

高压电器制造論文

(二)

銜鉄工作端为平形的
电磁鉄靜吸引特性的計算方法

B. B. 卡普兰著

沈越昭 譯

53

人民教育出版社

本书系根据苏联国立动力出版社(Государственное Энергетическое издательство)1954年出版的А. М. 扎列斯基(А. М. Залесский)主編“高压电器制造論文集”(Высоковольтное аппаратостроение, сборник статей)中第四篇論文“銜鉄工作端为平形的电磁鉄靜吸引特性的計算方法”(Метод расчета статических тяговых характеристик втяжных Электромагнитов с плоской формой рабочего конца якоря)譯出的。这篇論文的作者是斯大林奖金获得者科学技术副博士卡普兰(В. В. Коппан)。

本篇闡明电磁鉄的吸引特性和全磁通的近似計算法，共包括四章。在第一章里簡短地介紹了講述本文所研究的問題的苏联书刊。在第二章至第四章里講述了电磁鉄吸引特性和漏磁通的近似計算法。这方法使苏联学者有关此問題的著作中所叙述的主要理論研究工作更加精確，从而获得进一步的发展。本文可供高等工业学校“电机与电器”和“高电压技术”专业师生閱讀，同时对从事电器制造的工程技术人员也有参考价值。

高压电器制造論文(二)

銜鉄工作端为平形的电磁鉄靜 吸引特性的計算方法

В. В. 卡普兰著

沈 越 昭 譯

人民教育出版社出版 高等學校教學部審定
北京宣武門內承恩寺7號
(北京市書刊出版業營業許可證出字第 2 号)

人民教育印刷厂印裝 新华书店发行

統一書号 15010·823 开本 787×1092¹/₃₂ 印張 4²/₁₆

字數 94,000 印數 0001—7,000 定價(8) 0.44

1960年4月第1版 1960年4月北京第1次印刷

A. M. 扎列斯基主編“高压电器制造論文集”一书共包括九篇論文。第一篇为 Г. Б. 霍略夫斯基(Холявский)所著“确定断路器合閘电流的計算方法”;第二篇为 Г. Б. 霍略夫斯基所著“具有电容式电屏的絕緣子的計算”;第三篇为 Г. Б. 霍略夫斯基所著“应用于电器制造个别計算中的几何方法”;第四篇即为本文;第五篇为 С. Н. 扎哈罗夫(Захаров)和 С. А. 齐尔佐夫(Чирцов)合著“交流电磁铁操作机构”;第六篇为 И. С. 阿龙諾維奇(Аронович)所著“电器制造中杠杆連接机构的应用”;第七篇为 Н. И. 巴楚林(Бачурин)所著“設計高压断路器的若干問題”;第八篇为 А. М. 扎列斯基所著“支持和套管絕緣子的金属附件尺寸的确定”;第九篇为 В. В. 阿范納斯也夫(Афанасьев)和 Н. А. 馬卡罗娃(Макарова)合著“用于空气断路器配电設備上的生产压縮空气的裝置”。其中第一篇科学技术出版社于 1958 年已經翻譯出版,以单行本发行;第二篇譯文也在 1955 年出版的“电器工业”杂志第五期中发表过;第五、六、七篇科学技术出版社亦已翻譯出版,收集在它 1957 年出版的“高压电器論文集”中。为了避免重复,已出版的各篇譯文我社就不再出版了。其余的第三、四、八、九各篇譯文我社以单行本出版。

1960 年 3 月

銜鐵工作端为平形的电磁铁靜 吸引特性的計算方法

B. B. 卡普兰著

緒論

第一章 有关研究电磁铁吸引特性和漏磁通計算方法諸問題的
的書刊簡述

第二章 計算磁路各部不飽和时电磁铁的全磁通和吸引特性

第三章 考虑到銜鐵和止柱的飽和之电磁铁吸引特性和全磁
通的計算

第四章 用等角變換法求出空气隙磁阻的精確表示式

結論

附录 1 計算电磁铁全磁通和吸力的最后公式的綜述

附录 2 应用研究出来的方法計算“电器”工厂 ПС-10 电磁
操作机构的吸引特性，并将計算結果与实际数据相
比較

参考書刊



緒 論

裝甲型电磁铁(图 1, a)是一种把电能变成机械能的最簡單
的裝置。这种电磁铁，由于其結構的極度簡單和动作的可
靠，保證着它在現代工程各种不同領域內的广泛應用。可是

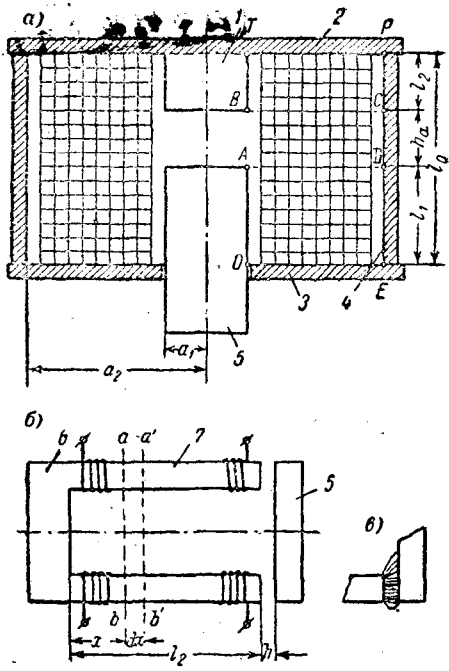


图 1. a—装甲形电磁铁的剖视；b—电话和电码继电器磁路图；c—磁通从铁心转入衔铁的情形。1—止柱；2—上部盖头；3—下部盖头；4—罩壳；5—衔铁；6—铁轭；7—铁心。

结构尽管简单，用计算方法来求出这些电磁铁的主要特性，而且还要使计算具备在实用上可以容许的精确度，还是很困难的。有关书刊里已知的求电磁铁吸引特性的各项公式，我们得出误差很大的结果，这些公式只能用来作极粗略的设计。因此，一般都需要根据试验类似结构的电磁铁所得的实验数据，利用外插法来设计新的电磁铁。而且很少能够设计出一只电磁铁，使它的特性能足够准确地与给定特性相符合。只在制造和试验了一系列的实验样品之后，才能满意地解决

這個問題。由于缺乏計算电磁鉄主要特性的实用方法，我們不可能先設計出一系列符合所要求特性的各种电磁鉄，然后再選擇出其中最好的一种。

苏联和外国作家写了許多著作，制訂出各种結構电磁鉄的計算方法。有关这一問題的一些理論問題，其科学研究領域里最大的成就，可在苏联学者的著作里找到。

本文闡明电磁鉄的吸引特性和全磁通的精確計算方法。

第一章里簡短地敘述了講述本文所研究的問題的苏联书刊。对国外作者的著作，本文不加研究，因为在这些著作里所記述的計算方法已經陈旧了，并且不再会引起实际应用上的兴趣。

在以后的三章內，記述电磁鉄吸引特性和漏磁通的近似計算法。这一方法使苏联学者的著作中所敘述的主要理論研究工作更加精確，从而进一步发展了它們。

附录 2 用來說明，怎样应用研究出来的方法計算“电器”工厂电磁操作机构的吸引特性，并且把这些計算結果与实验数据作一比較。

用計算的方法来求电磁鉄的吸力时，所碰到最大的困难是解决下列两个主要課題：

1) 找出最精確的計算漏磁通的方法，以求出磁路鉄心未饱和时电磁綫圈的磁鏈数；

2) 求出銜鉄和磁路內其他鋼鉄部分的飽和程度对作用于电磁鉄銜鉄的电磁力值所起的影响。

漏磁通以各种不同的方向与电磁鉄的綫圈相交鏈，这就使得解算第一个問題变得复杂起来。在目前看来还不可能用精確的分析法来解这一个課題，而应用从文献里所知道的采

用了各个任意假设而得出的各种近似法，常常引起计算上太大的误差。在本著作内，也是用近似法来解算这个问题的，但是同时还打算以容许的精确度来研究穿过电磁线圈所包围空间的漏磁通所经过的一切可能路径。

解算第二个课题时也发生不少困难。许多苏联学者所研究出来的解算方法，用来计算电话和电码继电器（图16）得出了满意的结果。这些继电器的衔铁、铁轭和铁心的磁饱和程度是微弱的。然而在装甲型电磁铁的衔铁和止柱内的磁感应，却照例要达到很高的数值，因此利用有关书刊里所知道的这些电磁铁计算方法就不够正确了。在本著作内，打算找出把电磁铁的衔铁和止柱的饱和程度估计在内的精确计算方法。

把饱和程度估计在内的其它磁路部分（即盖头和罩壳）的精确计算方法，没有能研究出来。可是，这不过是把研究方法的实际实用范围无关紧要地缩小了一些罢了。因为在合理地设计出来的电磁铁内，盖头和罩壳的饱和程度比起衔铁和止柱的饱和程度来要微弱得多。

本文内利用了合理化形式的电磁场方程，因而各项计算都采用MXSM单位制。

第一章 有关研究电磁铁吸引特性和漏磁通计算方法諸问题的书刊簡述

1. 电磁铁磁路各部未飽和时漏磁通的計算

以下我們將研究一系列的著作，这些著作說明在磁路各部分未飽和时漏磁通的計算方法。

計算閉合磁路电磁铁时，有一些作者(参考书刊2, 第五篇俄文原书第26頁及参考书刊3, 俄文原书第260和290頁。)为了簡化計算起見，假設了兩項限界条件：第一， $ABCD$ 这一个区域(图1, a)是不能透过磁通的；第二，在 $OADE$ 和 $BTPC$ 这二个区域内，磁通只能沿徑向透过，而不能沿軸向透过(即仿佛在这二个区域内充滿着各向异性的介質)。同时，气隙內的磁通只可以沿軸向通过，因而气隙的磁导就易于确定。

通过銜鉄和止柱側面的漏磁通(常称漏泄磁通)的計算，也同时大大簡化了，因为这些磁通的单位长度导磁率是一个常数，并且很容易算出。

这个方法的优点在于，利用它可以对通过銜鉄和止柱側面的漏磁通值作出第一次近似的計算。可是，忽略了通过 $ABCD$ 气隙的漏磁通，以及忽略了漏磁通也可能局部地沿軸向通过 $OTPE$ 区域，会引起显著的錯誤。

用求通过靜鉄心(图1, b)側面的漏磁通值的同样的方法，也可以計算电话和电碼繼电器[参考书刊5, 6, 7]。可是此时銜鉄与鉄心間的气隙 h 內的磁通，可以計算得比求电磁铁时

較為精確一點。空氣隙的磁導值可以採用經驗公式求出，而這些經驗公式是近似地估計到從鐵心端表面(圖 1, θ)出來的磁通磁力綫的歪曲變形(側面泄漏)的。應用這些公式來計算空氣隙很少(這是眾所周知的)的電話和電碼繼電器，可以得出滿意的結果。

但是，這個公式不能用來計算空氣隙大的電磁鐵。這是由於：當氣隙大時， $ABCD$ 區域內徑向磁導應當起主要的作用，而事實上，上述經驗公式在基本上只考慮到這個區域內的軸向磁導。因此，應用上述公式來計算電磁鐵，就會引起嚴重的錯誤。此外，由於磁力綫的畸變，磁通局部地進入 $ABCD$ 這個區域，因而磁通就不能跟綫圈的所有各匝相交鏈。這種情況使我們在計算磁鏈時碰到一定的困難。所有上列著作的作者也都推薦利用圖解法來作成磁場圖，以求得空氣隙磁導的精確數值。可是，利用圖解法來進行實際計算，顯然是極困難的。

2. 磁路內銜鐵和其他部分的飽和程度對作用於電磁鐵銜鐵上的電磁力的影響的計算

在簡短的敘述一些講述解算第二個主要課題的著作之前，必須較為詳細的敘述一下B. B. 羅曼諾夫斯基(Романовский)教授所提出作用於電磁鐵銜鐵上的電磁力的一般公式的結論。在電磁鐵內，磁路的若干部分可以是高度飽和的。

計算電磁力時有頭等重要意義的這個問題，是被下述一些著作(參考書刊3, 4, 5, 7, 8)的作者們所錯誤地處理了的。因此，首先必須證明，那些見解是不正確的，同時還要論證B. B. 羅曼諾夫斯基所提出的解法是正確的。

在叙述电磁铁磁路饱和部分的不同计算方法时，所有上述著作，都应用下列电磁力的公式：

$$f = -\frac{\partial W_m}{\partial h} \quad (1)$$

在这里， W_m 称为磁场总能量：

$$W_m = \int_0^{i_0} i \frac{\partial \psi}{\partial i} di, \quad (2)$$

式中 ψ ——与电磁铁线圈相交链的磁链数；

i_0 ——相应于电磁力 f 的电流。

如所周知，公式(1)只适用于这样的情况，即磁系统磁能变化(它相应于某一广义几何坐标的变化)在这磁系统的所有回路中电流大小不变以及所有其他广义几何坐标值不变时测定的情况。

可是当电磁铁线圈中的电流不变时，其衔铁的移动使所有由铁磁材料制成的各段磁路中的内部元电流的分布发生重大的改变。

因此，如果从铁磁物体性能的真实物理概念出发，那末应用式(1)于由宏观外电流(在电磁线圈内)和内部元电流(在磁路的铁磁部分内)所组成的一般磁系统内，一般说来，在原则上是不正确的。

如果从电磁铁的等效自感系数的形式概念出发，那末，只在衔铁及磁路其他部分的饱和情形可以完全略而不计的特殊情况下，才能应用式(1)来得出正确的数字结果，因为大家知道，这一式的导出是以介质的磁导系数与磁场强度无关这一假设为根据的。

让我们顺便指出：在上述情形下，由式(2)求得的 W_m 值

应为外部电源所作的，变成电磁铁磁场的功，而不是磁场的总能量。当我们企图对电磁铁的衔铁移位时在电磁铁内所发生的动力过程给与物理的说明时，应用形式上正确的上述定义，就发生了困难。

如果以真实的物理概念为根据的话，那末电磁铁磁场的总能量，自然要比用 W_m 表示的能量值大得多。总能量由于相当于内部元电流自感应磁通的能量，以及部分地由于相当于内外电流间互感应磁通的能量而增大。

让我们指出，只有当我们从磁场的总能量的概念出发时，才可能例如解释那种表面上看来似乎互相矛盾的事实：当电磁铁的衔铁接通向止柱的方向移动和线圈内的电流值不变时，尽管磁链数 ψ 同时在增加，能量值 W_m 有时不仅不增加，而且还减少。

实际上，这里所发生的相应于互感应磁通的能量的增加（而这种增加只与元电流分布情形的改变有关），应该伴随着相当于由这些元电流所组成的系统的自感应磁通能量的降低。因此，如果磁场能量变动的后一种分量大于第一种分量的话，那末，此 W_m 就应当减低。指出下面一点是很有趣的：当外电源的能量变成机械功时，视在效率在该种情形下由于 W_m 的降低而大于 1。根据上述物理概念，让我们现在直接说明电磁力一般式的结论。这关系式正象我们所已指出的，为 B. B. 罗曼诺夫斯基所得出的，并且可以不问电磁铁磁路饱和的程度如何而应用于一切场合。因为 B. B. 罗曼诺夫斯基在自己的著作内，并没有利用上述物理概念，所以在下面，当我们阐述他的结论时，我们将要从发展了的概念出发把各个原理说明得更好一些，并且还给它们相应的解释。

如果在綫圈內电流保持不变并且等于 i_0 时将电磁鉄的銜鉄移动一距离 $(-dh)$, 那末, 即可写出如下等式(图 2):

$$-i_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_{i=i_0} dh = - \left(\frac{\partial W_m}{\partial h} \right)_{i=i_0} dh + f dh. \quad (3)$$

这一相互关系是能量不灭定律的表示式, 因此, 在这里不管内部元电流的布置情形和这些电流的数值是怎样随着時間变化的, 这一式始終是正确的。这里假定渦流和磁滯很小, 可以略而不計。

讓我們解釋这一等式的每一边各个部分的物理意义。等式的左边是由于磁鏈数 ψ 的变动而引起外部电源所作的功。不难看出, 这种功絲毫无誤地等于相当于各元电流与电磁鉄綫圈間的互感应磁通的那部分磁場能量的增加量: $i_0 \sum M_k i_k$ 。等式(3)的右边第一項等于磁場总能量各部分数量改变的代数, 这些部分相当于各元电流系統的自感应磁通和这一系統与电磁鉄綫圈間的互感应磁通, 这是早已指出过的。由此可以得出結論: 在上述情形下机械功正巧等于磁場总能量中相当于各元电流系統的自感应磁通的那一部分能量的減少量。

其次, 当繼續导出力 f 的表示式时, 我們把(3)的两部分都除以 $(-dh)$, 并且把 W_m 代以由(2)所得之式:

$$i_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_{i=i_0} = \int_0^{i_0} i \frac{\partial^2 \psi}{\partial i \partial h} di - f. \quad (4)$$

式(4)的右边第一項可以表示成下列形式:

$$\int_0^{i_0} i \frac{\partial \left(\frac{\partial \psi}{\partial h} \right)}{\partial i} di = i_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_{i=i_0} - \int_0^{i_0} \frac{\partial \psi}{\partial h} di. \quad (5)$$

于是, 从式(4)与(5), 得:

$$f = - \int_0^{i_0} \frac{\partial \psi}{\partial h} di. \quad (6)$$

由此得出: 图 2 上两曲线间影线部分相当于机械功 $f dh$ 。

B. B. 罗曼诺夫斯基教授在上述著作中只推导到获得上列积分形式的电磁力公式为止。实际使用这一式时, 还必需确定 $\frac{\partial \psi}{\partial h}$ 与 i 的关系; 可是在罗曼诺夫斯基教授的著作里, 这一个问题还没有研究过。

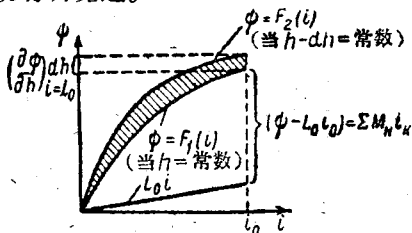


图 2. 磁链数与电磁铁线圈内电流的关系曲线。 i_k —内部元电流; L_0 —电磁铁线圈的自感系数; M_k —线圈和元电流间的互感系数。

在一系列情形下, 正象以后要指出的一样, 利用下列具有微分形式的 f 表示式的变形, 可能是更为方便的:

$$f = - \frac{\partial W_f}{\partial h}, \quad (7)$$

式中

$$W_f = \int_0^{i_0} \psi di, \quad (8)$$

即, W_f 相当于横坐标轴和曲线 $\psi = F_1(i)$ (图 2) 间的面积。

从物理概念出发, W_f 值可以表示为两个被加数之和。第一个被加数是相当于电磁铁线圈放在真空中时的自感应磁通的那部分磁场能量 $\frac{L_0 i_0^2}{2}$ 。第二个被加数是相当于各元电流系

統自感應磁通的那部分磁場能量的總減少量。

上述能量減少是由于電磁鐵繞圈的外部宏觀電流所產生的磁場使這一系統的各個迴路的軸旋轉而造成的。

幾乎在全部講述計算電磁鐵磁路飽和影響的其他著作內，在開頭都介紹了確定在磁路的不同部分內的磁感應值的近似法，然後根據式(1)求出力 f ，而且，為此預先對磁路的每一部分都分別計算出能量值 W_m 。這裡，為了確定相當於磁路飽和部分的分量 W_m ，人們利用磁場能量的單位體積密度的熟知式：

$$W'_m = \int_0^B H dB. \quad (9)$$

因為這一式符合於用公式來確定的磁場能量的概念，所以，正象以前所得出的結論一樣，利用它根據式(1)來確定電磁力的數值是不正確的。在這些情形下， f 值應按式(7)來求得。為此，必須如下地計算 W_f ：

$$W_f = \int_V W'_f dV, \quad (10)$$

式中 V ——電磁鐵磁場所佔有的全部體積，而

$$W'_f = \int_0^H B dH. \quad (11)$$

上述求出 W_f 方法的正確性，可由下述情形來証實。

由圖 2 應得：

$$W_f = \int_0^{i_0} \psi di = \psi i_0 - W_m;$$

$$W_m = \int_V W'_m dV = \int_V \left(\int_0^B H dB \right) dV.$$

同时不难证明:

$$\psi_{i0} = \int_V (BH) dV.$$

所以,

$$\begin{aligned} W_l &= \int_V (BH) dV - \int_V \left(\int_0^B H dB \right) dV = \int_V \left(BH - \int_0^B H dB \right) dV = \\ &= \int_V \left(\int_0^B B dH \right) dV = \int_V W'_l dV. \end{aligned}$$

现在让我们转过来研究有关书刊中所记述的确定在磁路各不同部分内磁感应值的方法。

当确定在衔铁及电磁铁磁路的其他部分内的磁感应时, А. Я. 布依洛夫(А. Я. Буйлов)教授在他的著作(参考书刊3)内假定漏磁通与饱和无关, 并且假定在确定漏磁通时可以将衔铁、止柱与铁轭内的磁压降略而不计。然后, 在确定了磁感应之后, 计算在磁路各部分内磁压降与能量分量 W_m , 同时, 将铁磁材料的磁化曲线用直线来代替, 这些直线在某一点 B_0 与纵坐标轴相交(图3)。其次, 根据关系式(1)求得力 f , 它是衔铁移动对相当于磁路各部分(衔铁、罩壳、空气隙等等)能量分量的偏导数。所以, 当确定

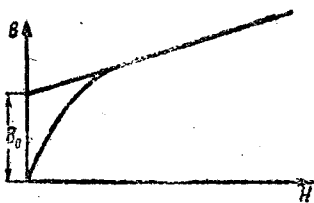


图3. 根据 А. Я. 布依洛夫的意见用直线代替磁化曲线。

力 f 时,应用了与上面提到过的相同的計算順序。在該著作中作者指出,应用这种方法来計算电磁鉄磁导体饱和的影响会引致严重的錯誤。

除了应用不正确的式(1)以外,还应该把因确定漏磁通时不考虑銜鉄和止柱的饱和对漏磁通的影响而引起的不准确性列入这种方法的主要缺点内。至于用直綫来代替磁化曲綫,那末,这一假定是不会引起很大錯誤的;因为当 H 值大时,在这里所求得的磁感应 B 是完全正确的,而在 H 值小时,磁导体的饱和影响一般是很微弱的。

类似的求出电磁鉄导磁体各部分内磁感应值的方法,記述在其他一些著作内(参考书刊2)。这种方法也是根据假設漏磁通与导磁体的饱和程度无关,但是在这里漏磁通值的求法却与A. Я. 布依洛夫著作内的有些两样。当进行漏磁通值的运算时作者认为:銜鉄与止柱任一截面内的磁感应与空气隙内的磁感应之比值,只当綫圈内的电流值小,銜鉄与止柱未饱和时才应当求出。銜鉄与磁路其他部分内的磁压降在計算出磁感应的各值之后根据相应的磁化曲綫求得。然后力 f 也是根据式(1)确定的。在結論内指出:上述力 f 的計算方法可能使实验数据与計算数据之偏差达 $\pm 50\%$ 。这种方法的缺点与在布依洛夫教授著作内所記述之方法的上述缺点相同。

在闡明电话和电碼继电器計算方法的許多著作内,介紹了比較正确地計算磁导体的饱和对力 f 的值所发生的影响的方法。在苏联科学院通訊院士B. И. 科瓦連可夫(B. И. Коваленков)的著作(参考书刊4,5)和M. И. 維田別尔克(M. И. Витенберг)的著作(参考书刊8)中,拟出了求两个求这些继电器(图16)鉄心内磁感应的微分方程:

$$\frac{d\Phi_x}{dx} = -GU_x, \quad (12)$$

$$\frac{dU_x}{dx} = \frac{F}{l_2} - R_f\Phi_x, \quad (13)$$

式中 Φ_x ——在截面 x 内的磁通;

G ——磁路每单位长度的漏磁磁导系数;

F ——线圈所产生的磁通势;

U_x ——铁心间截面 x 内的磁压;

R_f ——磁路每单位长度的磁阻。

把两方程对 x 进行微分, 并且将所得方程中的 $\frac{d\Phi_x}{dx}$ 和 $\frac{dU_x}{dx}$ 用它们在方程(12)和(13)内的值来代替, 作者于是得到:

$$\frac{d^2\Phi_x}{dx^2} - GR_f\Phi_x + G\frac{F}{l_2} = 0; \quad (14)$$

$$\frac{d^2U_x}{dx^2} = GR_fU_x. \quad (15)$$

既然 R_f 是 Φ_x 的复杂函数, 所以要精确地解这些方程是困难的。正是由于这个缘故, 所以在这些著作里假定 R_f 是恒定值。在这一种假定下, (15)的通解具有如下的形式:

$$U_x = C_1 \operatorname{sh} x \sqrt{GR_f} + C_2 \operatorname{ch} x \sqrt{GR_f}. \quad (16)$$

如果铁轭(在继电器底板上), 气隙 h 与衔铁的磁阻值为已知, 积分常数 C_1 和 C_2 就很容易求出。因为 R_f 值实际上不是恒定值, 所以作者们推荐了各种近似求出其平均值的方法, 为此作者们引用了有关继电器磁导体平均磁导系数的概念。由关系式(12)与(16)求出作为 x 函数的 Φ_x , 然后根据式(1)求出 W_m 的各分量和力 f 。

所以, 与上面研究过的不同, 在这些著作里, 已经部分地