



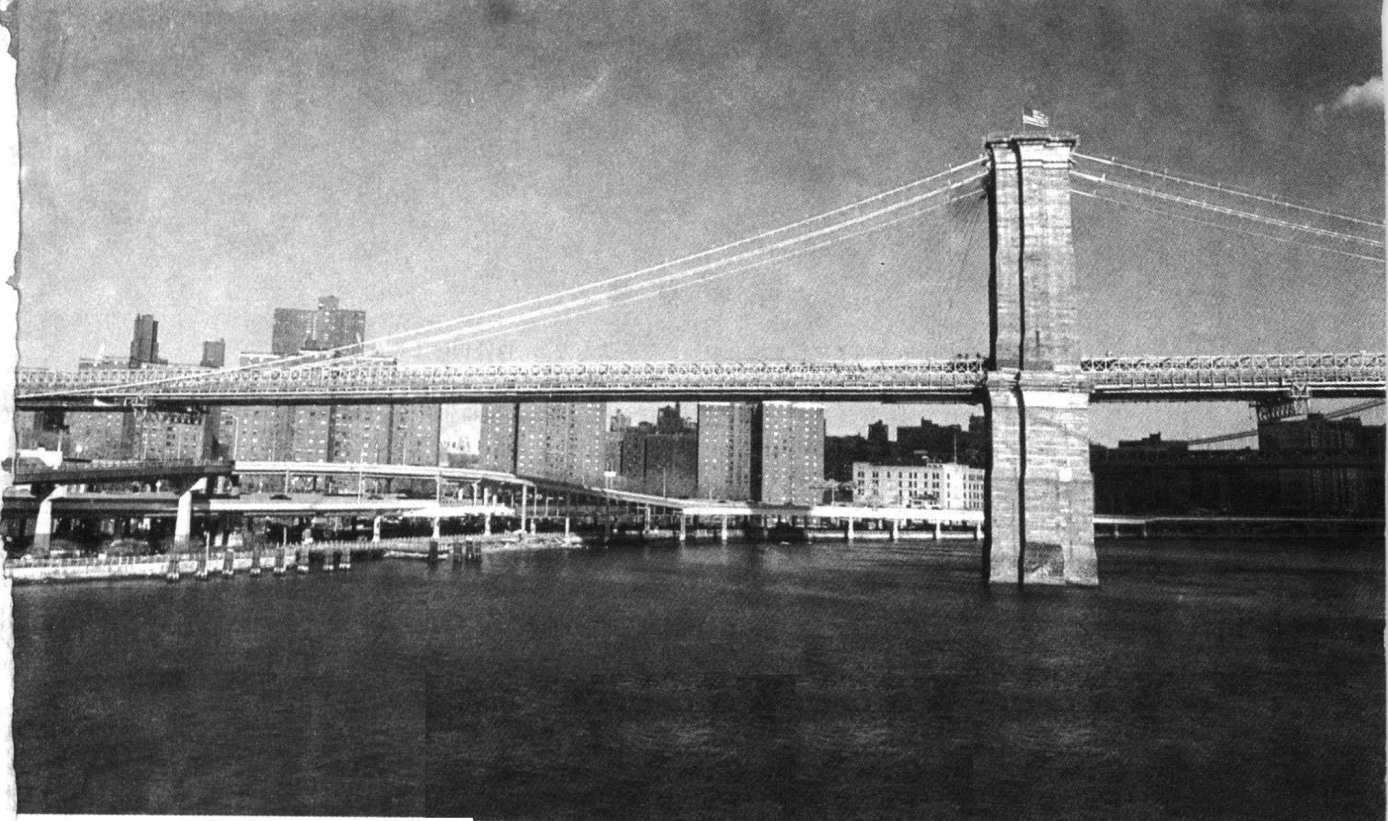
工程结构数值分析 及Algor实现

王应良 申爱国 赵伟封 编著

4



中国电力出版社
www.infopower.com.cn



工程结构数值分析 及Algor实现

王应良 申爱国 赵伟封 编著

中国电力出版社

HBS122/01

内 容 提 要

本书比较全面地介绍了工程结构有限元建模的基本方法,以及国际上流行的微机有限元分析系统 Algor (国内也称为 SuperSap) 的使用方法和技巧,包括线性和非线性有限元的建模方法、环境设置、有限元网格自动生成、单元类型和分析类型的选择、计算结果的可视化显示等内容,可帮助读者尽快掌握其使用方法。本书既可以作为初级和中级用户学习有限元分析的入门读物,也可以作为 Algor 高级用户的参考手册。

本书可供力学、土建、道桥、岩土、机械、航空、核能和国防工程等专业的工程技术人员、科研人员和高等院校的师生参考和使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

工程结构数值分析及 Algor 实现/王应良, 赵伟封著.北京:
中国电力出版社, 2002

ISBN 7-5083-1381-X

I.工... II.①王...②赵... III.①工程结构-有限元分析
②工程结构-有限元分析-应用软件, Algor IV.TP311.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 099011 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://www.infopower.com.cn>)

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

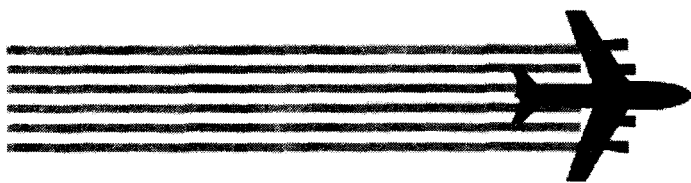
2003 年 1 月第一版 2003 年 1 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 20.5 印张 452 千字

定价 32.00 元

版 权 所 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换)



前 言

有限元软件是在有限元方法诞生以后诞生的，并随着有限元方法和计算技术的发展而迅速发展。目前全世界有许多有限元软件，它们在大型的科学与工程应用软件中占据了相当大的比重。

Algor公司的微机有限元分析系统（国内也称为SuperSap）已被全美的50多个州和世界上60多个国家的科研机构和生产厂家所使用，该系统也被我国的许多高校、设计和科研单位采用。现代有限元已经发展为多学科、综合技术的集成化学科，除了有限元法以外，还需要数据库技术、计算机图形学和可视化技术等。工程技术人员、科研人员和高等院校的师生迫切需要掌握当代有限元技术。尽管该系统引入我国已经使用多年，但由于计算机技术和Algor系统的飞速发展，国内这方面的参考资料比较少，从而影响了该系统的广泛使用，本书正是为了满足这种需求而写作的。

结合作者多年的使用经验，本书介绍了有限元分析的建模方法，大型有限元分析系统Algor的基本使用方法和技巧，包括线性和非线性有限元系统的建模方法、环境设置、有限元网格自动生成和检查、单元类型和分析类型的选择、计算结果的可视化显示等内容，以帮助读者尽快掌握其使用方法。本书既可以作为初级用户学习有限元分析的入门读物，也可以作为Algor高级用户的参考资料。

武汉大学土木建筑工程学院的朱以文教授审阅了全书，并提出了许多宝贵的修改意见，四川省交通厅质量监督站的蒋永林博士校核了本书中的算例和部分章节，在此深表谢意。

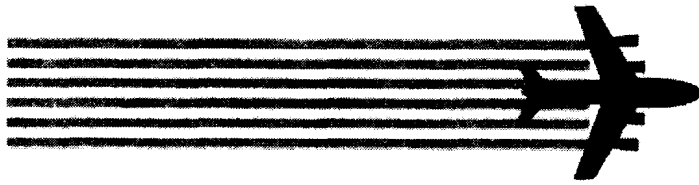
感谢西南交通大学的强士中教授、李乔教授，中交第一公路勘察设计院副总工程师梁智涛高工，中交公路规划设计院南京长江二桥设计组、湖北军山长江大桥设计组，四川路桥集团的卢伟博士提供的帮助。感谢四川省公路勘察设计院研究院的领导和同事在本书修改期间的帮助。在此谨向帮助过作者的所有朋友们表示最真挚的谢意。

本书第1章、第3~第6章、第8~第10章由四川省公路勘察设计院的王应良编写，第11章由西南交通大学的申爱国教授编写，第2章和第7章由长安大学赵伟封副教授编写。

学习和使用国外通用有限元分析系统的同时，我们也应该加强我国商业大型有限元分析系统的开发和完善，以洋为中用。Algor系统的一些设计思想和方法对编写专业性比较强的有限元分析系统也是有所参考和启发的。

由于Algor系统的飞速发展、系统庞大，加之时间仓促、水平有限，本书难免存在不足之处，恳请读者批评指正。

编 者



目 录

前 言

第 1 章 结构分析的建模	1
1.1 建模前的准备工作	1
1.2 有限元建模	3
1.3 多种单元类型的使用	20
第 2 章 现代有限元软件和 Algor 概述	24
2.1 引言	24
2.2 现代有限元软件的特点	24
2.3 Algor 系统的特点	26
2.4 Algor 的图形系统	27
2.5 几何视图操作	29
2.6 Algor 的 Setting (设置) 命令	38
第 3 章 用 Superdraw III 建立模型的几何图形文件	41
3.1 建模的基本概念	41
3.2 File (文件) 命令	42
3.3 Edit (编辑) 命令	48
3.4 Add (添加实体) 命令	48
3.5 Construct (建模) 命令	54
3.6 Modify (修改) 命令	60
3.7 FEA Mesh (有限元网格) 命令	77
3.8 FEA Add (添加有限元参数) 命令	84
3.9 Analyze (分析) 命令	90
3.10 Inquire (查询) 命令	92
3.11 EAGLE (EAGLE 程序) 命令	95
3.12 Options 命令	96
3.13 Tools (工具) 命令	101
第 4 章 Model Data Control (模型数据控制模块) 的使用	106
4.1 Model Data Control 对话框	106
4.2 使用多种单元类型或材料属性建模	108
4.3 Element (单元类型) 命令	110
4.4 Global Data (总体数据) 命令	121
4.5 模型修改	125
4.6 运行信息	129
第 5 章 梁单元编辑器的使用	139
5.1 概述	139

5.2	Add/Mod (添加 / 修改) 命令	143
5.3	Post (后处理) 命令	150
第 6 章	后处理模块 Superview	153
6.1	后处理模块的基本概念	153
6.2	Superview 的文件和文件命令	155
6.3	Options (选项) 命令	157
6.4	Inquire (查询) 命令	163
6.5	Load case (荷载工况) 命令	168
6.6	Displaces (变形) 命令	168
6.7	Stress-DI (应力、位移) 命令	169
6.8	Animate (动画显示) 命令	183
第 7 章	二维有限元网格自动生成模块	185
7.1	三维有限元网格自动生成模块介绍	185
7.2	Two-Dimensional Mesh Generation (平面网格自动生成) 命令	187
7.3	Refined Points 命令	189
7.4	自动生成二维网格的基本操作	189
7.5	Two-Dimensional Mesh Generation 命令的高级操作	195
第 8 章	动力和稳定分析模块	199
8.1	结构固有振动特性分析模块——SSAPI 和 SSAP8	199
8.2	反应谱分析模块——SSAP3	203
8.3	动力时程反应模块——SSAP2 和 SSAP4	209
8.4	频率响应分析模块——SSAP5	212
8.5	稳定分析模块——SSAP6	212
8.6	支反力计算模块——MKRFO	218
第 9 章	非线性分析模块 Accupak/NLM	220
9.1	非线性分析的单元库和材料模式	220
9.2	非线性分析模块概述	227
9.3	总体数据窗口	232
9.4	定义非线性分析的单元列式和相关属性	234
9.5	Accupak 的参考表	241
9.6	非线性分析模块的应用	244
第 10 章	实际算例	246
10.1	空间塔架模型	246
10.2	带切口的二维两端固定梁	260
第 11 章	数据文件的结构和格式说明	277
11.1	数据文件的一个范例	277
11.2	数据文件的基本结构和数据格式	282
	参考文献	320



第 1 章

结构分析的建模

有限元法是20世纪60年代以来首先在固体力学领域发展起来的一种很有效的数值计算方法。经典的变分方法是将变分法用于整个连续体，而有限单元法则将变分法用于离散化的结构，使用分片插值的函数。有限元的基本点在于把单一构件节点上的位移和内力之间的关系用代数方程组的形式表达出来，而把节点位移、节点内力或把节点内力和位移一起作为未知量。有限元根据未知量选择的不同，又可以分为位移法、力法、杂交法和混合法等，工程中最常用的是位移有限元法。

结构分析的数学建模是结构工程中最重要任务之一，它也是工程设计人员和科学研究人员共同的研究对象。本章主要讨论结构模型化的问题，并侧重于工程结构实践。

1.1 建模前的准备工作

在建模之前，首先要充分理解结构和作用的荷载，而且设法理解结构在荷载作用下的结构行为。事先对欲分析的结构行为有一个比较深刻的认识，要以较深厚的力学理论和较丰富的工程实践经验为基础，要注重结构力学、弹性力学和塑性力学等基础课程的学习。在这一阶段最重要的是从诸多影响因素中忽略次要矛盾，抓住问题的主要矛盾。如何将结构进行数学力学模型化是最关键的问题，下面先简单介绍建模前的一些准备工作。

1. 研究结构的行为，分析计划

在这个阶段也许会遇到以下问题：

- (1) 荷载的类型和作用的方式。
- (2) 需要求解的结果及其精度。
- (3) 结构是否只受弯曲或平面作用，或者是弯曲和平面作用的组合。
- (4) 材料的性质，例如是各向同性、正交各向异性和各向异性。
- (5) 该结构是线性还是非线性占主导作用。
- (6) 结构是否存在屈曲问题。
- (7) 结构是否可以利用对称性减少自由度。
- (8) 结构是否可以适当的简化。
- (9) 写出一个详细的清单，尽可能地勾勒出分析的目的以及结构本身的详细描述，包

括荷载工况等。

2. 选择一个可以进行分析的程序

选择分析程序时要考虑到程序是否友好,用户是否熟悉该程序等多种具体的因素,因此需要注意以下几点问题:

(1) 所选择的程序必须有用于该结构分析相应的单元类型。

(2) 求解技术必须是可靠的。

(3) 该程序必须包括要进行分析的荷载,如静力分析、动力分析和梁单元的局部荷载等。

(4) 程序可以自动优化节点,减少带宽。

(5) 用户使用方便,例如,前处理中有网格的自动生成和数据的自动检查功能,后处理有图形显示的功能等。

3. 利用该程序分析简单的问题

这样可以熟悉程序并减少以后使用中的错误。

(1) 增强用户对输入和输出数据的正确理解。

(2) 理解单个单元的结构行为,不同程序中单元结构行为的差别也许比较大,最重要的是弄清楚单元的长宽比以及什么样的单元是畸形单元等。

(3) 利用比较小的算例考证程序的正确性以便用于大型的实际结构分析。

(4) 有意识地在输入数据文件中设置一些错误,以考证程序的纠错能力。

4. 进行实际结构的数据准备和检查

(1) 是否可以用人机交互的方式生成网格划分图。

(2) 利用图形方式调试模型,比如利用单元的收缩检查单元之间的连接等。

(3) 检查单元的长度、面积、质量、荷载和生成的其他数据。

(4) 检查量纲是否一致,尤其是质量和重量的单位。

5. 进行结果分析并考证结果

(1) 考虑并处理程序运行过程中的问题(在一些步骤中设置断点)。

(2) 进行跟踪检查。

(3) 计算结果是否合理。

(4) 考虑如何将得到的结果进行修正。

6. 计算结果的后处理

(1) 利用后处理模块画出结构的变形图和内力(应力)的等值线图。

(2) 评价结构行为是否在真正的线弹性范围内。

(3) 检查应力集中区域的结果,确定是否达到要求的计算精度。

(4) 将计算结果整理为对工程结构有用的数据和参数。

以上介绍的建模步骤对于正确使用有限元方法是非常重要的。一个比较普遍的错误是将分析程序作为一个“黑盒子”用，不去学习基本的有限元理论，使用程序不当造成的结果错误或者无用的危险增大；不系统地学习程序使用说明书或重要的注解更容易使结果出错，将这些错误的结果用于指导工程实践将是非常危险的^[12]。

1.2 有限元建模

有限元建模的范围比较广，实践性也很强，具体结构的行为和细节都比较复杂，因此不存在定量的标准来衡量其质量。下面结合工程问题介绍一些别人的经验和笔者在使用有限元程序中的一些认识。

1.2.1 结构分析中几种常用的单元

下面主要介绍结构分析中常用的几种单元的使用方法和在实际建模过程中应注意的问题。

1. 梁单元和桁架单元

梁单元和桁架单元是一维单元，也称为线单元。主要用于模拟横截面尺寸和长度相比很小的单元（单元的长细比较大）。其有限元理论通常和初等梁理论相同，因此只要在需要输出结果的位置设置节点即可，但有局部分布荷载的梁单元例外；对于连续单元例如平面应力单元、板/壳单元就不能使用同样的方法设置节点。

结构中的构件能否简化为用梁单元或桁架单元模拟，取决于结构分析的要求和目的。如果分析整个系统（整个龙门吊、塔架、桥梁和房屋结构等），则可以用梁单元模拟。如果分析的目的是分析桥梁或房屋某一位置处的细部应力，则必须用二维或三维单元模拟。

对于梁单元而言，程序中要求输入的扭转常数指的是扭转惯性矩，而不是截面的极惯性矩。

为了减小数值分析的误差，刚度的比值最好不超过 10 000，这种情况一般可以解决。人为因素会造成的刚度特别大或特别小，导致刚度比的增大。例如，梁单元的刚度涉及到 $12EI/L^3$ 和 $6EI/L^2$ 这两个参数，其中 L 为单元的长度。如果梁单元的弹性模量和惯性矩相同，一些单元的长度为 0.1 米，其刚度矩阵的元素之一 $12EI/L^3=12EI \times 10^3$ ，一些梁单元的长度为 10 米，则 $12EI/L^3=12EI \times 10^{-3}$ ，刚度矩阵中这两个元素的比值就会达到 1 000 000，容易导致病态的方程，利用计算机求解代数方程时误差增大甚至出现错误。

程序中没有给出横截面方向，其弹性性质集中在单元的中心线上，为了模拟实际结构的细节问题，例如一些程序中使用的梁-柱的节点、约束节点和刚性单元等。如果程序中没有主从节点和刚性单元等功能来模拟刚性节点区域，可以用比节点连接单元刚度大 10 000 倍的单元来模拟。如果单元的刚度过大，会导致计算中产生不可接受的错误。

如果单元的轴线没有交在同一点，可以使用有偏心的梁单元模拟。有些程序设置有偏心的梁单元，如图 1-1 所示。

一般来说，三维梁单元节点的 6 个自由度与相邻单元应约束成为刚性节点，但实际的工程结构中有的单元之间的连接并不全是刚性连接。可以利用释放单元节点自由度的方法来模

拟非刚性连接, 如图 1-2 所示。

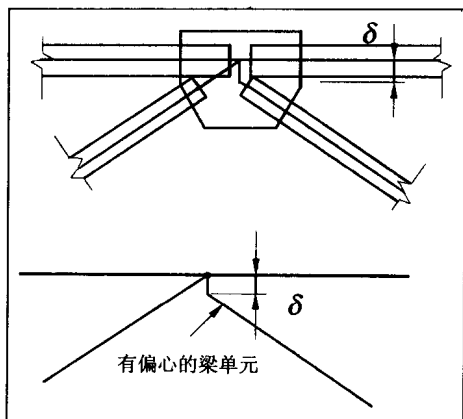


图 1-1 有偏心的梁单元

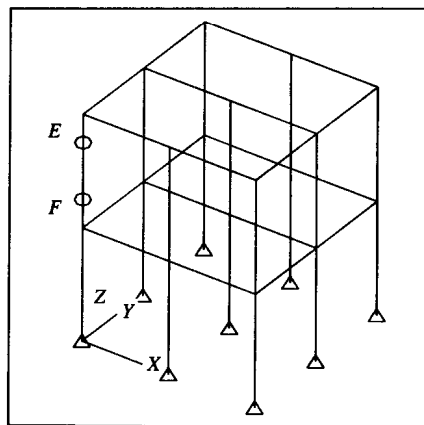


图 1-2 释放单元节点自由度

在已经释放约束的自由度上不存在相应的固端力, 相应自由度上单元的刚度矩阵对结构总体刚度矩阵也没有贡献。

多数程序可以释放单元端点的自由度。使用自由度释放可以模拟局部铰接、断开等结构细节。比较容易出现的错误是释放一个单元的自由度或者有共同交点处单元的自由度。例如, 不能同时释放图 1-2 中 EF 单元两个端点的扭转自由度, 否则会导致该单元的扭转刚体位移, 也不能释放图 1-2 中和节点 E 相连的三个单元绕 Z 轴转动的自由度。如果全部释放会导致绕 Z 轴转动的刚体位移, 结构成为可变结构。

在释放自由度之前必须注意要释放的自由度是单元的那个节点, 什么方向的自由度, 释放的自由度是相对于单元坐标系的, 因此, 首先必须明确单元的方位。

在有限元模型中, 可以将不同节点之间的自由度间存在的某种刚性连接关系处理为相互间的主从关系, 其中的一个节点称为主节点, 另一个称为从节点。从节点与主节点有关的自由度 (具有刚性连接关系) 称为从属自由度。一个主节点可以有多个从节点, 但一个从节点不能有多个主节点, 主节点和从节点的坐标可以完全相同。

例如, 图 1-3 (a) 为板梁组合结构^{[3][4]}, 图 1-3 (b) 是用平壳和梁单元模拟板梁组合结构, 图 1-3 (c) 是用平壳单元模拟板梁组合结构。图 1-3 (b) 中板单元和梁单元之间为刚性连接, 板上的节点 I 为主节点, 梁上的节点 J 为从属节点。

从节点 i 和主节点 j 之间的位移关系如下式所示^[31]:

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & D_z & -D_y \\ 0 & 1 & 0 & -D_z & 0 & D_x \\ 0 & 0 & 1 & D_y & -D_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \\ w_j \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix}$$

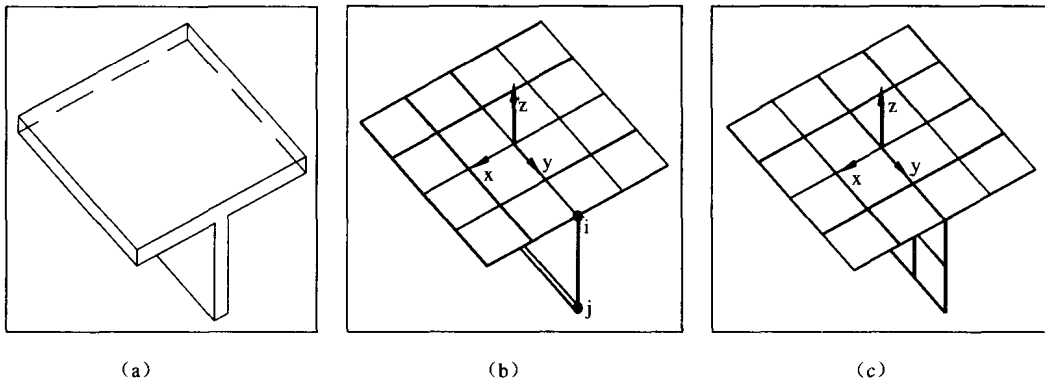


图 1-3 板梁组合结构的模拟

其中： $D_x = x_j - x_i$ $D_y = y_j - y_i$ $D_z = z_j - z_i$

x_j 、 y_j 和 z_j 为从节点的坐标， x_i 、 y_i 和 z_i 为主节点的坐标。

程序在处理主从节点时，利用主从关系的概念和理论。在求解方程之前就消去从属自由度，用相应的主自由度代替，减少了方程的带宽和自由度数目。

主从节点的概念比较抽象，应该仔细体会。利用主从节点可以方便地实现梁单元之间的半铰接、全铰接和局部间断（例如模拟纵向飘浮体系的斜拉桥）等情况。另外对于一些刚臂的处理也可以使用主从节点，只要灵活应用主从节点就可以完成诸多特殊结构的分析。切记主从节点之间的约束是相对于结构坐标的，而释放自由度是相对于单元坐标系的。

对于初学者来说，空间梁单元的正确定位是一个比较难于理解的问题，因空间梁单元的方位直接影响截面几何特性和单元坐标系下荷载的输入以及计算结果中内力的输出。大多数程序假定单元坐标系的 1 轴沿单元方向，2 轴和 3 轴是单元的主惯性轴，因此绕 1 轴的惯性矩是扭转常数。而在土木工程中 1 轴通常作为主要的弯曲轴。可以使用一些只在一个单元坐标平面内加载的简单模型确定空间梁单元的方位。检查结构坐标系下反力和单元坐标系下的输入荷载就可以确定空间梁单元的单元坐标系。有的程序使用辅助节点对梁单元进行定位（例如 SAP5、Algor），有的程序（例如 ANSYS）需要输入一个单元坐标系和整体坐标系的夹角来确定梁单元的空间方位，如图 1-4 所示。

一定要明确梁单元主惯性轴的空间方位，梁单元主惯性轴的空间方位如果不对，那么将会导致差之毫厘，谬以千里的结果。

多数程序单元库中的梁单元使用以平截面假定为基础的简单梁理论（Euler-bernouli 梁理论），对于深梁不能使用简单梁理论模拟，深梁要使用 Timoshenko 梁理论^{[7][13]}分析（考虑剪切变形的影响）。考虑梁单元的剪切变形会提高计算结果的精度，尤其是桥梁工程中流线型扁平钢箱梁等。

大多数程序使用下述惯例：不输入有效的剪切面积，不考虑剪切变形。如果输入一个非常小的剪切面积会导致不真实的剪切挠度。不同的程序使用不同的局部坐标系输入剪切面积，分析一个简单的悬臂梁并检查在一个方向输入剪切面积是否导致该方向挠度的增大。也

可以用三维实体单元或板壳单元模拟深梁，如图 1-5 所示。

有的程序包括变截面梁单元（梁单元的截面沿轴线变化），一些程序没有变截面梁单元。对于没有变截面梁单元的程序，应该在变截面处划分单元或者使用分段等截面的方法模拟，如图 1-6 所示。

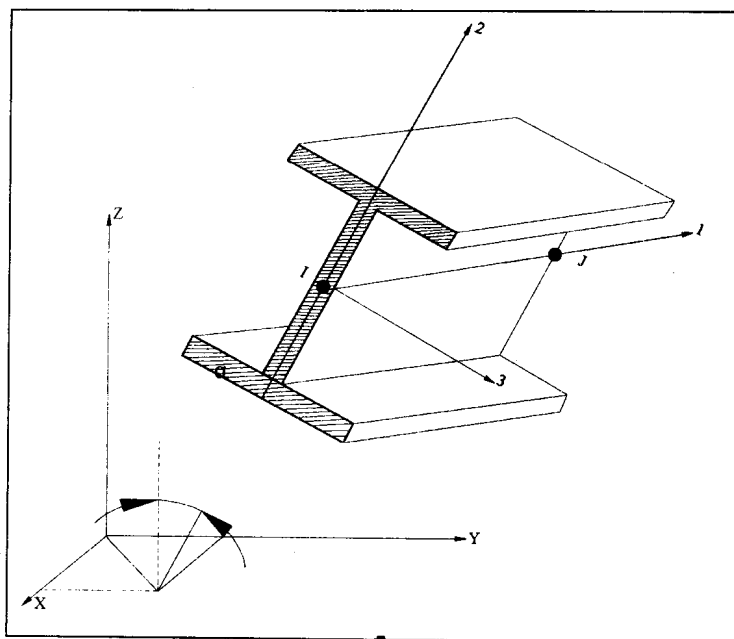


图 1-4 空间梁单元的定位

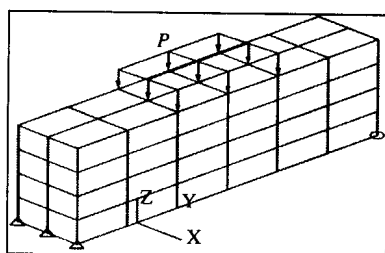


图 1-5 用实体单元模拟的深梁

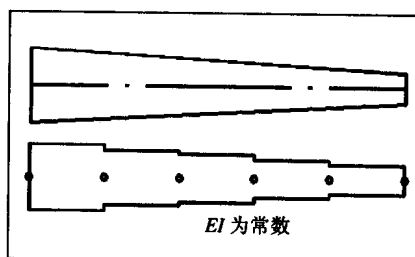


图 1-6 变截面梁单元的处理

开口薄壁杆件的弯曲中心和扭转中心一般不会重合（例如槽钢和角钢等）。其弯曲、扭转和翘曲行为是相互耦合的，对于这类构件只有使用薄壁杆件理论才能得到比较可靠的计算结果。只有少数商业程序的单元库才包括这种以高阶理论为基础的梁单元（增加畸变和翘曲自由度）。用简单梁单元理论模拟角钢、槽钢等薄壁杆件时要特别注意，计算得到的变形和内力可能是完全错误的^{[7][28]}。

温度荷载是作为初应变作用在结构上，对结构中其他原因引起的初应变，也可以根据初应变相等的原则转化为温度荷载来反映其作用效果。

例如，对由于装配误差引起的结构内力就可以用等效温度荷载来代替，如图 1-7 所示。一个桁架单元的装配误差为 δ ，设单元长度为 L ，杆单元材料的热膨胀系数为 α ，则这种装配误差就可等效为该单元上有 $\Delta T = -\frac{\delta}{\alpha \times L}$ 的温度增量。

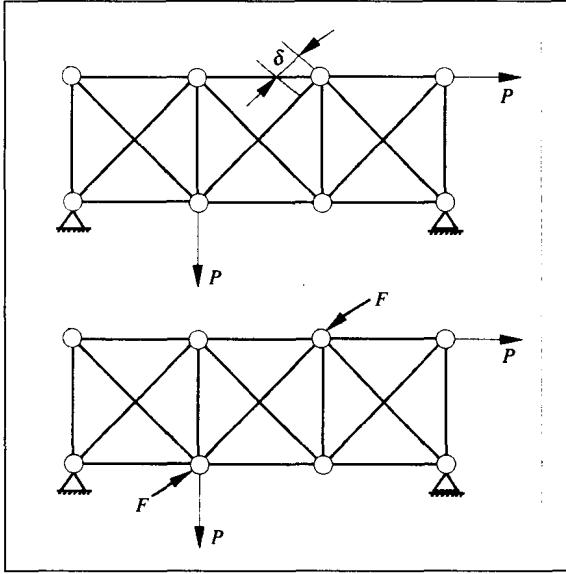


图 1-7 用温度荷载处理装配应力

利用温度荷载也可以模拟有初内力的结构。例如，在斜拉桥的施工过程中张拉斜拉索时，实际上已经将该斜拉索脱离出来单独工作，因为斜拉索的张力和结构的其他部分无关，而只与千斤顶有关。因此在张拉斜拉索时，其初张力效应必须使用隔离体分析，如图 1-8 所示。设在某个阶段张拉第 5 号和 6 号索时，其初张力分别为 P_5 和 P_6 。首先将斜拉索从结构中隔离出来，其内力为初张力 P_5 和 P_6 ，而斜拉索对结构的影响可以使用一对反向的集中力作用在桥塔和主梁上，如图 1-9 所示。假设图 1-9 中斜拉索的横截面积为 A ，材料的弹性模量为 E ，斜拉索的初张力为 P （以拉力为正），则斜拉索的初张力可以等效为单元上有 $\Delta T = -\frac{P}{E \times \alpha \times L}$ 的温度增量。

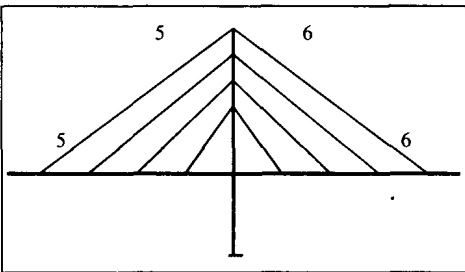


图 1-8 张拉 5 号和 6 号索

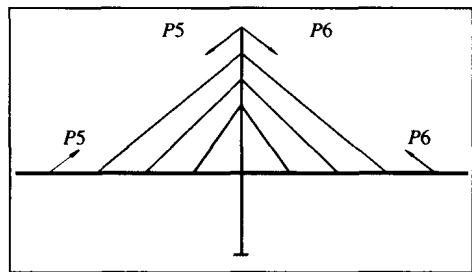


图 1-9 斜拉索的初张力等效为温度降低

某些薄壁构件使用全截面特性的梁单元计算出内力后,计算结构应力时要考虑结构的有效截面。如图 1-10 所示的流线型扁平钢箱梁,在计算应力时要使用有效截面特性计算(考虑各腹板附近的顶板和底板的有效宽度),具体可以将该箱梁等效为几个并列的工字梁计算应力。如果使用全截面计算应力是偏于不安全的,甚至是非常危险的。

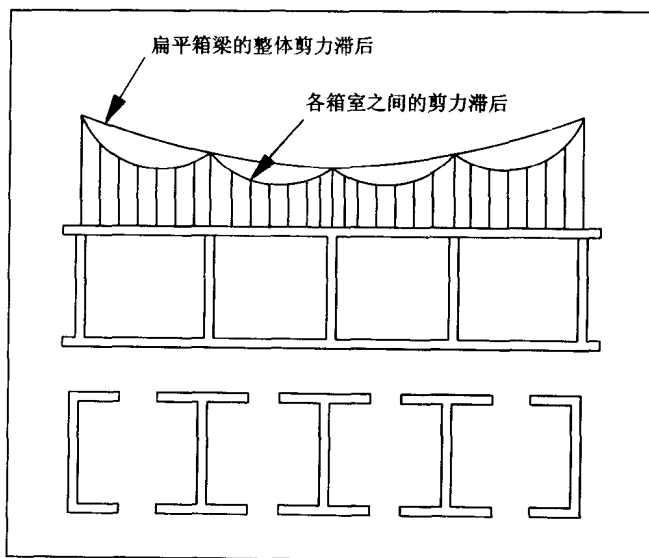


图 1-10 薄壁截面的应力计算模型

工程结构中经常遇到索结构。一般情况下,使用有初张力并考虑自重引起的弹性模量折减的杆单元即可达到工程中需要的精度。由于缆索单元自重垂度引起的非线性,可以用弹性模量折减来完成,具体使用如下的 Ernst 公式计算缆索垂度的非线性影响。

$$E_{eq} = \frac{E_0}{1 + \frac{(\omega l)^2 E_0 A}{12N^3}}$$

其中, E_0 为缆索的原始弹性模量, ω 为缆索单位长度的重量, l 为单元的水平投影长度, N 为单元的轴力。

结构分析中经常遇到预应力构件,大部分的专用程序可以考虑预加力作用,但多数通用大型程序不能考虑预应力钢束的预加力,一般可以根据静力等效的原则将预应力钢索等效为等效荷载。

在处理有预加力的结构时,最复杂的是对预应力钢束的处理。预应力钢束的几何信息描述数据量大而且容易出错,通常首先根据施工方法确定预应力的沿程损失,然后将预应力转化为等效荷载来计算,预加力的等效荷载如图 1-11 所示。在求得预应力的等效荷载后,就可以使用计算其他荷载相同的方法来计算预应力引起的内力和位移,这样求得的内力为最终的内力,包括二次内力,但是这种方法比较繁琐。

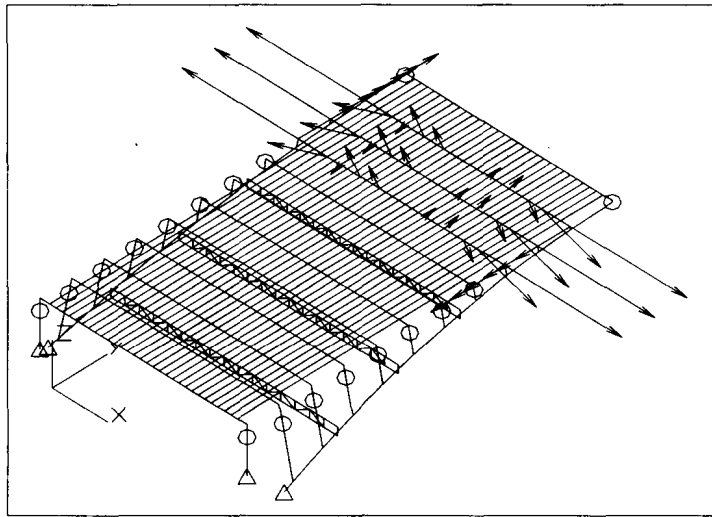


图 1-11 预加力的等效荷载

许多土木工程结构都是分阶段施工形成的，每个施工阶段的单元数目不同，结构体系也在不断转化。因此在不同的施工阶段激活单元或节点时，一定要注意激活的次序（模拟单元的安装次序），如果拆除单元时一定要将单元的反力作用在原结构上。

对于受力对初始缺陷比较敏感的结构进行分析时，要注意计算模型的空间位置要和实际结构非常接近，否则较小的偏差会引起比较大的误差。例如，刚架拱中间的拱段很平坦，但一定要使用曲线模拟，如图1-12（a）所示，如果用图1-12（b）来模拟会改变结构行为。壳结构对初始缺陷比较敏感，计算时要注意其初始缺陷的影响^{[24][28]}。

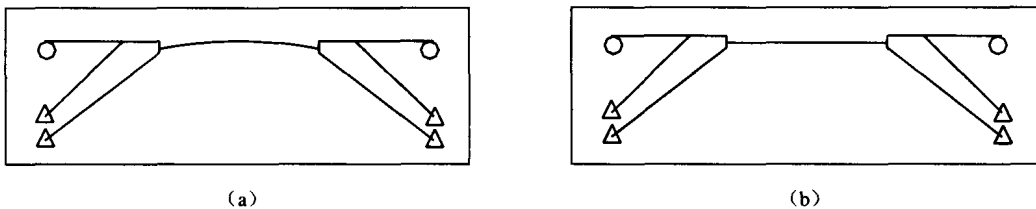


图 1-12 刚架拱的模拟

2. 平面应力/应变单元

平面应力/应变单元是最简单的连续单元，使用不同的单元得到的结果也不相同，使用前最好确认长宽比和网格的划分密度，以得到较合理的计算结果。

使用四边形单元比使用三角形单元好，因为三角形单元是常应变单元，精度较差，不能模拟沿单元变化的应力和应变。由于位移有限元法假定的是位移场，因此结果中位移的精度最高，应变和应力的精度次之。

图 1-13（a）是承受外荷载的二维实体划分为三角形（常应变）和四边形（线性应变）

单元的网格，截面 A-A 通过线性应变单元，截面 B-B 通过常应变单元，A-A 和 B-B 截面处的有限元结果和弹性力学解析解对比，如图 1-13 (b) 和 1-13 (c) 所示。可见四边形单元比三角形单元的精度高。在模型中要少用三角形常应变单元，图 1-14 是模型中的几种过渡方法，尽量使用图 1-4 (c) 所示的方法（图 1-4 (b) 和 (c) 中虚线所示的是弹性力学解）。

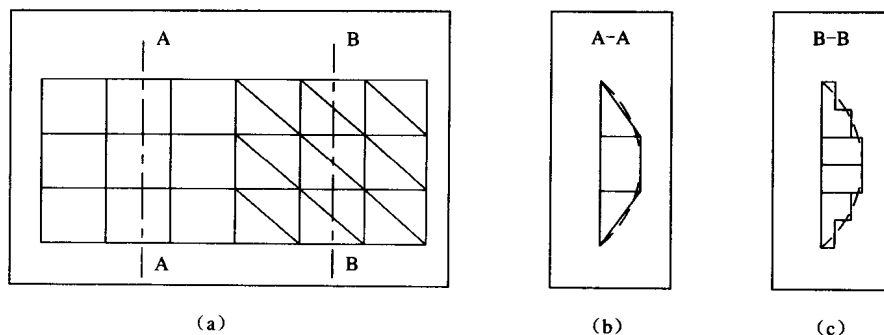


图 1-13 用三角形和四边形模拟二维结构

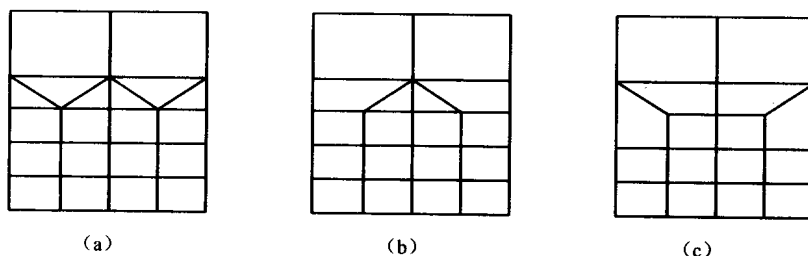


图 1-14 网格的几种过渡方法

如果使用多于 4 节点的高阶单元，那么必须注意使用正确的边界条件，因为中间点的边界条件或许和两边节点的边界条件不同。

如果应力梯度接近于零，则单元的高宽比可以比较大。单元的长宽比取决于单元的几何形状、单元承受的荷载、结构本身的几何形状和其他特征。根据以前学者的经验^[10]，注意下列问题可以避免许多隐患：

- (1) 尽量使单元的高宽比较接近。
- (2) 四边形单元的内角接近于 90 度。
- (3) 中间节点的位置靠近该边的中点。
- (4) 尽可能保证单元的边是直的。
- (5) 单元的节点个数和节点次序最好和用户手册上的规定一致。

3. 板/壳单元

板壳单元的类型很多，多数商业程序的板/壳单元都侧重于各向同性的四节点四边形板/

壳单元。

高阶板/壳单元（位移形函数至少包括立方项）可以较好地模拟曲面壳单元。

壳可以分为特薄壳、薄壳和厚壳。薄壳通常指跨度或半径与厚度的比值 R/t 满足 $50 \leq R/t \leq 500$ 的壳^[16]，对于特薄壳 ($R/t > 500$) 其弯曲刚度可以忽略。厚壳 ($R/t < 500$) 沿其厚度方向的应力呈非线性变化。许多程序对厚壳提供了专门的厚壳单元进行分析，使用这些程序一定要注意对不同的壳使用不同类型的壳单元。

使用特别薄的板/壳单元模拟结构时，这些单元也许会发生屈曲。可以使用膜单元模拟，比如图 1-15 所示的箱梁的扭转，但要注意膜单元不能承受横向荷载。

有的程序中壳单元的位移模式是膜单元的位移模式和横向弯曲板单元位移模式的组合，其单元刚度矩阵也是由这两种单元的刚度矩阵组合而成。只有前 5 个自由度对总刚有贡献，第 6 个自由度 (θ_{zi}) 的贡献为 0，其刚度矩阵如下式所示。

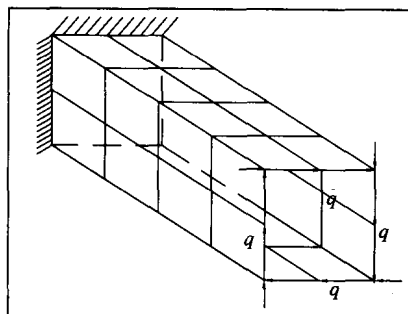


图 1-15 用膜单元模拟箱梁的扭转

$$[k_{ij}] = \begin{bmatrix} k_{11}^m & k_{12}^m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{21}^m & k_{22}^m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{11}^p & k_{12}^p & k_{13}^p & 0 \\ 0 & 0 & k_{21}^p & k_{22}^p & k_{23}^p & 0 \\ 0 & 0 & k_{31}^p & k_{32}^p & k_{33}^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \end{Bmatrix}$$

为了消除板壳单元第 6 个自由度引起总体刚度矩阵的奇异，一般使用以下 3 种方法：

(1) 先求出结构总体刚度矩阵的最小值 K ，再取一个很小的系数 α ，第 6 个自由度处的总体刚度矩阵的对角线元素取 $\alpha \times K$ ，或者直接添加一个非常小的值消除奇异性。

(2) 板壳单元相交的节点不在同一平面内时，各单元在该节点处第 6 个自由度的方向不同，某个单元第 6 个自由度的方向则不是其他单元第 6 个自由度的方向，进入结构总体刚度矩阵以后不是奇异的，无需特殊处理。

(3) 如果是浅壳结构，虽然板壳单元相交的节点不在同一平面内，但由于各板壳单元之间的夹角很小，总体刚度矩阵也可能奇异，因此也需要消除总体刚度矩阵的奇异性。

结构分析中对于有纵向和横向加劲肋的板，通常也使用正交异性板单元来模拟^[4]。如图 1-16 所示，计算得到正交异性板单位宽度的弯矩。在使用正交异性板单元时，要注意板单元局部坐标的方向，不能将刚度的方向颠倒。

有时可用板壳单元模拟梁单元或框架结构的结构行为，如图 1-17 所示。

图 1-18 所示的端部受集中荷载的悬臂梁，如果使用梁单元就不能精确计算剪力流和截面的应力分布。