FIXI ZHI DAO

初中数学

复习指导

湖南教育出版社

初中数学复习指导

陈贻泽
杨炳炎 胡曙初
周继军 张相君
编

湖南教育出版社

初中数学复习指导
陈贻泽
杨炳炎　胡曙初
周继军　张相君　编
责任编辑：孟实华
湖南教育出版社出版（长沙市展览馆路14号）
湖南省新华书店发行　湖南省新华印刷二厂印刷
1985年1月第1版　1985年1月第1次印刷
字数：160,000　印张：7.875　印数：1——752,000
〔湘教(84)14—6〕统一书号：7284·393　　定价：0.69元

出 版 说 明

我国古代教育家孔丘说："温故而知新"，讲的是复习的重要性。为了帮助初中同学更好地复习所学知识，我们编辑了一套复习指导丛书，计有政治、语文、英语、历史、地理、数学、物理、化学、生物等九个分册，供大家选择使用。

复习功课还要指导吗？要的，因为许多同学复习很不得法。有的复习抓不住重点，眉毛胡子一把抓，时间花了不少，效果却不显著；有的复习缺乏系统性，东一耙子西一扫帚，杂乱无章。我们编辑的这套复习指导，就是针对初中一些同学复习中常见的缺点毛病，给予必要的提示和建议，使大家少走弯路。在复习内容上，每本书都根据学科的不同，列有重点、难点。为吃透重点，排除难点，书中提供了大量的复习资料，但各有侧重，当略则略，当详则详，详略得当，要言不烦。在复习方法上，每本书都根据初中同学在学习中常出现的问题、易犯的错误，有的放矢地加强了某些基础知识和基本技能的训练，并且相应地提出了一些复习建议，供大家复习时参考。是故，名之为“指导”，以示与一般复习资料的不同。

目　　录

代　　数

平面几何

三　　角

绪论　怎样学好数学

数学这门自然科学来源于人类的实践，它是人类进行生产斗争和科学实验的工具。在向四个现代化进军的今天，每一个青少年都应当刻苦努力，争取学好数学。怎样才能学好数学呢？下面提出几点建议，供读者参考。

一、追本求源，弄清概念的实质

数学中的概念很重要，它是数学的基石。一切定理、公式、法则等，都是从基本概念发源而逐步推演出来的。因此，掌握基本概念，弄清概念的实质，是学好数学的首要环节。

例如"算术根"的概念，它的实质是什么呢？算术根的定义是："正数的正的方根叫算术根。"由于每一个正数都唯一存在一个正的方根；而负数没有正的方根，所以算术根的实质就在于两个"正"字。理解这一点，对于$a>0$时（正数），规定$\sqrt[n]{a}$（正的方根）为a的n次算术根（n是大于1的自然数），就不会模糊不清，也就不会出现"$\sqrt{81}=\pm 9$"或者"81的平方根等于9"这样的错误了。

二、抓住核心，系统地掌握数学知识

抓住知识的核心，就是抓住知识的重点。数学的系统性很强，数学命题不仅有一定的顺序，彼此间有一定的联系，而且

紧密地结合成一个整体。我们每学完一章以后，都要进行归纳总结，弄清知识的体系，抓住知识的核心，揭示基本规律，在理解的基础上，按概念、定理、公式及法则之间的内在联系归类记忆，单靠死记硬背是学不好数学的。

例如，在全等三角形这部分知识里，首先应明确全等三角形的定义，接着提出判定两个三角形全等的三个公理。把这三个公理统一起来认识：每个公理都有三个元素（其中至少有一边)对应相等，根据每一个公理的条件作成三角形，其形状和大小都是唯一确定的（这还可用剪纸叠合法来证明)，可见这些公理的关键性内容，就是每个公理的条件都能唯一确定三角形的形状和大小。既然三角形的形状和大小被确定了，那么三角形的每一条边、每一个内角以及其它的元素，如三条高、三条中线、三内角的平分线、内切圆的半径、外接圆的半径等也都被确定了，因而归纳出全等三角形的对应元素相等。同时，由全等三角形的公理还可直接推出判定两个直角三角形全等的三个定理。由此可见核心内容是全等三角形的三个公理。

在学完解三角形后，还可根据三角函数的定义以及由此建立的三角形边角关系式，由判定两个三角形全等的公理，联想得出解三角形的理论依据。一个三角形可解的条件，必须满足于这个三角形的形状和大小是唯一确定的这个前提，而这个前提就是三角形全等公理成立的条件。至于已知两边及其中一边的对角时，三角形的形状和大小就不是唯一确定的。弄清了这一点，对于要解此三角形必须进行讨论，其结论可能有一解或两解或无解的情况，就不会有什么疑难了。抓住重点，把知识

如此串通起来，系统联想，既认识到知识之间的相互联系，又抓住了认识过程中的主要矛盾，收效必然会大。

三、多想多练，总结解题方法

当前各种数学习题集很多，要学好数学确实要多做习题，但如何避免沉溺于题海，把握住正确的方向，从而收到事半功倍的学习效果，显然是十分重要的问题．首先应当明确：学数学毕竟不是为了做习题，做习题仅仅是掌握“双基”的一种手段．若题目只管做，做完就了事，只图数量，不求质量，则事倍功半，收益不大．在解题（尤其是一些有代表性的习题）之后应回顾思考一下，解这道题用了哪些概念、定理或公式，用了哪些方法，解题的关键在哪里，还有别的解法没有等等．在这个基础上，再进一步考虑这道题与过去哪些题有关联或有类似之处，然后将它们归纳加以对比，串联沟通，总结解题方法．对于做错了的题，尤其不能轻易放过．要仔细想想，错在哪里？为什么会错？要及时查漏补缺，从中吸取教训．经常做这项工作，对于提高观察分析能力，总结概括能力和逻辑推理能力是大有帮助的．

就我们解决问题的思维过程而言，特别要深刻理解和熟练掌握下面两种常用的基本方法．

一是**分析法**：

分析法是从问题的结论出发，一步一步探索下去，最后得出命题的已知条件．它的特点是从“未知”看“需知”，逐渐靠拢“已知”．我们把这种思维过程简称为“**执果索因**”．

例如：已知$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$，求证 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2$．

分析：要证 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2$

只要证　$a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=a^2+b^2+c^2$

只要证　$ab+ac+bc=0$

只要证　$\dfrac{ab+ac+bc}{abc}=0$

只要证　$\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{a}=0$

但是最后这个等式是已知的，而且上述每一个步骤都是可逆的，故反推上去，可推得等式：

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2\text{成立。}$$

二是**综合法**：

综合法是从已知条件出发，经过一步一步的逻辑推理，最后得到所要求的结论。它的特点是从“已知”看“可知”，逐步推向“未知”。我们把这种思维过程简称为“**由因导果**”。例如

已知　四边形四边之长为a、b、c、d。并且满足等式$a^4+b^4+d^4+c^4=4abcd$。求证　这个四边形是菱形。

证明　∵已知　$a^4+b^4+c^4+d^4=4abcd$

∴　$a^4+b^4+d^4+c^4-4abcd=0$

∴　$a^4+b^4-2a^2b^2+c^4+d^4-2c^2d^2+2a^2b^2+2c^2d^2-4abcd=0$

∴　$(a^2-b^2)^2+(c^2-d^2)^2+2(ab-cd)^2=0$　　(1)

但　$(a^2-b^2)^2\geqslant0$，$(c^2-d^2)^2\geqslant0$，$2(ab-cd)^2\geqslant0$，

故由 (1) 可知，只能有 $a^2-b^2=0$，$c^2-d^2=0$，

$ab-cd=0$，从而 $a^2=b^2$，$c^2=d^2$，$ab=cd$。　　(2)

又a、b、c、d都是正数，∴ $a=b$，$c=d$。

把$a=b$，$c=d$ 代入（2），得$b^2=c^2$，即$b=c$。

∴ $a=b=c=d$，故四边形为菱形。

综上所述，分析法和综合法都是探求和研究事物因果关系的两种不同方法，其思维过程的方向恰恰相反，各具特色。分析法的思维过程比较自然，容易找到解题途径；综合法的叙述形式比较简单，条理清晰，令人一目了然。解决较复杂的问题时，常常两种方法兼用，首先用分析法探求解题途径，然后用综合法叙述解题过程。

代　　数

第一章　实　　数

基　本　内　容

1. 我们学过的各种**数的意义和类别**，可用下面的数系表概括出来：

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\text{正整数（自然数）}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{array}\right\}\text{整数}\\ \left.\begin{array}{l}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{array}\right\}\text{分数}\begin{array}{l}\text{（有限小数或}\\ \text{无限循环小数）}\end{array}\end{array}\right\}\text{有理数}\\ \begin{array}{l}\text{无理数}\\ \text{（无限不循环小数）}\end{array}\end{array}\right\}\text{实数}$$

2. **自然数、偶数和奇数**　在一般情况下，分别可用n、$2n$和$(2n-1)$表示。

3. **有理数**　可用最简分数$\frac{p}{q}$来表示（q与p为互质数），整数可以看成分母是1的分数。

4.相反数　绝对值相等，符号不相同的两个数叫做互为相反数．零的相反数是零．

5.倒数　其乘积等于1的两个实数叫做互为倒数．零没有倒数．

6.绝对值　正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零．

7.数轴　规定了方向、原点和长度单位的直线叫做数轴．对于任何一个实数在数轴上都有唯一的一个点和它对应；反过来，在数轴上的任何一个点，都有唯一的一个实数和它对应．因此，实数集合与数轴上点的集合成一一对应关系．

例如　在数轴上显示出$\sqrt{6}$的对应点A．如图1—1.1．

绝对值相等、符号相反的两个实数在数轴上的两个对应点，关于原点对称．因此，实数的绝对值在数轴上就是表示这个实数所对应的点与原点的距离．

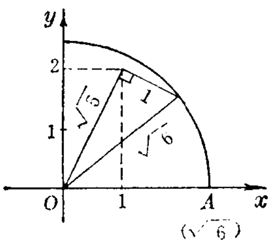

图1—1.1

8.实数大小的比较

(1) 在实数集合中：

① 两个正数中绝对值大的正数较大；

② 任何正数都大于零；

③ 任意正数都大于任意负数；

④ 零大于任何负数；

⑤ 两个负数中，绝对值大的负数反而小，绝对值小的负数反而大．

（2）如果结合数轴上的点来比较实数的大小，那么右边的点所表示的数总大于它左边的点所表示的数。

9.算术根 一个正数的正的n次方根叫做n次算术根，记作$\sqrt[n]{a}$（$a>0$）。零的算术根是零。

当$n=2$时，$\sqrt{a}$（$a>0$）表示a的算术平方根。应熟练掌握：

$$\sqrt{m^2}=|m|=\begin{cases} m & （当m>0时）\\ 0 & （当m=0时）\\ -m & （当m<0时）\end{cases}$$

10.实数的运算

（1）六种基本运算 加、减、乘、除、乘方、开方。必须特别注意，负数开偶次方在实数范围内是没有意义的。

（2）实数的运算定律

①加法交换律 $a+b=b+a$

②加法结合律 $(a+b)+c=a+(b+c)$

③乘法交换律 $ab=ba$

④乘法结合律 $(ab)c=a(bc)$

⑤乘法对加法的分配律 $(a+b)c=ac+bc$

（3）实数的运算顺序

加与减是低级运算，乘与除是中级运算，乘方与开方是高级运算。它们的运算顺序是：

① 算式中没有括号时，在同级运算中，应从左至右依次进行运算；在异级运算中，先进行较高级的运算，后进行较低级的运算。

② 算式中有括号时，先计算小括号内的算式，次计算中

括号内的算式，后计算大括号内的算式。必要时，也可先去掉括号，再计算。

11. 近似计算的有关概念

（1）准确数与近似数　表示量的准确值的数叫做准确数，表示量的接近值的数叫做近似数。

（2）近似数的取法　根据问题要求的精确度，用四舍五入法。

（3）近似数的有效数字的个数　从它最左边的不是零的数字算起，到最后一位要保留的数字为止，一共有几个数字，就说这个近似数有几个有效数字。

解题方法示例

例1　下列各实数中，哪些是有理数？哪些是无理数？并把各实数按由小到大的顺序用不等号连接起来。

$-\pi$，　-3.14，　0　$\sqrt{10}$，　$\dfrac{79}{25}$。

解　-3.14，0和$\dfrac{79}{25}$是有理数，$-\pi$ 和$\sqrt{10}$是无理数。

$\because$　$-\pi=-3.1415\cdots\cdots$，　$\sqrt{10}=3.1622\cdots\cdots$

$\dfrac{79}{25}=3.16$

$\therefore$　$-\pi<-3.14<0<\dfrac{79}{25}<\sqrt{10}$

例2　计算　$4.75+\left(-\dfrac{6}{5}\right)^2\times2\dfrac{3}{14}\div\left(-\dfrac{3}{5}\right)^3-0.75$

解 原式 $=(4.75-0.75)+\frac{36}{25}\times\left(-\frac{125}{27}\right)\times\frac{31}{14}$

$$=4-\frac{310}{21}=-10\frac{16}{21}$$

说明：为了简化运算过程，可以利用运算定律，变更运算顺序。

例3 计算 $\left|\frac{8}{-3^2}\right|+\left\{\frac{\left|\frac{4}{5}\right|}{0.8}-\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^4-\left(\frac{3}{-4}\right)^3\right]\div\frac{1}{(-2^4)}\right\}$

$$\div\left[\frac{-5}{(-2)^2}+\frac{(-1)^{15}}{16}\right]$$

解 原式 $=\frac{8}{9}+\left\{1-\left[\frac{1}{16}+\frac{27}{64}\right]\times(-16)\right\}\div\left[\frac{-20-1}{16}\right]$

$$=\frac{8}{9}+\left\{1-\frac{31}{64}\times(-16)\right\}\div\left[-\frac{21}{16}\right]$$

$$=\frac{8}{9}+\frac{4+31}{4}\times\left(-\frac{16}{21}\right)$$

$$=\frac{8}{9}+\frac{35}{4}\times\left(-\frac{16}{21}\right)$$

$$=\frac{8}{9}-\frac{20}{3}=-\frac{52}{9}=-5\frac{7}{9}$$

例4 当n是哪些自然数时，$m=\frac{3n^2+10}{n}$是整数？并把它们的对应值列成一表。

解 $m=\frac{3n^2+10}{n}=3n+\frac{10}{n}$

要m是整数，必须n能整除10，因此n的值只能是1、2、5、

10。

m与n的对应值表：

n	1	2	5	10
$m=3n+\frac{10}{n}$	13	11	17	31

例5 化简 $|a-4|+a-4$

解 当$a\geq4$时，原式$=a-4+a-4=2a-8$

当$a<4$时，原式$=4-a+a-4=0$

例6 化简$\frac{|x-2|}{x-2}-\frac{x-6}{\sqrt{(x-6)^2}}$，已知$2<x<6$

解 $\because$ $2<x<6$，$\therefore$ $x-2>0$，$x-6<0$

$\therefore$ $|x-2|=x-2$，$\sqrt{(x-6)^2}=-(x-6)$

原式$=\frac{x-2}{x-2}-\frac{x-6}{-(x-6)}=1+1=2$

说明：化简上面二题的关键在于合理地脱掉绝对值的符号和去掉根号。

小结与练习

本章主要学习实数集合内各种数的概念，数的大小比较，运算性质和运算定律。其中有理数的运算是学习以后各种数学知识的基础，它是本章的重点。本章的难点是无理数的概念。

在学习本章时，要注意以下几点：

1.正确理解各种数（自然数、整数、分数、有理数和实数）的定义及有关概念。