜变信号和三角形脉冲信号。
- (6) 掌握单位阶跃信号 $u(t)$ 的定义,并用它来描述信号的单边特性或时间窗,例如延迟的阶跃信号、矩形脉冲信号 $R_r(t)$ 和对称矩形脉冲信号 $G_r(t)$ 。掌握

它与单位斜变信号的关系。

(7) 了解符号函数 $\text{sgn}(t)$ 的定义及其与 $u(t)$ 的关系。

(8) 掌握单位冲激信号 $\delta(t)$ 的狄拉克定义和广义极限定义。熟练掌握 $\delta(t)$ 的各种性质及其与 $u(t)$ 的关系。

(9) 利用三角脉冲的导数的极限来理解冲激偶信号 $\delta'(t)$ 的广义极限定义。熟练掌握 $\delta'(t)$ 的各种性质。

3. 连续时间信号的运算

(1) 熟练掌握横轴上的移位、反褶和尺度运算。

(2) 了解纵轴上的平移、翻转和倍乘运算。

(3) 了解微分和积分运算。理解微分作用在于突出图形的边缘轮廓,而积分作用在于削弱信号突变部分。

(4) 了解相加和相乘运算。

(5) 初步了解卷积(见第二章)和相关(见第三章)运算。

4. 连续时间信号的分解

(1) 掌握将信号分解为直流和交流分量的方法。了解交流分量平均值为 0 的特性及“平均功率 = 直流功率 + 交流功率”的结论。

(2) 掌握将信号分解为奇偶分量的方法。了解其奇偶特性、平均值特性及“平均功率 = 偶分量功率 + 奇分量功率”的特性。

(3) 了解将信号分解为冲激脉冲或阶跃信号分量的表达式。

(4) 了解信号的模、实部分量和虚部分量的关系。

(5) 了解信号内积的定义;了解正交、正交函数集和完备正交集的概念;掌握帕塞瓦尔方程和信号的正交分解。

5. 系统及系统的分类

(1) 系统、电路和网络的概念。

(2) 系统模型描述。数学表达式:微分方程、差分方程,状态方程。方框图:用相加、倍乘和积分三种基本单元描述。

(3) 区分连续时间系统、离散时间系统和混合系统。

(4) 区分即时(无记忆)系统和动态(有记忆)系统。

(5) 区分集总参数系统和分布参数系统。

(6) 重点掌握如何区分线性系统和非线性系统。

(7) 重点掌握如何区分时变系统和时不变系统。

(8) 重点掌握如何区分因果系统和非因果系统。

(9) 重点掌握如何区分稳定系统和不稳定系统。

(10) 区分可逆系统和不可逆系统。

(11) 了解反馈系统概念:输出端反馈并加入到系统输入端。

6. 线性时不变系统(LTI)(设激励为 $e(t)$,响应为 $r(t)$)

(1) 满足叠加性,即

$$e_1(t) \rightarrow r_1(t) \text{ 且 } e_2(t) \rightarrow r_2(t) \Rightarrow e_1(t) + e_2(t) \rightarrow r_1(t) + r_2(t)。$$

(2) 满足均匀性,即 $e(t) \rightarrow r(t) \Rightarrow ae(t) \rightarrow ar(t)。$

(3) 满足时不变特性,即 $e(t) \rightarrow r(t) \Rightarrow e(t-t_0) \rightarrow r(t-t_0)。$

(4) 满足微(积)分特性,即 $e(t) \rightarrow r(t) \Rightarrow \frac{de(t)}{dt} \rightarrow \frac{dr(t)}{dt}。$

(5) 线性时不变系统常用线性常系数微(差)分方程描述。

(6) 线性时不变系统未必就满足因果性。

(7) 若 $t < t_0$ 不存在激励,且 t_0 起始状态为 0,则线性常系数微分方程描述的系统满足因果性。

7. 系统分析与系统综合概念

(1) 系统分析:已知激励 $e(t)$ 和系统,求响应 $r(t)。$

(2) 系统综合:已知激励和响应,求系统。

(3) 关系:分析是综合的基础。

(4) 系统工程学:利用系统理论,设计和优化系统工程。

8. 系统分析方法

(1) 分析步骤:先建立数学模型,一般用框图或数学表达式描述;然后求解数学模型。通常已知数学模型和输入激励。

(2) 两种描述方法:输入-输出描述法和状态变量描述法。

(3) 三类分析方法:时域方法(经典、卷积、数值)、变换域方法(频域、复频域、Z域、FFT)和非线性方法(人工神经网络、遗传算法、模糊理论)。

二、难点

1. 区分能量信号和功率信号

(1) 连续能量信号满足: $E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt < +\infty$; 离散能量信号满足:

$$E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2 < +\infty。$$

(2) 连续功率信号满足 $0 < \bar{P} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 dt < +\infty$; 离散功率信号

满足: $0 < \bar{P} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{+N} |x(n)|^2 < +\infty。$

2. 对连续时间信号进行移位、反褶和尺度等综合运算

例如:由 $f(at+b)$ 到 $f(ct+d)$ 需经过哪些操作? 其中 a, b, c, d 均为常数。

3. 单位冲激信号的性质

首先需要掌握 $\delta(t)$ 的分配函数定义:赋予“检试函数” $\varphi(t)$ 以数 $\varphi(0)$, 即 $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\varphi(t)dt = \varphi(0)$ 的函数。延迟 t_0 的冲激函数 $\delta(t-t_0)$ 赋予“检试函数”

$\varphi(t)$ 以数 $\varphi(t_0)$, 即 $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_0)\varphi(t)dt = \varphi(t_0)$ 。掌握如下 10 条性质:

(1) 相加: $a\delta(t) + b\delta(t) = (a+b)\delta(t)$ 。

(2) 相乘: $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$, 注意: $\delta(t) \cdot \delta(t)$ 无意义。

(3) 反褶: $\delta(-t) = \delta(t)$ 。

(4) 尺度特性: $\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t) (a \neq 0)$ 。

(5) 抽样特性: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$ 。

(6) 时移抽样特性: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0)$ 。

(7) 卷积特性: $f(t) * \delta(t) = f(t)$; $f(t) * \delta(t-t_1) = f(t-t_1)$; $\delta(t) * \delta(t) = \delta(t)$; $\delta(t-t_1) * \delta(t-t_2) = \delta(t-t_1-t_2)$ 。

(8) 复合函数性质: 设 $f(t)=0$ 有 n 个互不相等的实根 t_1, t_2, \dots, t_n 且 $f'(t_i) \neq 0$, 则 $\delta[f(t)] = \sum_{i=1}^n \frac{1}{|f'(t_i)|} \delta(t-t_i)$ 。

(9) 积分特性: $\int_{-\infty}^t \delta(\tau)d\tau = u(t)$, $\frac{d}{dt}u(t) = \delta(t)$ 。

(10) 微分特性:

1) $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t)\varphi(t)dt = \delta(t)\varphi(t)|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\varphi'(t)dt = -\varphi'(0)$;

2) $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta^{(k)}(t)\varphi(t)dt = (-1)^k \varphi^{(k)}(0)$ 。

4. 冲激偶信号的性质

首先需要掌握 $\delta'(t)$ 的分配函数定义: 赋予“检试函数” $\varphi(t)$ 以数 $-\varphi'(0)$, 即 $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t)\varphi(t)dt = -\varphi'(0)$ 的函数。延迟 t_0 的冲激偶信号 $\delta'(t-t_0)$ 赋予“检试函数” $\varphi(t)$ 以数 $-\varphi'(t_0)$, 即 $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t-t_0)\varphi(t)dt = -\varphi'(t_0)$ 。掌握如下 4 条特性:

(1) 奇函数: $\delta'(-t) = -\delta'(t)$ 。

(2) 相乘: $f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$ 。

(3) 尺度: $\delta'(at) = \frac{1}{|a|} \cdot \frac{1}{a} \delta'(t)$ 。

(4) 卷积: $f(t) * \delta'(t) = f'(t)$; $f(t) * \delta'(t-t_0) = f'(t-t_0)$ 。

5. 用方框图表示微分方程

(1) 利用三种基本单元符号: 相加、倍乘和积分。

(2) 利用常系数线性微分方程的框图特点。

(3) 若方程右端(激励)有多项, 则可利用线性时不变系统的线性特性和时不变特性。

6. 系统的线性、时不变特性、因果性和稳定性判断
7. 线性时不变系统概念的应用

三、考点

1. 信号的分类

- (1) 区分模拟、连续时间离散幅度、抽样和数字信号。
- (2) 区分周期和非周期信号。
- (3) 区分能量和功率信号。
- (4) 区分奇信号和偶信号,证明相关性质。

2. 信号的描述

- (1) 用函数表达式(通常要用到 $u(t)$)表示波形图。
- (2) 已知信号表达式,画出波形图。
- (3) 已知某信号波形或表达式,画出乘奇异信号后的波形。

3. 求信号的周期、奇偶分量、交直流分量、能量或平均功率

- (1) 求信号的最小正周期。
- (2) 求信号的直流分量和交流分量。
- (3) 求出或画出信号的奇分量和偶分量。
- (4) 求信号的能量或平均功率。

4. 奇异信号的性质

- (1) 利用 $u(t)$ 的含义化简表达式或证明等式。
- (2) 利用 $\delta(t)$ 的各种性质化简表达式或证明等式。
- (3) 利用 $\delta'(t)$ 的各种性质化简表达式或证明等式。

5. 信号的尺度、移位、反褶、求导和积分运算

- (1) 已知原信号根据运算过程求结果信号。
- (2) 已知原信号和结果信号求可能的几种运算过程。
- (3) 求信号的取值区间随着运算的变化情况。

6. 系统的线性、时不变特性、因果性和稳定性判断

7. 系统框图与微分方程

- (1) 已知框图写出微分方程。
- (2) 已知微分方程画出相应框图。

8. 线性时不变系统特性及应用

- (1) 证明线性时不变系统的一些特性。
- (2) 已知某激励的响应,求该激励微分或积分的响应。
- (3) 已知两种激励的响应,求对线性组合激励的响应。

9. 信号的正交分解

- (1) 证明两个信号正交或其他正交特性。
- (2) 求信号的正交分解形式或某一正交分量。

(3) 分析信号正交分量与原信号之间的功率特性。

第二节 巩固练习

1. 信号与消息是内容与形式的关系,其中_____是_____的内容。

2. 画出下列信号的波形:

(1) $\left[1 + \frac{1}{2} \sin(\Omega t)\right] \sin(8\Omega t)$ (2) $[u(t) - u(t - T)] \sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$

(3) $(2 - e^{-t})u(t)$ (4) $u(t) - 2u(t - 1) + u(t - 2)$

3. 利用单位阶跃信号 $u(t)$ 表示如图 1-1(a)(b)(c) 所示的信号。

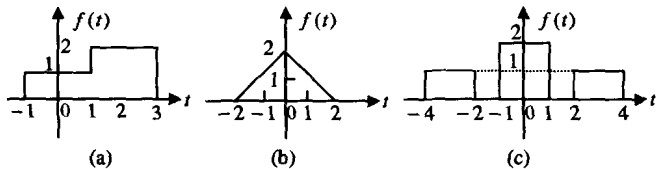


图 1-1

4. 判断下述论断是否正确:

(1) 若 $x(t)$ 是周期的, 则 $x(2t)$ 也是周期的;

(2) 若 $x(2t)$ 是周期的, 则 $x(t)$ 也是周期的;

(3) 若 $x(t)$ 是周期的, 则 $x\left(\frac{t}{2}\right)$ 也是周期的;

(4) 若 $x\left(\frac{t}{2}\right)$ 是周期的, 则 $x(t)$ 也是周期的。

5. 指出下列信号是否为周期信号? 若为周期信号, 其周期、直流分量和平均功率分别为多少?

(1) $x(t) = \cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$

(2) $x(t) = \cos \frac{\pi}{3}t + \sin \frac{\pi}{4}t$

(3) $x(t) = \sin^2 t$

(4) $x(t) = \cos t + \sin \sqrt{2}t$

(5) $x(t) = |\cos \omega t|$

(6) $x(t) = K(1 + \sin \omega t)$

6. 选择题: $e^{-|t|}$, $u(t+3)$, $\sin(\pi n)$, $\cos(4n)$ 分别是_____信号, 其中 n 为整数。

(A) 能量, 功率, 周期, 抽样

(B) 功率, 能量, 抽样, 非周期

(C) 能量, 功率, 数字, 数字

(D) 功率, 能量, 数字, 非周期

7. 判断下列信号是否是能量信号或功率信号, 或两者都不是?

(1) $x(t) = e^{-at}u(t)$, $a > 0$

(2) $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta)$

(3) $x(t) = tu(t)$

8. 奇信号乘偶信号为_____信号;两个奇信号的乘积为_____信号。

9. 证明下列等式:

$$(1) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} dt = 1 \quad (2) \delta(2t) = \frac{1}{2} \delta(t)$$

$$(3) \sin t \delta(t) = 0 \quad (4) t \delta'(t) = -\delta(t)$$

10. 已知连续时间信号 $f(t)$ 如图 1-2 所示, 画出下列信号波形图:

$$(1) f(t)u(1-t) \quad (2) f(t)[u(t) - u(t-1)]$$

$$(3) f(t)\delta\left(t - \frac{3}{2}\right)$$

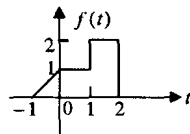


图 1-2

11. 计算下列各题:

$$(1) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2t} [\delta'(t) - \delta(t)] dt \quad (2) \int_{-\infty}^t e^{-2\tau} [\delta'(\tau) - \delta(\tau)] d\tau$$

$$(3) \int_1^2 (3t^2 + 1)\delta(t) dt \quad (4) \int_{-1}^1 (3t^2 + 1)\delta(t) dt$$

$$(5) 2t \frac{d}{dt} \left[\sin\left(2t - \frac{\pi}{6}\right) \delta(t) \right] \quad (6) \int_{-\infty}^t (1 - \tau) \delta'(\tau) d\tau$$

12. 已知连续时间信号 $x(t)$ 如图 1-3 所示, 画出如下信号波形图:

$$(1) x(t-2) \quad (2) x(2t) \quad (3) x\left(\frac{t}{2}\right) \quad (4) x(-t)$$

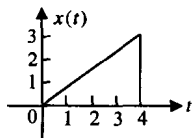


图 1-3

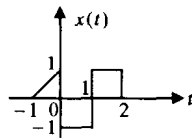


图 1-4

13. 已知信号 $f(t)$ 的波形如图 1-4 所示, 画出信号 $y(t) = \frac{df(t)}{dt}$ 和 $\frac{dy(t)}{dt}$ 的波形并写出其表达式。

14. 求出信号 $x(t) = e^{jt}$ 的奇分量与偶分量。

15. 将下列信号展成如下形式:

$$x(t) = x_1(t)[u(t-t_1) - u(t-t_2)] + x_2(t)[u(t-t_2) - u(t-t_3)] + \dots$$

要求给出信号 $x_1(t), x_2(t), \dots$ 最简单的解析表达式。

$$(1) x(t) = u(t+1) - 2u(t-1) + u(t-3)$$

$$(2) x(t) = (t+1)u(t-1) - tu(t) - u(t-2)$$

$$(3) x(t) = e^{-t}u(t) + e^{-t}[e^{(2t-4)} - 1]u(t-2) - e^{-4}u(t-4)$$

$$(4) x(t) = \cos t \left[u\left(t + \frac{\pi}{2}\right) - 2u(t-\pi) \right] + (\cos t)u\left(t - \frac{3\pi}{2}\right)$$

16. $1, x, x^2, x^3$ 是否是区间 $(0,1)$ 上的正交函数集?

17. 绘出下列系统的仿真框图:

$$(1) \frac{d}{dt}r(t) + a_0r(t) = b_0e(t) + b_1 \frac{d}{dt}e(t)$$

$$(2) \frac{d^2}{dt^2}r(t) + a_1 \frac{d}{dt}r(t) + a_0r(t) = b_0e(t) + b_1 \frac{d}{dt}e(t)$$

18. 选择题:连续时间系统的输入 $e(t)$ 和输出 $r(t)$ 满足 $r(t) = e(t)\cos(2t)$, 则该系统_____。

- (A) 无记忆、因果、时变、线性、稳定;
- (B) 有记忆、因果、时不变、非线性、不稳定;
- (C) 无记忆、非因果、时变、线性、稳定;
- (D) 有记忆、时不变、线性、稳定。

19. 某 LTI 系统,当激励 $e_1(t) = u(t)$ 时,响应 $r_1(t) = e^{-\alpha}u(t)$ 。试求当激励 $e_2(t) = \delta(t)$ 时,响应 $r_2(t)$ 的表示式(假定起始时刻系统无储能)。

20. 设 T 代表连续时间 LTI 系统,证明 $T[e^{\sigma t}] = \lambda e^{\sigma t}$ 。

21. 试给出一个满足均匀性而不满足叠加性的系统。

22. 系统的两种常见描述方法是什么? 它们各自有何特点?

提 高 篇

第一节 习题精解

1. 分别判断图 1-5 所示各波形是连续时间信号还是离散时间信号,若是离散时间信号是否为数字信号?

思路 and 技巧 根据时间离散性区分连续时间信号和离散时间信号,对离散时间信号根据幅度离散性区分抽样信号和数字信号。

解 图(a) $f(t)$ 为连续时间信号,因为该信号的时间取值是连续的。而且该信号是幅值连续的连续时间信号。虽然部分点幅值有所跳变,但从整体来看幅值是连续的。故 $f(t)$ 为模拟信号。

图(b) $f(t)$ 为连续时间信号,因该信号时间取值连续。但该信号是幅值离散的连续时间信号。

图(c) $f(t)$ 为离散时间信号,因该信号时间取值离散。而且该信号是幅值离散的离散时间信号,即数字信号。

图(d) $f(t)$ 为离散时间信号,因为该信号的时间取值是离散的。而且该信号是幅值连续的离散时间信号,即抽样信号。

图(e) $f(t)$ 为离散时间信号,因为该信号的时间取值是离散的。而且该信号是幅值离散的离散时间信号,即数字信号。

图(f) $f(t)$ 为离散时间信号,因为该信号时间取值是离散的。而且该信号是幅值离散的离散时间信号,即数字信号。

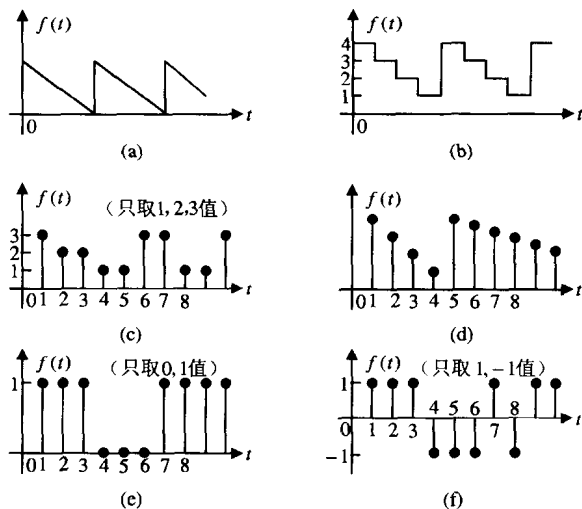


图 1-5

2. 确定下面的信号是否是周期的,如果是周期的,找出其基本周期并计算其直流分量。

(1) $\cos 2\pi t + \sin 5\pi t$ (2) $\cos 2\pi t + \sin 2t$

(3) $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n [u(t - nT) - u(t - nT - T)]$ (n 为正整数)

思路 and 技巧 前两题利用结论“设 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的基本周期分别为 T_1 和 T_2 , 则 $x_1(t) + x_2(t)$ 是周期信号的条件是 $\frac{T_1}{T_2} = \frac{k}{m}$ 为有理数 (k, m 为互素正整数), 其周期满足 $T = mT_1 = kT_2$ ”。最后一题则通过分析信号在不同区间内的取值情况来计算周期。利用公式 $\frac{1}{T} \int_0^T f(t + T) dt$ (或 $\frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} x(n)$) 计算直流分量。

解 (1) $\cos 2\pi t$ 的周期为 $T_1 = 1$, $\sin 5\pi t$ 的周期为 $T_2 = \frac{2}{5}$, $\frac{T_1}{T_2} = \frac{5}{2}$ 为有理数, 故 $\cos 2\pi t + \sin 5\pi t$ 为周期信号, 其周期为 $T = 2T_1 = 5T_2 = 2$ 。

(2) $\cos 2\pi t$ 的周期为 $T_1 = 1$, $\sin 2t$ 的周期为 $T_2 = \pi$, $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\pi}$ 为无理数, 故 $\cos 2\pi t + \sin 2t$ 不是周期信号。

(3) 容易证明该信号在区间 $(2kT, (2k+1)T)$ 内取 1, 而在区间 $((2k+1)T, (2k+2)T)$ 内取 -1, 即在 $2T$ 间隔内交替出现 1 和 -1, 故信号周期为 $2T$ 。

3. 求下列信号的能量和功率, 判断是否是能量或功率信号。

(1) $e^{-|t|}$ (2) $u(t+3)$ (3) $\text{Sa}(t)$ (4) $\text{sgn}(t)$ (5) $2e^{t^2}$

思路 and 技巧 先计算能量 E , 若为有限值则为能量信号。否则, 计算功率 \bar{P} , 若为有限值则为功率信号。否则, 两者都不是。

解 (1) 能量 $E = \int_{-\infty}^{+\infty} (e^{-|t|})^2 dt = 2 \int_0^{+\infty} e^{-2t} dt = -e^{-2t} \Big|_0^{+\infty} = 1$ 为能量信号, 其功率为 0。

(2) 能量 $E = \int_{-\infty}^{+\infty} (u(t+3))^2 dt = \int_{-3}^{+\infty} 1 dt = +\infty$ 为无穷大, 功率 $\bar{P} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}-3} (u(t+3))^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-3}^{+\frac{T}{2}-3} 1 dt = \frac{1}{2}$ 为功率信号。

(3) 能量 $E = \int_{-\infty}^{+\infty} (\text{Sa}(t))^2 dt = 2 \int_0^{+\infty} \frac{(\sin t)^2}{t^2} dt = \pi$ (这里需利用傅里叶变换的性质) 为能量信号, 其功率为 0。

(4) 能量 $E = \int_{-\infty}^{+\infty} (\text{sgn}t)^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} 1 dt = +\infty$ 为无穷大, 功率 $\bar{P} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} (\text{sgn}t)^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} 1 dt = 1$ 为功率信号。

(5) 既非能量又非功率信号。能量 $E = \int_{-\infty}^{+\infty} (2e^{t^2})^2 dt = +\infty$, 功率 $\bar{P} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} (2e^{t^2})^2 dt = +\infty$ 。

4. 设任意信号 $x(t)$ 的奇偶部分分别用 $x_o(t)$ 和 $x_e(t)$ 表示。证明:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x_o^2(t) dt + \int_{-\infty}^{+\infty} x_e^2(t) dt.$$

思路 and 技巧 充分利用奇信号和偶信号在对称区间内的积分特性求证。

证明 根据对称性容易证明奇信号满足: $\int_{-\infty}^{+\infty} x_o(t) dt = 0$ 。而奇信号与偶信号之积 $x_o(t)x_e(t)$ 为奇信号, 故 $\int_{-\infty}^{+\infty} x_o(t)x_e(t) dt = 0$ 。从而

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt &= \int_{-\infty}^{+\infty} x_o^2(t) dt + 2 \int_{-\infty}^{+\infty} x_o(t)x_e(t) dt + \int_{-\infty}^{+\infty} x_e^2(t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x_o^2(t) dt + \int_{-\infty}^{+\infty} x_e^2(t) dt \end{aligned}$$

证毕。

5. 求出图 1-6 所示各波形的函数表达式。

思路 and 技巧 充分利用单位阶跃信号 $u(t)$ 来描述分段函数。

解 (a) 该图相当于直线 $-\frac{1}{2}t + 1$ 和直线 $\frac{1}{2}t + 1$ 与横轴在区间 $[-2, 2]$ 内