

航空燃气涡轮发动机 零件的弯曲振动

[苏联] K. A. 克留科夫、Д. B. 赫洛宁著



国防工业出版社

航空燃气涡轮发动机 零件的弯曲振动

〔苏联〕K. A. 克留科夫、Л. B. 赫洛宁著

施振东、張行譯



国防工业出版社

1964

目 录

序言	3
航空燃气涡轮发动机轉子和机匣的耦合 弯曲振动	5
軸和盘的联合弯曲振动	74

序 言

本文集包括两篇有关研究燃气渦輪发动机零件振动的論文。

在技术科学副博士、副教授 K. A. 克留科夫 (K. A. Крюков) 的論文中，研究了关于渦輪噴气式发动机轉子和机匣耦合振动的非常重要的問題。

燃气渦輪发动机的临界轉速是不能在轉子的支座是絕對剛性的假定下来研究的。因为，实际上轉子支座是柔性的，同时还有轉子和机匣的耦合振动，这都严重地影响到临界轉速的数值。

本文是以前发表的克留科夫論文 (莫斯科航空学院文集，第 55 册，国防工业出版社，1956) 的发展。在本文中，与以前相同，采用了动力柔度法和列表計算法，并且引进了递推公式来計算发动机机匣和轉子的切力、弯矩、挠度和挠曲軸切綫傾角的大小。文中給出了推导和計算轉子和机匣耦合振动方程用的簡图，这些簡图可用来求得考虑机匣柔度时的临界轉速。

在技术科学副博士、副教授 Д. В. 赫洛宁 (Д. В. Хролина) 的論文中，研究了軸和盘的联合振动。通常在研究临界轉速时，盘被看作是絕對剛性的。实际上在軸的振动和进动中，要发生盘的弯曲振动。

必須注意到減輕航空发动机重量的要求，使压气机及渦輪的盘必須做得較薄。由于这些盘的振动，它对軸的作用远不像不变形的剛性盘那样，因此，不考虑盘的柔性的所有計

算方法，可能带来本质性的误差。另一方面，在研究輪盘振动的論文中，这些振动是和軸分开来研究的，实际上，作为彈性体的輪盘，只可能与軸一起振动。

这样一来，不仅盘影响軸的振动，同时盘本身的振形与頻率也与軸的振动有关。本文推导了盘和軸的弯曲振动方程式并給出了它們联合弯曲振动的計算方法。

作者利用了动力剛度方法，它显著地簡化了复合系統的計算。文中列出了軸——盘模型的实验工作数据，并給出了两个計算例題。

本文集的論文对科研机关和設計单位工作人員以及有关专业的学生和研究生可能是有意义的。

Г. С. 斯庫巴切夫斯基

航空燃气渦輪发动机轉子和机匣的 耦合弯曲振动

K. A. 克留科夫

引 言

不久以前，临界轉速通常还是在剛性支座的假設和不計机匣柔度的情况下求定的。这种計算，适宜于以往的固定式动力装置，而对于現代航空燃气渦輪发动机系統來說是不合适的。按照以往的研究方法所計算的結果，也就是根据剛性支座确定的临界轉速，通常与发动机試車时出現的临界轉速迥然不同。

要最大限度地減輕航空燃气渦輪发动机的重量，不仅有賴于減輕发动机轉子零件的重量，而且还要依靠減輕渦輪和压气机机匣的重量来实现。減輕机匣結構的重量，会使得航空渦輪发动机机匣的橫向剛度变得等于甚至小于轉子的剛度。

在上述条件下，不能局限于孤立地探討位于剛性支座上的轉子振动，必須研究轉子和机匣的耦合振动，并且不仅要确定出基頻的，而且要确定高頻的共振状态，因为它們可能落入发动机的工作轉速範圍內。

苏联学者納坦俊 (В. Я. Натанзон)^[1]，季緬特別尔格 (Ф. М. Диментберг)^[2]，奥古列奇尼柯夫 (А. Н. Огуречников)^[3]，古洛夫 (А. Ф. Гуров) 等的著作和报告，論述过航空燃气渦輪发动机轉子和机匣的联合振动問題。在国外的著

作中值得提到的有威尔逊 (T. S. Wilson)^[8] 及邓肯 (W. J. Duncan)^[9] 的著作。

本文研究燃气涡轮发动机转子和机匣存在耦合振动时固有频率和共振转数的计算问题。第一节介绍计算简图的构成，第二节导出航空涡轮发动机转子—机匣—悬挂系统的固有振动频率方程式。

应用动力柔度法，有可能将燃气涡轮发动机复合系统分为两个比较简单的复合系统：转子和机匣。利用结构力学的方法，可以很简单地建立诸支座处的变形协调方程式。

使这些方程组的行列式为零，就可以得到航空燃气涡轮发动机转子—机匣系统的频率方程式。

第三节导出了确定系统中任意点的横向位移、切线倾角、弯曲力矩和横向力诸量的递推公式，运用递推公式，有可能根据前一点诸量的数值，计算任意点诸量的数值。在本文中还研究了一个最简单的双支座转子耦合振动的例子，并且在这个例子中建立了某些一般原理。最后一节论述确定转子和机匣动力柔度的方法。

§1 计算简图

在着手研究航空燃气涡轮发动机转子—机匣—悬挂系统振动之前，必须用相当的计算简图（图1）来代替真实的系统。

今后本文采用的计算简图，是由发动机轴或其机匣各弹性段相互约束的集中质量所组成的。这些段的质量，系分布在各邻近集中质量之间，或者，在某些场合下，把这些弹性段看作是具有分布参数（质量和弹性）的系统元件。为了

获得最简单和最方便的分析计算简图，应该使简图中集中质量的个数是最少的，同时对于确定接近真实情况的频谱而言，其个数又是足够的。按照上述观点，可以对燃气涡轮发动机

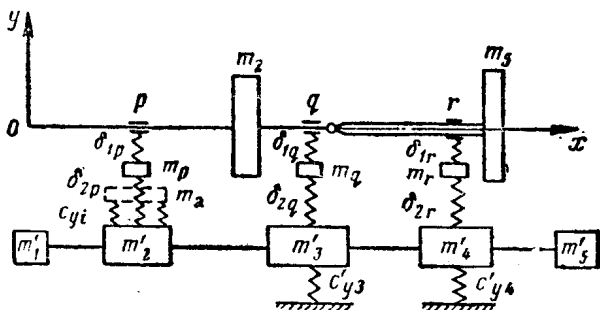


图1 三支座转子燃气涡轮发动机系统的计算简图：

m_2 和 m_5 —压气机转子和涡轮转子的质量； $m'_1, m'_2 \dots m'_5$ —各部分机匣质量； m_a —附件箱的质量； m_p, m_q, m_r —轴承座的质量； $\delta_{1p}, \delta_{1q}, \delta_{1r}$ —滚动轴承的柔度； $\delta_{2p}, \delta_{2q}, \delta_{2r}$ —各腹板、支柱和壳体的局部柔度所组成的总柔度。

的元件采用下述简化方法。

在大多数场合下，对于近代燃气涡轮发动机的离心式压气机转子，可用一个质量来代表。并且，对于轴流式压气机的盘鼓式转子，也总是采用同样的简图。如果压气机的转子是由安装在轴上的一系列的单盘所组成，则应该采用多质量的计算简图^[3]。燃气涡轮的转子，通常可用一个集中质量的系统来表示，这个集中质量位于具有分布质量的长轴的末端。

在某些情况下，当采用薄盘时，不能把它当作是绝对不变形的刚体。必须计及盘的柔度，并且将它视为具有分布参

数[●]的物体。

机匣的质量通常集中在通过转子支座的截面处（参看图 1）。机匣质量包括轴承座，附件及其传动机构，压气机、涡轮、烧燃室部分壳体等等的质量。

进口扩压器和带有尾喷筒的延伸管，可按计算简图（参看图 1）的前部（左段）和后部（右段）分别用集中质量来代表。在进口扩压器采用短而轻的套管形式的场合下，可以近似地把它的质量附加到第一个支座下的质量上去，加到第一支座下的套管质量可按热托米尔斯基（В. К. Житомирский）推导的如下公式来确定：

$$m'_H = \frac{m_H}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_H^2}}, \quad (1)$$

$$\text{式中} \quad \omega_H^2 = \frac{1}{0.3 m_H \delta_H}, \quad (2)$$

m_H ——套管的质量；

δ_H ——套管的横向柔度，或者是由作用在套管（右端固定）左边自由端处的单位力所引起的挠度；

ω ——经过折算后的频率。

在具有不可调节尾喷管的轻型排气管的情况下，对系统的右端（参看图 1），同样可按公式（1）以附加到涡轮后支座下面的机匣上的某种质量，近似地代替系统中排气管的质量。当然，在公式（1）和（2）中，这时必须以排气系统中相应的质量 m_a 和柔度 δ_a ，代替套管的质量 m_H 及其柔度 δ_H 。在公式（1）中，若

● 参看本文集中 В. Б. 赫洛宁的著作。

$$\left. \begin{array}{l} \text{比值} \\ \frac{\omega^2}{\omega_{H1}^2} \ll 1, \\ \text{則质量之值} \quad m'_H \approx m_H. \end{array} \right\} \quad (3)$$

換言之，在短而輕的套管或者排氣管具有很大橫向剛度的場合，可以將系統這些段的质量，分別地附加到壓氣機前支座和渦輪後支座處的质量上去，而不會有大的誤差。機匣系統經過這些簡化後，在計算簡圖中，就可用三個集中质量來代表了。

導向器和軸流式壓氣機機匣的重量，可按靜力學法則，近似地用兩個在壓氣機前支座和後支座處的集中載荷代替。在需要較精確計算的場合下，壓氣機的機匣可以用等截面段代替，在該段上有沿其長度分布的導向器及壓氣機機匣的质量。燃燒室的质量，按靜力學法則，近似地分為兩部分：一部分集中於壓氣機後支座處，而另一部分則在渦輪支座處，渦輪支座處包括有燃氣收集器、渦輪導向器、承力復板、軸承座的重量以及尾噴管的部分重量。

現在來較詳細地研究一些附件或附件箱的质量。通常，附件是固定在發動機機匣靠近前支座或中支座處。在一般計算簡圖上，附件质量 m_{ai} 以彈性固定的方式連接到機匣的第 i 個质量上去，該彈性固定在簡圖上用彈簧來代替，沿着 Oy 軸的方向彈簧具有剛度 c_{yi} ，相對於 Oz 軸綫方向則為 c_{zi} 。我們來研究质量 m_{ai} 沿 Oy 軸的振動。設機匣的第 i 個质量按以下規律振動：

$$y_i = A_i \cos \omega t_0. \quad (4)$$

根據牛頓第二定律，质量 m_{ai} 沿 Oy 軸方向的運動方程式為

$$\ddot{y}_{m_{ai}} = -c_{yi}(y - y_i). \quad (5)$$

质量 m_{ai} 的强迫运动表达式应为

$$y = A \cos \omega t_0. \quad (6)$$

将此表达式以及方程式 (4) 代入式 (5), 求得

$$A = \frac{A_i}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ai}^2}}, \quad (7)$$

此处

$$\omega_{ai} = \sqrt{\frac{c_{yi}}{m_{ai}}}.$$

通过弹性固定傳到机匣上的力与作用在质量 m_{ai} 上的力, 大小相等方向相反。根据方程式 (5), 該力为

$$Y_{ait} = c_{yi}(y - y_{ai}) = -m_{ai}\ddot{y}, \quad (7, a)$$

或者, 按式 (4) 和 (7), 則为

$$Y_{ait} = \frac{m_{ai}\omega^2}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ai}^2}} A_i \cos \omega t_0.$$

采用

$$m'_{ai} = \frac{m_{ai}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ai}^2}}, \quad (8)$$

記号后得到

$$Y_{ait} = m'_{ai}\omega^2 A_i \cos \omega t_0. \quad (9)$$

在时间为

$$t_{1n} = \frac{2\pi n}{\omega} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

时, 附件的慣性力, 按公式 (9) 可具有自己的最大值如下:

$$Y_{ait} = m'_{ai}\omega^2 A_{i0} \quad (10)$$

由此表达式得出: 当弹性固定的附件箱振动时, 傳至机匣上

的力正好代表附件折合质量的惯性力，該附件折合质量附加在安装附件箱的机匣质量上（参看图1）。

研究附件质量沿 Ox 軸綫方向的振动以后，可以认为

$$\left. \begin{aligned} x_i &= B_i \sin \omega t, \\ z &= B \sin \omega t, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

和沿 Oy 軸振动的情况一样进行处理后，我們求得

$$\left. \begin{aligned} Z_{ai} &= m''_{ai} \omega^2 B_i; \\ m''_{ai} &= \frac{m_{ai}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ai}^2}}; \\ \omega_{ai}^{\prime 2} &= \frac{c_{zi}}{m_{ai}}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

和

根据表达式（8）和（12），我們察覺，折合质量的大小随振动頻率 ω 的改变而变化。如果

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega^2}{\omega_{ai}^2} &\ll 1, \\ m'_{ai} &\approx m_{ai} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

則

当下面两条件之一存在时，上面的关系是正确的，

$$\left. \begin{aligned} \omega &\rightarrow 0, \\ \omega_{ai} &\gg \omega. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

根据公式（7），当将附件固定到机匣上的零件具有很大的刚性时，后一不等式是存在的。

如果

則

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \omega_{ai} \\ m_{ai} &= \infty_0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

在这种情况下，机匣上固定附件处形成了振动节点。此时，弹性安装的附件箱起了和动力减震器⁽⁶⁾一样的作用。

当

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega^2}{\omega_{ai}^2} &\rightarrow \infty, \\ m'_{ai} &\rightarrow 0. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

然而，由附件方面傳到机匣上的力并不趋于零，根据表达式(7)和(7,a)，此力可用以下公式确定

$$\left. \begin{aligned} Y_{ai} &= C_{yi} A_i, \\ Z_{ai} &= c_{ai} B_{i0} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

在图1上用符号 m_p , m_q 和 m_r 表示的轴承座质量，和附件质量一样，可以折合成相应的机匣基本质量。轴承座折合质量的大小为

$$m_{ki} = \frac{m_i}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ki}^2}}, \quad (18)$$

式中

$$\omega_{ki}^2 = \frac{1}{m_i \delta_{2i}}$$

和

$$i = p; q; r;$$

δ_{2i} ——轴承座、腹板、支柱以及壳体等零件的总柔度，

或者由单位徑向力引起的这些零件的总变形。

如果

$$\frac{\omega^2}{\omega_{ki}^2} \ll 1, \quad (19)$$

$$m_{ki} \approx m_{i0}$$

則

当然，上述确定集中折合质量大小的簡图总是近似的。严格說来，对于每一个自由波形，必須形成自己的計算簡图。但是，从实际意义說来，利用引入在图 1 和图 2 上的計算簡图就足够精确了，因为这样确定出来的燃气渦輪发动机轉子——机匣——悬挂架系統的联合振动固有频率和实验結果几乎趋于一致。对于計算所必要的横向的、角向的以及混合的柔度数值，可按下面第 3 节中导出的公式决定。

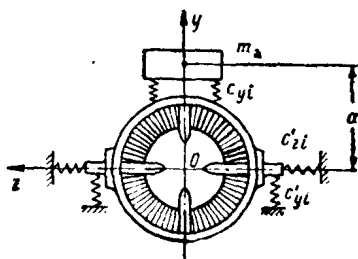


图 2 发动机的横剖面图：

c'_{yi} —沿 Oy 轴方向的减震器刚度；

c'_{zi} —沿 Oz 轴方向的减震器刚度。

应该指出，由于在轴的直径突然改变处及轉子和机匣用非剛性安装边連結等处有局部柔度，所以，在某些場合下，彈性柔度的計算值低于它的真实值。

由于計算不完善，系統的某些元件如机匣、軸承座、支柱、腹板等等，它們的柔度必須用靜力試驗方法通过实验求得。在图 1 上用符号 δ_{1p} 、 δ_{1q} 和 δ_{1r} 表示的滾珠和滾棒軸承

的柔度，可以按有关参考书[●]中导出的公式确定，以及用实验方法确定。在图1上用符号 δ_{2p} 、 δ_{2q} 和 δ_{2r} 表示的支座零件（腹板、支柱和壳体）的总刚度，用静力试验方法确定。以下所叙述的计算方法，容许采用系统元件无论是计算的或者是实验的柔度值。

在振动时集中质量的迴轉慣性和振动时由旋轉质量引起的陀螺力矩均需考虑。由于分布质量引起的迴轉慣性和陀螺力矩都不很大，所以不必考虑它。

§2 轉子和机匣耦合振动的頻率方程式

研究表达式(8)和(12)，我們看出：由于固定附件箱的零件沿 Oy 和 Oz 軸綫方向的剛性不均匀性，相应的折合质量是不同的。此外，质量 m_a （如图2所示）的重心位于 Oy 軸上并对 Oz 軸具有大小为 a 的偏距。上述固定附件箱的不均匀剛性是机匣系統对纵軸不对称的原因之一。

发动机的悬挂在 Oy 和 Oz 軸綫方向的剛性不均匀性是机匣軸向不对称的另一个原因。在某些場合下，由于可拆式压气机机匣具有纵向安装边，当弯曲时，在 xOy 和 xOz 平面中，机匣橫向的、角向的和混合的柔度的不均匀性是机匣軸向不对称的原因。

由于系統的軸向不对称性，在 Oy 和 Oz 軸綫方向的橫向振动是不同的。系統中任意点的运动，可以表为互相垂直的两个諧振的总和，其相位差为 $\pi/2$ 。例如，任何一个集中质量的重心座标都可用下式确定：

● 例如，Р. Д. Бейзельман和Б. В. Ципкин的著作^[1]。

$$y_i = A_i \cos \omega t;$$

(20)

$$z_i = B_i \sin \omega t.$$

第 i 个质量的重心沿着椭圆轨迹移动，椭圆的两个半轴分别等于 Oy 和 Oz 轴綫方向的横向振幅 A_i 和 B_i 。在我們所研究的場合中，每一个质量的位置取决于四个座标。第 i 个质量的位置，除了取决于按公式 (20) 計算的綫性变位之外，还需要用彈性綫上对应座标軸的切綫投影角来确定^[3]：

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_{zi} &= \vartheta_i \cos \omega t; \\ \vartheta_{yi} &= \psi_i \sin \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

作用在軸或机匣上由非对称系統集中质量而来的力和力矩为

$$\left. \begin{aligned} -P_{yi} &= m_i \omega^2 A_i \cos \omega t; \\ -P_{zi} &= m_i \omega^2 B_i \sin \omega t; \\ -M_{yi} &= -J_{si} \omega^2 \psi_i \sin \omega t + J_{pi} \omega \omega_{\pi} \vartheta_i \sin \omega t; \\ -M_{zi} &= J_{si} \omega^2 \vartheta_i \cos \omega t - J_{pi} \omega \omega_{\pi} \psi_i \cos \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

在这些表达式中：

ω ——自由振动的圓頻率，或者包含軸或机匣彈性綫的平面之旋轉角速度；

ω_{π} ——发动机轉子的角速度；

m_i ——第 i 个集中质量；

J_{si} ——第 i 个质量对通过重心的直徑的轉动慣量；

J_{pi} ——第 i 个质量的极轉动慣量。

当时間为

$$t_{1n} = \frac{2n\pi}{\omega} \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \dots \quad (23)$$

时，包含彈性綫的平面与座标平面 xOy (參看图 1) 相重合，

此时在轉子或机匣上作用有由集中质量引起的力和力矩, 按方程 (22), 它們是:

$$\left. \begin{aligned} -P_{yi} &= m_i \omega^2 A_i; \\ -M_{zi} &= J_{\theta i} \omega^2 \theta_i - J_{\rho i} \omega \omega_{\Lambda} \psi_i; \\ P_{xi} &= M_{yi} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

在时间为

$$t_{2n} = \frac{\pi(4n+1)}{2\omega} \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \dots \quad (25)$$

时, 彈性綫平面与座标平面 xOz (参看图 1 和图 2) 相重合, 于是在轉子或机匣上作用着由集中质量而来的力和力矩:

$$\left. \begin{aligned} -P_{xi} &= m_i \omega^2 B_i; \\ -M_{yi} &= -J_{\theta i} \omega^2 \psi_i + J_{\rho i} \omega \omega_{\Lambda} \theta_i; \\ P_{yi} &= M_{xi} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

由表达式 (24) 中的第二式可以看出, 該式中代表陀螺力矩的第二項取决于在平面 xOz 中彈性綫的切綫傾角 ψ_i 的大小。

表达式 (26) 第二式的第二項取决于平面 xOy 中彈性綫的切綫傾角 θ_i 的大小。

用适当的方法, 就能将在 xOy 和 xOz 平面中的振动相互耦合。由于附件的折合质量 m_{ad}'' 在 Oz 軸上的位移, 不仅能产生單純的弯曲振动, 而且产生弯曲-扭轉联合振动。当单独地研究所得的橫向和扭轉振动頻率相差很大时, 在此种場合下, 就可以忽略橫向和扭轉耦合振动, 并且单独地来研究它們。以下我們只研究橫向振动。

用动力柔度的方法来分析复合系統的联合振动最为簡單。利用这个方法, 可以将燃气渦輪发动机轉子—机匣—悬