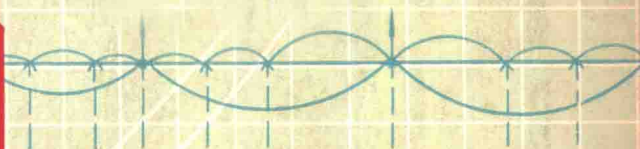


数 学 方 法 在铁路运输中的应用



中 国 铁 道 出 版 社

数 学 方 法 在铁路运输中的应用

B. M. 阿库林尼契夫

B. A. 库特略夫采夫 编

П. A. 舒力任柯

杨 明 伦 译

高 家 驹 校

中 国 铁 道 出 版 社

1 9 8 0 年 · 北 京

数学方法在铁路运输中的应用

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
В ЭКСПЛУАТАЦИИ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ
(苏) В. М. 阿库林尼契夫 В. А. 库特略夫采夫 П. А. 舒力任柯 编

莫斯科《交通》出版社 1973年 俄文版

杨明伦 译 高家驹 校

中国铁道出版社出版

责任编辑 林瑞耕

封面设计 翟达

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本: $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印张: 6.25 字数: 139千

1980年9月 第1版 1980年9月 第1次印刷

印数: 0001—3,500册 定价: 0.85元

内 容 简 介

该书原名为《数学方法和计算技术在铁路运输中的应用》，现摘译前一部分的内容出版，并改名为《数学方法在铁路运输中的应用》。本书阐明了概率论、数理统计、排队论、线性规划及动态规划等的基本原理，并列有上述理论在铁路运输中应用的算例。

本书可供铁路高等院校学生、研究生以及运输工程技术人员学习参考。

目 录

编者的话	1
第一章 控制论及其技术设备	3
§ 1 基本概念	3
§ 2 控制计算机	5
第二章 概率论的基本概念	8
§ 1 基本概念和定义	8
§ 2 随机事件的性质	9
§ 3 概率	10
§ 4 概率加法	11
§ 5 独立事件及不独立事件的概率的加法和 乘法	13
§ 6 至少出现一个事件的概率	15
§ 7 全概率公式	16
§ 8 反复试验	18
§ 9 事件发生的最大概率数	19
第三章 随机变量及其分布规律	25
§ 1 定义	25
§ 2 离散型随机变量	25
§ 3 连续随机变量	30
§ 4 大数定律	31
§ 5 离散型随机变量的分布规律	33
§ 6 连续随机变量的分布规律	41
第四章 试验数据的方程表示	56

§ 1	前言	56
§ 2	线性的与非线性的函数	56
第五章	数理统计基础	68
§ 1	统计数据处理	68
§ 2	统计数列和分布直方图	69
§ 3	统计数列的曲线拟合, 适度准则	70
§ 4	相关	76
第六章	排队论	81
§ 1	概述	81
§ 2	需求流的特征	84
§ 3	服务时间	89
§ 4	排队过程的效率准则	91
§ 5	单通道等待服务系统	92
§ 6	多通道排队系统	105
§ 7	双相排队系统	108
§ 8	有限需求流的闭合系统	110
§ 9	函数 (费用函数) 的最优化	111
第七章	数学模拟	116
§ 1	概述	116
§ 2	运输过程的数学模型	117
§ 3	随机事件流的组成	120
§ 4	模拟精度	121
§ 5	实际运输系统的模拟	122
第八章	线性规划	126
§ 1	概述	126
§ 2	运输问题	127
§ 3	运输问题的分析解法	130
§ 4	建立初始方案的方法	135

§ 5	位势法解运输问题	138
§ 6	运输问题的开模型	142
§ 7	关于分派问题	143
§ 8	分配问题	148
第九章	动态规划	156
§ 1	概述	156
§ 2	任务的提出	159
§ 3	区段上操纵列车的最优方式	161
§ 4	线路通过能力发展的优化	163
附 录		170
1.	函数 $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$ 数值表	170
2.	函数 $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^{+x} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ 数值表	172
3.	函数 $P_m = \frac{a^m}{m!} \cdot e^{-a}$ 数值表	174
4.	指数函数	176
5.	按 x^2 准则分布的概率 $P(x^2)$ 表	178
6.	爱尔兰格分布函数数值表	180
7.	随机数表	190
8.	各种人口流参数 l 和服务时间参数 k 的根值 u 表	192

编 者 的 话

铁路管理的最重要原则是在广泛应用数学方法和计算技术的基础上科学地组织运输过程。目前在运输中所采用的组织计划系统与主要技术作业过程的自动化紧密联系着，与在管理技术作业过程中的控制论也紧密联系着。数学方法有助于研究运输过程中技术作业的复杂性及随机性因素，有助于系统分析及制定运输系统职能的有效制度。然而，仅仅使用古典数学方法来研究运输系统，在许多情况下是有困难的。因此，在解决管理任务中，概率论、集合论及图论、数学规划、排队论、作业研究以及一些计算数学的专门分支等越来越广泛地得到应用。

运输过程对多变量的依赖性在很大程度上促进了概率计算在管理工作中的应用。

应用线性规划能将日常作业计划工作提到一个更新的高度，它在运输中的应用范围已为人们所熟悉。线性规划能预知在当前或未来情况下的计划的最优化。

为掌握远期货流引起的线路改建费和运营费，最好用动态规划法来计算。它首先用来选择加强线路通过能力措施的采用次序，确定铁路电气化发展的合理日程，确定分阶段发展编组站和货运附属设备等等。

图论和集合论对于解决管理问题无疑是有意义的，在它们的帮助下，各种不同方案的集合按一定的次序向最优化的目标接近。因此，这些理论被广泛用来解决错综复杂的课题。在铁路运营工作中还采用着各种统计研究方法、生产过

程模拟法以及对策论。

然而，数学方法目前仅用在个别部门的技术作业过程的研究和计划的最优化，而没能用在广阔的运输场合以及整个运输系统之中。

加强运输工作必须深挖运输潜力，科学地制定远期技术作业过程。所有这些都能不断扩大数学方法在铁路运输中的使用范围。

新的要求摆在运输工程师和大学生——未来的运输指挥员面前，为此，他们应该会使用广博的数学工具来提出和完成崭新的任务。本书涉及一系列利用数学方法解决的运输中的实际问题。其中以具体例题表明应用概率论、数理统计、排队论、数学规划的基本原理来进行运输问题的计算。

本书的基本目的是指出数学方法在完善运输过程中的作用和意义。因此，许多理论证明叙述得简单扼要；用于描述机器的术语（微模数、积分线路等），读者可从其它课程熟悉它，本书不作更多解释。

本书收进了莫斯科铁道学院以及其它铁路高等院校完成的科研成果。

作者将接受一切旨在改进本书的批评意见和读者的要求，并致谢意。

本书作者编写分工：

、B.M. 阿库林尼契夫——1~7章；B.A. 库特路夫采夫——8~9章；П.А. 舒力任柯——10~13章。

第一章 控制论及其技术设备

§ 1 基 本 概 念

控制论⁽¹⁾是涉及自然界和社会活动的管理科学。它利用数学方法、统计和逻辑分析、观测和实验等来研究各种不同形式的复杂系统中信息的接收、保存、处理以及传递过程。这门科学还非常年轻。1948年，美国马萨诸塞斯理工学院数学教授诺贝尔特·维纳发表了他的名著《控制论或在动物界和机器中的控制和联系》一文给控制论奠定了基础。

科学院士A.И.贝尔格用下述方式描述了控制论：《控制论是一门管理复杂动态系统的科学。“复杂”这个词在这里属哲学范畴。生产上、自然界中和人类社会中的动态系统是指有发展和改变自身状态能力的系统。许多较为简单的系统或相互联系和相互作用的因素组成复杂动态系统。……苏联推行控制论的目的是制定并实现管理复杂过程的科学方法，用以提高人类劳动的效率》。⁽²⁾

控制论是广博的科学。它包含发现和预测理论、负反馈和自控理论、信息论、自动装置和包括计算机在内的复杂机器的理论等。

在自然界、技术领域或人类社会中，管理任何一个系统

(1) 《控制论》这个词经常在普拉东的著作中遇到，它用控制论一词来表示操纵军舰的艺术，而后来把原意转化为指管理人的艺术。在1834年法国物理学家阿姆比尔在研究了科学的分类问题之后，仿效过去的说法，把管理国家的科学称作控制论。在19世纪的一系列著名的辞典中，控制论一词是用上述含义解释的。

(2) 摘自《利用控制论为共产主义服务》一书。编者：贝尔格。莫斯科。1961年。29页。

的过程都与无论用何种形式所表示的信息的传递、接收和保存相联系着的。信息的传递线路可能是神经，感官的信号通过神经传递到大脑，又从大脑传递给肌肉组织；信息传递线路也可能是那些还没有被完全弄清楚的途径，如利用其来传递胚胎细胞关于生物机体结构远景的打算；在技术领域中，信息传递的线路则是电话和电报线路。

通常，在技术领域里，通信乃是离散的即不连续的随时间分布的事件序列(字母代码或数字代码)或连续的随时间分布的事件序列(电话或电报线路中的电流)，统计学称之为时间级数。通信问题的统计分析是信息论的基础。虽然，这种理论是在研究电气通讯时产生的，但它是用一般方法解决通信传递的问题，所以它既对研究通信的机械传递有用，对机器的工作也有用；它在语言学、医学等其它领域中也得到应用。信息论为工程师们、心理学家们和物理学家们所利用，然而它依然是数学理论，而不是物理的、心理学的或工程的理论。

在信息论中“比特(1)”作为通用的度量单位。一个比特信息是指在符号选择中从两个同等概率可能中实现其中一个的结果，它是信息或数字的更替。信息的数值度量称熵。信息源的熵等于字母、词或信息的比特数。如果信息源用匀速发出符号，则它的熵等于每秒的比特数。熵随着信息源能够选择的信息量的增大而增大，同样，当选择自由(或由于收讯者的不确定性)增大时，熵也增大，当选择自由和不确定性受到限制时，熵就减小。若信息源能从两个符号 x 或 y 中随机选择一个，且前一次的选择不影响到后一次的话，那末，在这种最简单的条件下，信息源的熵可根据下式来确

(1) 英语术语binary digit的简写，即二进制数。

定:

$$H = -(p_0 \log p_0 + p_1 \log p_1) \quad (1)$$

式中 p_0 ——选到符号 x 的概率;

p_1 ——选到符号 y 的概率。

信息论研究这类问题: 根据信息通道的特点, 按理想的或非理想的信息通道, 每秒能传递多少个信息(以比特计); 如何测量信息的传递速度; 如何更好地提出信息或更有效地译成电码, 以及在传递过程中如何避免出错。

§ 2 控制计算机

为了管理任何一个过程, 需要有计算的高速度和高精确度, 用于预报效应性能的差别分析器是不能保证这些要求的。和普通手摇计算机一样, 需要具有中央求和、求积等数字计算装置的数字计算机。为了保证足够的快速动作, 这些计算装置是由电子管组成, 而不是由齿轮传动或机电继电器组成。在计算中采用较为经济的二进制, 而不是十进制。操作顺序由机器本身拟定, 从输入已知数据到获得结果的解题过程中不需要人进行干预。机器包含存贮数据的设备, 它能快速写入数据、可靠保存、读出以及抹去使用的资料, 以便立即整备处理新数据。

计算机的发明是人类最伟大的成就之一。其意义能与历史上科学技术发展的里程碑, 诸如第一台蒸汽机的发明(十八世纪末)、电在工业上的应用(十九世纪末)、或原子能的利用(二十世纪)等相媲美。计算机是控制论的主要技术手段, 是控制论发展的强有力的加速器。计算机, 连同计算机科学的理论基础和原理, 经历了从原始计算器到现代电子计算机发展的复杂道路。信息处理的方法有人工的和自动的(人不参与)之分, 当信息自动处理时, 信息从外部信息源进

人机器并为自控对象提供计算结果都是自动地进行的。随信息处理方法的不同，控制计算机按其用途分为两种基本类型。

第一类机器称为电子计算机(Θ BM)；第二类机器称为控制计算机(YBM)。根据计算中提供数值的形式不同，电子计算机又分为离散(不连续)计算机(即电子数字计算机—— Θ LBM)和连续计算机(ABM)两种。在电子数字计算机中对数进行算术运算和逻辑运算，计算结果仍然是数。在连续计算机中作为数值的有物理参数(回转轴转角、水的压力、电流强度、应力值等等)的连续分量。连续计算机(安培计、伏特计、示波器)运算的结果在某有限区段或无限区段上能采取任何值，这些结果就是被研究过程的轨迹。连续电子计算机也称作模拟机或相似机，这种名称的由来与被研究过程的数学模拟有关。

当模型和未来的成品类似且经受的环境相同时，这类模拟称作物理模拟。它被广泛地使用于飞机、直升飞机、火箭、水闸、堤坝等的建造之中。这种模拟不能摆脱一系列缺点。首先，复杂建筑物和机器的模型制作昂贵，而试验做完以后模型也就没用了。第二，由于建筑物和它的小尺寸模型虽有相同的环境却可能产生不同的效果，因而可能出现模型虽然通过了试验而建筑物的一些个别环节却经受不住荷载的情况。因此，不是所有的过程都能进行物理模拟，例如动力过程和热过程。为了避免这些缺点，人们采用数学模拟，建立所要研究过程的数学模型以代替物理模型。数学模拟方法基于相似理论，它对自然界中各种不同的物理现象和过程可以用相同的微分方程来描述。例如，力学振动和电磁振动可用二阶微分方程来描述：

$$a_1 \frac{d^2 x}{dt^2} + b_1 \frac{dx}{dt} + c_1 x = F(t) \quad (2)$$

式中 $F(t)$ —— 在时间 t 内作用于悬挂在弹簧上的小球上的力（力学振动）；

x —— 小球移动的距离；

$\frac{dx}{dt}$ —— 位移速度；

$\frac{d^2 x}{dt^2}$ —— 加速度；

a_1, b_1, c_1 —— 与弹簧材料及其它因素有关的常数。

数学模型是以比较容易找到的简单图式和比较精确地进行一切必要的量测过程为基础而建立起来的。为此，电路中的量测过程是最简单易行的，因为它容易联接，容易给出一定的电阻、电容，容易提供电压。数学模型允许全面地进行试验，例如，未来的直升飞机，不需要将它置于空中；或者研究高速运行中的客车动力学，不需要将列车放到线路上。因为数学模型是由一些标准电气部件组成，这些同样的设备可以在各种不同过程的试验中多次重复使用。因此，相似计算机是综合标准部件，利用它能够模拟各种不同的物理过程。

电子计算机在铁路上获得了广泛的应用。控制机可用于控制运输部门的自动驾驶系统、自动调度系统、驼峰溜放车辆速度的自动调节系统等方面。连续计算机可用作研究机车车辆的动力作用，在研究电气化区段上供电问题时，可模拟列车运行等等。然而，电子数字计算机在运输上获得最广泛的应用还是因它在控制运输过程的自动化方面起着重要作用。

第二章 概率论的基本概念

§ 1 基本概念和定义

事件是概率论的一个基本概念，任何一个现象，由于试验结果可能发生或不发生，称之为事件。观察到的事件（现象）可以分为下述三类：必然事件、不可能事件和随机事件。必然发生的事件称作必然事件。例如，在12小时内旅客列车每昼夜到达车站是必然事件。

不可能事件是指显然不会发生的事件。用一台调机同时将车组送到两个货物作业地点就是不可能事件的一个例子。

当必要条件具备时，随机事件可能发生也可能不发生。如，一定时间内的列车到站；在到达列车中有去货场的车辆；发现需要修理的车辆；编组站到达场内有空闲线路等等都可作为运输中随机事件的例子。每个随机事件的出现或不出现是由于非常众多的随机现象作用和相互作用的结果。通常不可能确切估计所有这些发生原因的影响，因为这些原因的数量极大，它们作用的规律也不甚清楚。现在我们看一下，象具有固定到站车辆的货物列车到站时间这样的一个随机事件。众所周知，运行图中确定货物列车的到站时间有下列条件：

所有发货人的装车均衡性；

前方各站的列车组成条件；

区段内旅客列车的数量、铺划方案以及运行时间；

运行线的专门化；

列车通过区段的运行条件；

该时间内的地形及自然条件；

车站及区间内技术设备的配备特点等等。

这些条件不可能在每昼夜内对每一列车精确地重复，因此，固定某到站车组的到站时间通常是有所变化的。在较长时间内货物列车通过区段的运行条件虽有所不同，但仍显示出一定的规律性。观测表明，足够大量的同类随机事件，例如到站时间，不随它们的具体本性而变，而是遵循一定的数学规律。对于运输来说，研究这类规律有着特别重要的意义，因它们除对预测实际活动外，对有目的地影响大量随机现象的进程、限制随机性的范围、缩小其对管理工作的影响是有帮助的。概率论就是从事研究大量同类随机事件的概率规律性的。

§ 2 随机事件的性质

若干事件，其中至少有一个事件无疑应当出现时，组成完备群。这类群的例子如下：

货物列车按运行图或不按运行图通过中间站；

列车没有占用编组站到达场的任何线路，列车占用一条线路，占用两条线路以及占用更多的线路；

在一定时间内车组出现或不出现在其本到站的编组线上。

如果在该试验中，一个事件排斥另一事件出现的可能性，则称这些事件是互不相容事件。例如，在某一时刻，从车站向区间发出一列车，当这列车还未通过一个塞闭区间时，它排斥向该区间发出另一列车。

如果一个事件出现的可能性不比另一事件为大者，这些事件称作等可能性事件。例如，若解体车组中四轴车和六轴车数量相等，则在编组线路上出现四轴车和出现六轴车是等

可能性的。

在实际中，常遇到这样的事件，它们所组成的完备群是互不相容事件并且是等可能事件。

§ 3 概 率

每个随机事件具有这样或那样可能度，即一些事件出现得较为频繁，而另一些事件出现得较为稀少。表征事件出现的相对频率的数称作事件的概率。计算事件 A 的概率用如下比值：

$$P(A) = \frac{m}{n} \quad (3)$$

式中 m —— 有利于事件 A 的情况数；

n —— 可能情况的总数。

这叫作数学概率。其性质如下：

必然事件的概率等于 1；

不可能事件的概率等于 0；

随机事件的概率是介乎 0 和 1 之间的正数。

事实上，只有总情况的一部分有利于随机事件。因此，

$$0 < \frac{m}{n} < 1, \text{ 即}$$

$$0 < P(A) < 1$$

这样，任一事件的概率满足下列不等式：

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

然而，概率概念通常与频率的经验概念相关联，与数学概率相区别，而把 n 次试验的事件频率称作统计概率。计算统计概率根据下式：

$$P^*(A) = \frac{m}{n}$$