

數理地理



* 版權所有 *

數 理 地 理 (全一冊)

◎定價人民幣一萬四千元

編著者：金 祖 孟

出版者：中華書局股份有限公司
上海漢口路四七七號

印刷者：中華書局上海印刷廠
上海漢口路四七七號

總經售：中國圖書發行公司
北京絨線胡同六六號

編號：15738 (53, 滬型, 32開, 140頁, 165千字)

1953年9月初版(第二次印刷) 印數(滬)3,001—7,000

(上海市書刊出版業營業許可證出零二六號)

本書內容提要

本書就下列六個方面說明地球，即（一）地球在宇宙間的位置，（二）地球的一般情形，（三）地球的自轉和公轉，（四）晝夜和季節，（五）時間和曆法，（六）月球和地球。全書組織嚴密，說理精詳，插圖衆多，可作大學地理系的教本，或供中學地理教師參考之用。

數 理 地 理



目 次

第一編	緒論	3
第二編	位置與座標	11
第一章	方向	11
第二章	距離	22
第三章	地理座標	27
第四章	天球座標	39
第三編	地球在宇宙間的位置	48
第一章	宇宙與天體	48
第二章	太陽	56
第三章	太陽系	62
第四編	地球概說	69
第一章	地球的起源	69
第二章	地球的形狀	78
第三章	地球的大小	88
第四章	地球的質量	91
第五章	地表	97
第六章	地球的內部	104
第五編	地球自轉與公轉	111
第一章	地球的自轉	111

第二章	地球自轉的結果	117
第三章	地球自轉與恆星周日運動	126
第四章	地球的公轉	134
第五章	地球公轉的結果	141
第六章	地球公轉與太陽周年運動	147
第六編	晝夜與季節	155
第一章	晝夜的區分	155
第二章	晝夜與季節	162
第三章	晝夜與緯度	168
第四章	日出時刻與日沒時刻	176
第五章	日出幅角與日沒幅角	186
第六章	正午的太陽	194
第七編	時間與曆法	202
第一章	恆星時與太陽時	202
第二章	視太陽時與平太陽時	208
第三章	地方時刻與標準時刻	220
第四章	太陰曆	227
第五章	太陽曆	231
第六章	陰陽曆	239
第八編	月球與地球	245
第一章	月球	245
第二章	月蝕與日蝕	257
第三章	潮汐	269
作者後記		279

數 理 地 理

第一編 緒 論

數理地理學與天文學 太陽、月亮以及各式各樣的星（包括行星、恆星、衛星、流星、彗星和星雲），總稱為天體（Celestial bodies）。研究天體的學問，叫做天文學（Astronomy）。我們的地球，是宇宙間無數天體中的一個；它在許多方面與其他天體發生關係，尤其是太陽和月亮。因此，天文學家要站在地球上研究其他天體，就必須研究地球。反之，地理學家要明瞭地球的情形，就必須把地球當作一個天體，並且用研究天體的方法來研究地球及其與其他天體的關係，尤其是它與太陽、月亮的關係。這樣的學問，叫做天文地理學（Astronomical geography）。所謂「研究天體的方法」，實際上就是「數理的方法」。因此，天文地理學也叫做數理地理學（Mathematical geography）。

數理地理學和天文學，是關係十分密切的兩門科學。研究地球的數理地理學，必須同時提到其他天體以至宇宙構造。研究普通天體的天文學，也不能不研究地球。這樣看來，好像二者很容易相混。其實，二者的目標不同。因此，二者的界限也是很清楚的。在數理地理中提到地球以外的天體，其目的在於說明地球在宇宙間的位置，在於說明地球本身的事實，是為地理學服務。舉

例來說，假如不觀察其他天體，我們將無法知道地球是在公轉着太陽。假如某一天文事實與地球沒有什麼關係，那麼，我們當然用不着提它。在天文學上，地球是與普通行星相提並論的；太陽是與普通恆星相提並論的。天文學家確也很重視地球這一天體，但是，那只是因為地球也是一個天體，尤其是因為地球是天文學家觀察一切其他天體的立足點。

地球與天球 地球每日旋轉一周；這種旋轉，稱為自轉(Rotation)。地球自轉之軸稱為地軸(Earth's axis)。地軸的中點，稱為地心(Earth's center)。地軸與地球表面，相交於兩點；這兩點稱為地極(Terrestrial poles)。嚴格的說，地極應該是地軸與地球海平面(Sea level)的交點；地球表面與地球海平面有可能的高度上的差異。地極有兩個，即地北極(Terrestrial north pole)與地南極(Terrestrial south pole)；地北極簡稱北極，位於北冰洋(Arctic sea)中；地南極簡稱南極，位於南極洲(Antarctica)上。

通過地心的平面與球面相交成一正圓。在一切不同的平面與同一球面相交而成的許多不同的正圓之中，這樣的正圓是最大的，因而稱為大圈(Great circle)。通過地心且與地軸相垂直的平面與地球表面相交而成的大圈，稱為地球赤道(Terrestrial equator)，簡稱赤道(Equator)。任何大圈都把球體分為相等的兩個半球；赤道把地球分為相等的北半球與南半球。

所有通過地軸的平面，都與地球表面相交而成正圓，稱為經綫(Meridians)。通過地軸的平面當然通過地心。因此，所有的經

綫都是地球的大圈。通過地軸的平面，當然通過兩極。因此，所有的經綫都在地球兩極相交。地軸與赤道平面相垂直。因此，所有的經綫都與赤道相垂直。

所有與地軸相垂直的平面，都與地球表面相交而成正圓。所有這些正圓都與所有經綫相正交，因而稱為緯綫 (Parallels)，以示縱橫方向的不同。垂直於地軸的平面，當然互相平行。因此，所有的緯綫只有大小的不同，但都互相平行，因而在西文中被稱為平行綫 (Parallels)。赤道是緯綫之一，它是緯綫中的唯一大圈，因而在大小上不同於普通的緯綫。

宇宙是無比廣大的，天體是無比遙遠的，人類五官是無法直接區別各遙遠距離間的差異的。因此，所有的天體，包括太陽、月亮以及一切星辰在內，好像都位於一個半徑為無窮大的球體上面。這一球體，天文學家稱為天球 (Celestial sphere)。天球的球心就是地球。嚴格的說，天球的球心應該是地球上的觀察地點。但是，地球同天球比較起來，可以被認為是無限渺小的一點。因此，整個地球和地球上某一觀察地點，在天球上看起來，並沒有大小上的差異。

地球自轉之軸(地軸)向兩端無限延長與天球相交於兩點。這兩點稱為天極 (Celestial poles)，以別於地極。在兩極之中，位於地球北極的天頂的，叫做天北極 (Celestial north poles)；位於地球南極的天頂的，叫做天南極 (Celestial south poles)。

地球的赤道平面，向四周無限擴大與天球相交成一大圈。這

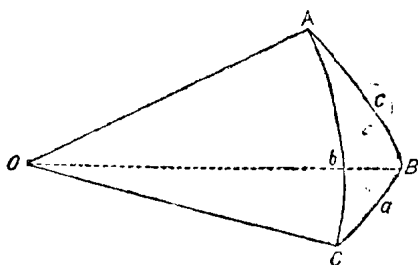
一大圈，稱為天赤道(Celestial equator)，位於地球赤道的上空，距天北極與天南極各九十度。

球面三角形 研究數理地理所需要的數學，主要的是球面三角法(Spherical trigonometry)。球面三角法就是研究球面三角形(Spherical triangle)的邊和角的關係的科學。因此，在研究數理地理學以前，我們應該首先說明球面三角形和球面三角法。

球面三角形就是連結同一正球表面上不同的三點所成的三角形。這三點稱為球面三角形的頂點。所有頂點在球面上的位置都用球面座標表示，我們普通用 A, B, C 三個大寫字母表示這三個頂點，也就用 $\triangle ABC$ 表示這個球面三角形。

如同平面三角形一樣，球面三角形也有三角和三邊。我們普通用 A, B, C 三個大寫字母表示任意球面三角形的三個內角；用 a, b, c 三個小寫字母表示這三個內角所對的三邊。

所有球面三角形的角和邊的大小，都是用



第一圖 球面三角形的角和邊

大圈來決定的。所謂 a 邊(即 BC 弧)就是自 B 至 C 的大圈的弧，它的長短就是這一弧的度數，即 BC 兩點在球心所張的角的度數。 b 邊和 c 邊的長短也是這樣決定的。所謂 A 角就是 AB 弧與 AC 弧所代表兩個的大圈的兩個平面的交角，即 ABO 平面與

ACO 平面的交角。 B 角和 C 角的大小也是這樣決定的。

在球面三角形的三個內角之中，如果有一個內角是直角，這個球面三角形就稱為直角三角形。我們普通用 C 表示直角三角形的直角的頂點。

在球面三角形的三邊之中，如果有一邊之長是 90° ，這個球面三角形就稱為象限三角形。我們普通用 c 表示等於 90° 的這一邊。

在天文學上最常用的球面三角形，就是天頂、天北極和天球上某一點所構成的三角形。這一個球面三角形，普通稱為天文三角形 (Astronomical triangle)，亦稱為 ZPS 三角形；其中 Z 指觀察地點的天頂 (Zenith)， P 指天北極， S 是天球上與某一待解決的問題有關係的一點。許多數理地理問題的解決，實際上就是解這個三角形。

球面三角法大意 球面三角法的主要任務是解球面三角形。所謂解球面三角形就是根據球面三角形的角和邊的關係，由已知的角和邊，求得未知的角和邊。因此，要解球面三角形，必須先知道球面三角形內的角和邊的關係。

在球面三角法中，說明角和邊的關係的主要定律有兩個。第一個是正弦定律 (Law of sine)，第二個是餘弦定律 (Law of cosine)。

正弦定律說明各內角的正弦與各邊的正弦的關係。具體的說，正弦定律就是：任意球面三角形的各邊的正弦與所對的各角

的正弦，互成比例。如果用公式來表示，那就是：

$$\sin a : \sin A = \sin b : \sin B = \sin c : \sin C$$

即： $\sin a \sin B = \sin A \sin b$

$$\sin b \sin C = \sin B \sin c$$

$$\sin c \sin A = \sin C \sin a$$

如果這一球面三角形是直角三角形， $C = 90^\circ$ 那麼，正弦定律就成爲如下形式：

$$\sin a : \sin A = \sin b : \sin B = \sin c : 1$$

即： $\sin a = \sin A \sin c$

$$\sin b = \sin B \sin c$$

如果這一球面三角形是象限三角形， $c = 90^\circ$ ，那麼，正弦定律就成爲如下形式：

$$\sin a : \sin A = \sin b : \sin B = 1 : \sin C$$

即： $\sin A = \sin a \sin C$

$$\sin B = \sin b \sin C$$

餘弦定律可分爲兩部份，即邊的餘弦定律與角的餘弦定律。

邊的餘弦定律，說明球面三角形的兩邊夾角與夾角的對邊的關係。如果用公式來表示，那就是：

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$\cos b = \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

如果這一球面三角形是直角三角形， $C = 90^\circ$ ，那麼，邊的餘

弦定律的第三公式就變成如下形式：

$$\cos c = \cos a \cos b$$

如果這一球面三角形是象限三角形， $c = 90^\circ$ ，那麼，上列三個公式，就變成如下形式：

$$\cos a = \sin b \cos A$$

$$\cos b = \sin a \cos B$$

$$\cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C = 0$$

角的餘弦定律說明球面三角形的兩角夾邊和夾邊所對的角的關係。如果用公式來表示，那就是：

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a$$

$$\cos B = -\cos C \cos A + \sin C \sin A \cos b$$

$$\cos C = -\cos A \cos B + \sin A \sin B \cos c$$

如果這一球面三角形是直角三角形， $C = 90^\circ$ ，那麼，角的餘弦定律的三個公式就變成如下形式：

$$\cos A = \sin B \cos a$$

$$\cos B = \sin A \cos b$$

$$-\cos A \cos B + \sin A \sin B \cos c = 0$$

如果這一球面三角形是象限三角形， $c = 90^\circ$ ，那麼，角的餘弦定律的第三個公式就變成如下形式：

$$\cos C = -\cos A \cos B$$

如果在球面三角形的三邊三角中，已經知道兩邊一角或二角一邊，我們就可以直接運用上述的正弦定律和餘弦定律的公

式，求得未知的邊和角。

爲了運用對數的便利，我們可以把邊的餘弦定律公式變成如下的半角公式。如果在球面三角形的三邊三角中，已知三邊，我們可以運用它來求得未知的三角。半角公式就是：

$$\tan \frac{A}{2} = \left[\frac{\sin(s-b)\sin(s-c)}{\sin s \sin(s-a)} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ (餘式類推)}$$

在以上公式中， $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$ 。因此， $s-a = \frac{1}{2}(b+c-a)$ ， $s-b = \frac{1}{2}(a-b+c)$ ， $s-c = \frac{1}{2}(a+b-c)$ 。

爲了運用對數的便利，我們可以把角的餘弦定律公式變成如下的半邊公式。如果球面三角形的三邊三角中，已知三角，我們可以運用它求得未知的三邊。半邊公式就是：

$$\cot \frac{a}{2} = \left[- \frac{\cos(S-B)\cos(S-C)}{\cos S \cos(S-A)} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ (餘式類推)}$$

在上述公式中， $S = \frac{1}{2}(A+B+C)$ 。因此， $S-A = \frac{1}{2}(B+C-A)$ ， $S-B = \frac{1}{2}(A-B+C)$ ， $S-C = \frac{1}{2}(A+B-C)$ 。

練習題

1. 數理地理學和天文學，有何關係？有何區別？
2. 何謂「大圈」？它有什麼特性？
3. 解釋下列名詞：地軸、地心、地極、經綫、緯綫、赤道。
4. 何謂「天球」？何謂「天極」？何謂「天赤道」？
5. 何謂「球面三角形」？如何表示球面三角形的角和邊？
6. 試以公式表示球面三角法中的正弦定律和餘弦定律。
7. 在球面三角形 ABC 之中，已知 A 角是 30° ， B 角是 98° ， a 邊是 25° 。試運用正弦定律求 b 邊。
8. 在球面三角形 ABC 之中，已知 A 角是 60° ， b 邊是 90° ， c 邊是 108° 。試運用角的餘弦定律，求 a 邊。
9. 在球面三角形 ABC 之中，已知 a 邊是 50° ， B 角是 60° ， C 角是 70° 。試運用邊的餘弦定律，求 A 角。

第二編 位置與座標

第一章 方 向

位置與座標 我們要知道某一地點的數理地理事實（例如晝長和時刻），必須首先知道這一地點在地球上的位置。爲了正確知道這一地點在地球上的位置，我們又需要知道一些天體（尤其是恆星）在天球上的位置。因此，位置在數理地理學上是一個非常重要的課題。有些數理地理學者甚至認爲數理地理學的最終的目的，就是「嚴密決定固定在地球體上的點的位置」。

我們要決定某一點在平面上、球面上或空間上的位置，必須首先決定這一點對於特定的點、綫或面的方向和距離。我們要用語言文字說明某一點在平面上、球面上或空間上的正確位置，必須首先知道這一點對於特定的點、綫或面的方向和距離。因此，方向和距離，可以稱爲決定位置的要素。

一切的座標，都是用來表示位置的。表示平面上的位置的，叫做平面座標。表示球面上的位置的，叫做球面座標。表示空間上的位置的，叫做立體座標。在任何一種座標裏面，用來表示位置的，除了作爲基準的點、綫和面以外，就是方向和距離。因此，我們在說明用座標表示位置以前，應該首先說明方向和距離。

方向 地球上所用的方向，都是根據地球的自轉或天球的周日運動的。應用於地球本身的方向是這樣的；應用於天球或大

宇宙的方向也是這樣的。

主要方向 (The cardinal point of the compass) 有四個，那就是北、東、南和西。北與東、東與南、南與西、西與北。相距都是九十度。

東與西的原始意義，都是根據太陽的周日運動的；東是日出的方向，西是日沒的方向。但是，地平綫上的日出點和日沒點，都是因季節而變化的。在一年以內，除了春分、秋分兩天以外，日出點並不位於正東；日沒點並不位於正西。即使在春分秋分兩天，日出點和日沒點也未必位於真正的東方和西方。因此「日出於東；日沒於西」，只是約略的說法。真正的東方和西方並不一定是日出和日沒的方向，也就不能直接決定於日出點與日沒點。

南與北的原始意義，也都是根據太陽的周日運動的。南就是正午太陽所在的位置，即太陽在最高時的方向；北就是午夜太陽（普通在地平以下）所在的位置，即太陽在最低時的方向。其實，正午太陽位於南方，午夜太陽位於北方，這只有在北回歸綫以北的地帶是正確的。在北回歸綫與南回歸綫之間的地帶，正午太陽不一定位於南方，午夜太陽不一定位於北方。在南回歸綫以南的地帶，正午太陽不位於南方，而位於北方；午夜太陽不位於北方，而位於南方。

東與西 真正的東，應該是地球自轉的方向；真正的西，應該是與地球自轉方向相反的方向。地球自轉是一種迴轉運動 (Rotary motion)；地球自轉的方向是一種迴轉的方向 (Rotary

directions)。因此，東和西都是迴轉方向。在北天看地球，東就是逆鐘錶指針的迴轉方向，西就是順鐘錶指針的迴轉方向。反之，在南天看地球，東就是順鐘錶指針的迴轉方向，西就是逆鐘錶指針的迴轉方向。

我們從地球上任何地點出發，向東前進，如果方向始終不變，我們可以在若干時間以後，從原來出發地點的西方，回到原來出發的地點。這因為我們前進的方向雖然並沒有改變，而我們所走的路綫並不是一條直綫，而是一個圓。圓是沒有起點和終點的。我們自東向西前進，其結果亦同。

緯綫代表地球上的東西方向。同一緯綫上的任何兩個地點，一定互相位於東西方向；任何地點一定與其正東正西的其他地點位於同一緯綫。假如有兩架飛機從兩個並不互成東西方向的地點，自東向西或自西向東飛行，那麼，這兩架飛機就在各自的緯綫上前進。所有的緯綫都是互相平行的。因此，這兩架飛機，即使永遠前進，也不會有互相碰撞的一天。東西方向，由於具有這樣的特性，可以被稱為無限方向(Unlimited directions)。

南與北 真正的南北方向，是與地球自轉方向相垂直的方向。代表正北的一點，在地球上為北極，在天球上為天北極。代表正南的一點，在地球上為南極，在天球上為天南極。在地球上，朝北就是朝向北極；朝南就是朝南極。在天球上，向北就是向天北極；向南就是向天南極。

南與北是兩個相反的方向；其間的差別，可以拿所看見的地

球自轉方向來說明。假如我們站在天空中與地球自轉方向相垂直的方向，而且所看到的地球自轉是逆鐘錶指針的方向的迴轉，那麼，我們的立足點是在地球的北方。反之，假如我們站在天空中與地球自轉方向相垂直的方向，而且所看見的地球自轉是順鐘錶指針的方向的迴轉，那麼，我們的立足點是在地球的南方。這樣，我們就可以區別地球的北極與南極，天球上的天北極與天南極。

我們自北向南前進，最後一定停止在南極；假如不改變為向北，我們無法從南極繼續前進。這因為，在南極只有「北」這一個方向，沒有任何其他方向。同理，我們自南向北前進，最後一定停止在北極；假如不改變為向南，我們無法從北極繼續前進。這因為，在北極只有「南」這一個方向，沒有任何其他方向。南北方向，由於具有這樣的特性，可以被稱為有限方向(Limited directions)。

經綫代表地球上的南北方向。同一經綫上的任何兩個地點，一定互相位於南北方向；任何地點一定與其正北正南的其他地點位於同一經綫上。假如有兩架飛機同時在赤道上的兩個地點起飛，而且都向北方飛行，那麼，這兩架飛機都在各自的經綫上前進。所有的經綫都會合在南北極。因此，這兩架飛機愈向北飛，其間的距離就愈縮短。假如這兩架飛機飛行的速度和高度都是一樣的，那麼，它們一定在北極的天空相會。南北方向，由於具有這樣的特性，可以被稱為會合方向(Converging directions)。