人教版

新版

备考教程

BEIKAO JIAOCHENG

初三几何

丛书主编◎陈艳　　本册主编◎李湘斌

大连理工大学出版社
Dalian University of Technology Press

人教版

新版 备考教程

初三几何

丛书主编／陈艳

本册主编／李湘斌

副主编／曾劲松

编　者／蔡金华　郑青华　冯安达

谢光明　刘力人　龚献高

谢建惕　许伟军　梁长乐

彭益辉　徐民英　曹建修

大连理工大学出版社

Dalian University of Technology Press

图书在版编目(CIP)数据

备考教程　初三几何/李湘斌主编.—大连:大连理工大学出版社,2003.6

ISBN 7-5611-2304-3

Ⅰ.备… Ⅱ.李… Ⅲ.几何课—初中—教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 05918 号

大连理工大学出版社出版

大连市凌水河　邮政编码　116024

电话:0411-4708842　传真:0411-4701466　邮购:0411-4707961

E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn　URL:http://www.dutp.cn

大连业发印刷有限公司印刷　　大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:147mm×208mm　　印张:7.75　　字数:311 千字

印数:1～40 000

2003 年 6 月第 1 版　　2003 年 6 月第 1 次印刷

责任编辑:梁　勃　范业婷　　责任校对:张小扬

封面设计:孙宝福　　版式设计:宋　蕾

定价:8.00 元

..修订版前 言......

《备考教程》三年来，得到了广大师生的认可。在众多教辅读物中产生了很好的反响。

为了使这套丛书能够对广大中学生提供更有效的帮助，我们广泛收集来自第一线读者的意见，在那些稚嫩的声音里充满了对出版人的希望，在那些中肯意见里渗透着对教辅图书的更高的企盼。

为此，本次修订的新版《备考教程》，根据新课程标准的要求，下大气力认真分析了人教社试验版统编教材；按照培养学生学科能力和中考、高考强调灵活运用知识、考核能力水平的新要求，广泛吸收了一线教师和读者意见基础上精心组织编写。

这次修订重点突出了两个方面：

一、突出从根本上学会知识，学会**掌握**这类知识的**方法**。该书不仅是教材的练习册与例题集，更是教会学生学习、梳理知识、总结归纳**重点**，建立起自己的**知识网络**的辅助性读物，加大了知识梳理和规律总结内容。

二、突出创新和综合。针对最新的中考、高考改革精神和命题**方向**，选择一些新的题型和综合能力型题，尤其增加了一些“活题”，引发学生动脑去思考，充分调动学生的潜能。

为了实现以上特点，又兼顾不同程度的学生都能在本书中获得提高，我们在图书的结构上做了精心的调整：

每册图书与教材同步，使学生们能够及时获得最新的最确切的辅导。每节设置了**重点精讲**、**经典题析**、**能力训练**三个栏目，每章设置**考点透视**、**本章小结**和**综合能力测试**两个板块。

▶*重点精讲*：对本节的学习要求及知识点简明扼要透彻讲解，同时把考纲的要求分解到每节的知识点中。

▶*经典题析*：精心选编具有代表性、新颖性、技巧性与综合性的例题，包括选择近年来若干中考、高考真题，予以详细的分析、点评或说明。

▶*能力训练*：对应本节知识点内容，针对中考、高考要求，精心选择适量的训练题。特别是此次修订时，我们将训练题从易到难分为**基础题**、**综合题**两个层次，供学生强化训练，并在其后附有答案，对较难的题给予必要的提示。

▶*本章总结*：共分两个栏目：

•知识梳理，对本章所学知识给出比较科学又便于记忆的归纳和梳理，使学生只须记住**关键要点**，其余的可以通过运用已记住的方法、规律，自己灵活掌握与应用。

•复习指导——对本章的重难点与高考(或中考)的命题方向和热点的分析，尤其增加了对**易错点**的分析。

▶*拓展迁移*：从知识和能力两个层面上拓展，对解题思路及方法做发散思维迁移训练，并注重学科之间的上下联系、相互贯通，力求做到"一题多解"、"举一反三"。

本丛书特色在于：在注重提高学生智能素质的基础上，突出综合性和应试性，同时在同步讲练中追求层次和梯度的适度把握。*综合性*既体现在学科内知识的贯通、衔接上，又反映出学科间知识的相互渗透、纵横联系。*应试性*体现在，对应每部分知识点练习时，尽量择取近年中考、高考真题，充分关注中考和高考的最新信息，强化备考意识和实战训练。

知识有规律，学习有方法。新版《备考教程》则是你学习知识，增强能力，提高成绩的好帮手！

目 录

第六章 解直角三角形

考点透视

		具体内容	中考要求		
			了解	理解	掌握应用
解直角三角形	锐角三角函数	锐角三角函数的概念	✓		
		用 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$、$\tan\alpha$、$\cot\alpha$ 表示直角三角形中两边的比		✓	
		用科学计算器(尚无条件的学校可使用算表)由已知锐角求它的三角函数值,由已知三角函数值求它对应的锐角			✓
		熟记 30°、45°、60°角的三角函数值		✓	
		会计算含有特殊角的三角函数式的值			✓
		会由一个特殊锐角的三角函数值,求出它对应的角度			✓
	解直角三角形	掌握直角三角形的边角关系			✓
		会运用勾股定理、直角三角形的两个锐角互余及锐角三角函数解直角三角形			✓
		会用解直角三角形的有关知识解某些简单的实际问题			✓
		通过与三角形或四边形有关的实习作业,培养学生解决实际问题的能力和用数学的意识		✓	

6.1 正弦和余弦

重点精讲

1.正弦和余弦的概念

如图 6-1-1,在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,锐角 A 的对边与斜边的比叫$\angle A$ 的正弦,记做 $\sin A$;锐角 A 的邻边与斜边的比叫$\angle A$ 的余弦,记做 $\cos A$。

即

$$\sin A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c}$$

$$\cos A=\frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}=\frac{b}{c}$$

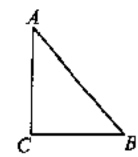

图 6-1-1

显然,$\angle A$ 为锐角时,$0<\sin A<1$, $0<\cos A<1$。

2.30°,45°,60°的正弦、余弦值的记忆

(1)图形记忆法:

如图 6-1-2,6-1-3 所示,由定义可得各角的正弦与余弦的值。

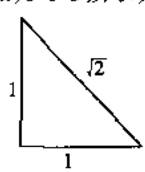

图 6-1-2

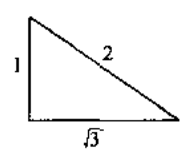

图 6-1-3

(2)列表记忆法:

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

(3)规律记忆法:口诀"1,2,3;3,2,1";30°,45°,60°角的正弦值分母都是 2,分子依次为$\sqrt{1}$,$\sqrt{2}$,$\sqrt{3}$,口诀即:"1,2,3";30°,45°,60°角的余弦值的分母都是 2,分子依次为$\sqrt{3}$,$\sqrt{2}$,$\sqrt{1}$,口诀即"3,2,1"。

3.互为余角的正弦、余弦的关系

由图 6-1-1 可知，$\sin A=\frac{a}{c}=\cos B$，即 $\sin A=\cos(90°-A)$；

$\cos A=\frac{b}{c}=\sin B$，即 $\cos A=\sin(90°-A)$。

本节内容中考大多以选择题和填空题考查正弦和余弦的概念和基本性质，如定义、特殊角的三角函数值计算、互为余角的正弦和余弦等，以解答题的形式把正弦、余弦与二次方程联系起来加以综合考查，难度一般适中。

经典题析

【例 1】 下列结论：①$\triangle ABC$ 中，$a=7$，$c=24$，则 $\sin A=\frac{7}{24}$；②$\sin30°+\sin30°=\sin60°$；③若 A 为锐角，$\sqrt{(\sin60°-1)^2}=\sin60°-1$；④若 $\sin67°18'=0.9225$，$\cos\alpha=0.9225$，则锐角 $\alpha=22°42'$；⑤$\triangle ABC$ 中，$a:b:c=3:4:5$，那么 $\sin B=\frac{4}{5}$。

其中正确的个数有(　　)个。

A.1　　　B.2　　　C.3　　　D.4

命题意图　本题主要考查正弦与余弦的定义与性质。

分析　①中，未指明$\triangle ABC$ 是直角三角形，不能直接套用 $\sin A=\frac{a}{c}$ 求 $\sin A$，所以①错误。

②中，$\sin30°+\sin30°=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$，而 $\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故 $\sin30°+\sin30°=\sin60°$ 不成立。

③中，$\because\ \sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}\ \therefore\ \frac{\sqrt{3}}{2}-1<0\ \therefore\ \sqrt{(\sin60°-1)^2}=1-\sin60°$，所以，③错误。

④中，$\sin67°18'=\cos\alpha$，则 α 为 $67°18'$ 的余角，故 $\alpha=90°-67°18'=22°42'$，故④正确。

⑤中，设 $a=3k,b=4k,c=5k,a^2+b^2=25k^2=c^2\quad\therefore\quad\triangle ABC$ 是直角三角形。

根据定义得 $\sin B=\frac{4}{5}$，⑤正确。

答案　B。

点评　(1)在正弦与余弦的定义中，“在直角三角形中”为前提条件。(2)根据正弦余弦定义，若 A 为锐角，则 $0<\sin A<1$，$0<\cos A<1$。(3)“$\sin A$”与“$\cos A$”是完

整的符号，不能理解为“sin”与“A”的乘积，“cos”与“A”的乘积。(4)$\sin A=\cos(90°-A)$，$\cos A=\sin(90°-A)$中，从左边到右边时要“两变”：正弦（余弦）变余弦（正弦），角 A 变为它的余角 $90°-A$。

【例 2】 (1)求证 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$（$\alpha$ 为锐角）；

(2)$\cos A=\frac{4}{5}$，求 $\sin A$ 的值。

命题意图 本题主要考查正弦与余弦的定义。

分析 (1)根据正弦、余弦的定义直接证明。

(2)解法一：根据余弦的定义，可构成 Rt△ABC，使∠A 的邻边与斜边的比为 $\frac{4}{5}$，再根据正弦的定义求 $\sin A$；解法二：根据(1)的结论直接求得 $\sin A$。

解 (1)如图 6-1-1，在 Rt△ABC 中，$\sin A=\frac{a}{c}$，$\cos A=\frac{b}{c}$

$\therefore\ \sin^2A+\cos^2A=\frac{a^2}{c^2}+\frac{b^2}{c^2}=\frac{a^2+b^2}{c^2}$

又 $a^2+b^2=c^2$

$\therefore\ \sin^2A+\cos^2A=\frac{a^2}{c^2}+\frac{b^2}{c^2}=\frac{c^2}{c^2}=1$

(2)解法一：$\because\ \cos A=\frac{4}{5}$ $\therefore$ 在 Rt△ABC 中，设 $AC=4k$，则

$$AB=5k,BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{(5k)^2-(4k)^2}=3k$$

$\therefore\ \sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{3k}{5k}=\frac{3}{5}$。

解法二：$\because\ \sin^2A+\cos^2A=1$，$\cos A=\frac{4}{5}$，$A$ 为锐角

$\therefore\ \sin A=\sqrt{1-\cos^2A}=\sqrt{1-(\frac{4}{5})^2}=\frac{3}{5}$

点评 (1)注意正用和逆用正弦与余弦的定义解题；(2)$\sin^2A+\cos^2A=1$ 是同角的正弦、余弦间重要关系式，利用它已知正弦（余弦）值可求余弦（正弦）值。注意 $\sin^2A$ 的意义是 $(\sin A)^2$，即 $\sin^2A=(\sin A)^2$。理解记忆这个结论对解题很有帮助。

【例 3】 计算：

(1)$\frac{1}{\sin60°-\cos45°}+\frac{1}{\sin45°+\cos30°}$；

(2) 在△ABC 中，锐角 A、B 满足 $\sin A=\frac{1}{2}$，$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，求∠$C$ 的大小。

命题意图 本题主要考查特殊角的三角函数值。

分析 (1)题把各特殊角的正弦、余弦值直接代入求解，注意化简时要分母有

理化。

(2)题由特殊角的正、余弦值，求出$\angle A$、$\angle B$，从而求得$\angle C$。

解 (1)原式$=\dfrac{1}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}}+\dfrac{1}{\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

$$=\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$=2(\sqrt{3}+\sqrt{2})+2(\sqrt{3}-\sqrt{2})$$

$$=4\sqrt{3}$$

(2)$\because$ A、B为锐角，$\sin A=\dfrac{1}{2}$，$\cos B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore$ $\angle A=30^\circ$，$\angle B=45^\circ$

$\therefore$ $\angle C=180^\circ-(A+B)=105^\circ$

点评 特殊角的正弦、余弦值要熟记。已知角求值与已知值求角要达到张口即答的熟练程度。

【例4】 在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^\circ$，$CD\perp AB$，D为垂足，若$AD=\sqrt{5}$，$CD=2\sqrt{5}$，求$\cos A$、$\cos B$、BD。

命题意图 本题综合考查勾股定理以及正弦余弦的定义和性质。

分析 如图6-1-4欲求$\cos A$，只需求斜边AC，利用勾股定理，在$\text{Rt}\triangle ADC$中可求出AC。欲求$\cos B$，注意到$\angle A$、$\angle B$互余，转化为求$\sin A$，0在$\text{Rt}\triangle ADC$中根据定义可求得。欲求BD，在$\text{Rt}\triangle ABC$中，可根据$\cos A=AC/AB$，由已求的AC、$\cos A$先求得AB的值，再求BD。

解 在$\text{Rt}\triangle ACD$中，$AD=\sqrt{5}$，$CD=2\sqrt{5}$

$\therefore$ $AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=5$

$\therefore$ $\cos A=\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ $\sin A=\dfrac{CD}{AC}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

又$\angle A$、$\angle B$互余 $\therefore$ $\cos B=\sin A=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

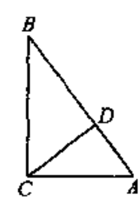

图6-1-4

在$\text{Rt}\triangle ABC$中，$AC=5$，由$\cos A=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，得

$\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ 即 $\dfrac{5}{AB}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore$ $AB=5\sqrt{5}$

$\therefore$ $BD=AB-AD=4\sqrt{5}$

点评 本题综合运用直角三角形中勾股定理，正弦、余弦定义以及互为余角的两角的正弦余弦的关系等知识。解题的关键是灵活运用正弦、余弦的定义。

【例5】 已知方程$(m+5)x^2-(2m+5)x+4=0$的两根恰好是一直角三角形两个锐角的余弦值,求实数 m 的值。

命题意图 本题综合考查同角、互为余角的三角函数关系以及一元二次方程的根与系数的关系,考查列方程解题的数学思想。

分析 可设一个锐角为 α,根据根与系数的关系列出两个方程,解得 m 即可。

解 设直角三角形的一个锐角为 α,那么另一锐角为 $90°-\alpha$,根据题意,得

$$\begin{cases}\cos\alpha+\cos(90°-\alpha)=\dfrac{2m+5}{m+5}\\ \cos\alpha\cos(90°-\alpha)=\dfrac{4}{m+5}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos\alpha+\sin\alpha=\dfrac{2m+5}{m+5} & ①\\ \cos\alpha\sin\alpha=\dfrac{4}{m+5} & ②\end{cases}$$

①^2 - ②×2,得 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=\left(\dfrac{2m+5}{m+5}\right)^2-2\times\dfrac{4}{m+5}$

即 $1=\left(\dfrac{2m+5}{m+5}\right)^2-2\times\dfrac{4}{m+5}$

去分母并整理,得 $3m^2+2m-40=0$

解得 $m_1=-4,\ m_2=\dfrac{10}{3}$

检验:当 $m_1=-4$ 时, $\cos\alpha+\sin\alpha=\dfrac{2m+5}{m+5}=-3<0$,所以,$m_1=-4$ 应舍去,

当 $m_2=\dfrac{10}{3}$时,原方程化为 $25x^2-35x+12=0$

解得 $x_1=\dfrac{4}{5}$,$x_2=\dfrac{3}{5}$,符合题意,m 的值为$\dfrac{10}{3}$。

点评 本题解题关键是利用 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$。另外利用根与系数的关系求得 $m_1=-4,\ m_2=\dfrac{10}{3}$后,要注意检验所求的 m 的值是否使原方程有根,这里还要注意是否有正实数根。

能力训练

■基 础 题

1. **2002年大连市中考试题** 在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$c=5$,$a=4$,则 $\sin A$ 的值为(　　)。

A. $\dfrac{3}{5}$　　B. $\dfrac{4}{5}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $\dfrac{4}{3}$

2. 已知 α 为锐角，且 $4\cos^2\alpha-4\cos\alpha+1=0$，则 $\sin\alpha$ 的值为(　　)。

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

3. 已知 $\cos A=\frac{2}{3}$，$\angle A+\angle B=90^\circ$，则 $\sin B=$(　　)。

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{5}{9}$

4. Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，两直角边之比为 1:2，则较小锐角的余弦值为(　　)。

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$　　D. 2

5. **2002 年杭州市中考试题**　在$\triangle ABC$ 中，$\angle A$、$\angle B$ 都是锐角，且 $\sin A=\frac{1}{2}$，$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则$\triangle ABC$ 中三个角的大小关系是(　　)。

A. $\angle C>\angle A>\angle B$　　B. $\angle B>\angle C>\angle A$

C. $\angle A>\angle B>\angle C$　　D. $\angle C>\angle B>\angle A$

6. 将 $\frac{1}{2}\cos B+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B$ 改写成下列形式的式子，其中写错的一个是(　　)。

A. $\sin30^\circ\cos B+\cos30^\circ\sin B$　　B. $\sin30^\circ\cos B+\sin60^\circ\sin B$

C. $\cos60^\circ\cos B+\sin60^\circ\sin B$　　D. $\cos60^\circ\cos B+\sin30^\circ\sin B$

7. Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=3$，$BC=4$，则 $\sin A=$ ________，$\cos A=$ ________；$\sin B=$ ________，$\cos B=$ ________。

8. 若一个三角形三边长分别为 1、$\sqrt{3}$、2，则这个三角形中较小角的正弦为 ________，最小角为 ________，最大角为 ________。

9. 若 $\sin A=\cos34^\circ$，则锐角 $A=$ ________。

10. 若 A 为锐角，$\sin A=\frac{1}{8}$，则 $\cos A=$ ________。

11. 计算下列各式的值。

(1) $\frac{1}{2}\sin60^\circ+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos45^\circ+\sin30^\circ\cos30^\circ$

(2) $\frac{\sin54^\circ}{\cos36^\circ}+2\sqrt{\left(\frac{1}{2}-\sin45^\circ\right)^2}$

(3) $\sin26^\circ\cos64^\circ+\cos26^\circ\sin64^\circ$

12. 若关于 x 的方程 $x^2-2\sqrt{2}x\sin\alpha+1=0$ 有两个相等的实数根，求锐角 α 的度数。

■综 合 题

13.求 $\sin^2 1^\circ+\sin^2 2^\circ+\sin^2 3^\circ+\cdots+\sin^2 88^\circ+\sin^2 89^\circ$ 的值。

14.如图 6-1-5,在高 2 米,坡角为 30°的楼梯表面铺地毯,地毯的长度至少需多少米(精确到 0.1 米)?

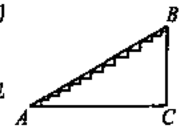

图 6-1-5

15. 在 ABC 中,$\angle C=90^\circ$,$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边分别为 a、b、c,关于 x 的方程 $x^2-2\sin A\cdot x+\cos^2 A-\sin^2 A=0$ 有两个相等的实数根,关于 y 的方程 $cy^2+8y+c-6=0$ 有两个相等的实数根,求 a、b、c 的值。

【参考答案与提示】

1.B; 2.B; 3.C; 4.B; 5.D; 6.D

7. $\frac{4}{5},\frac{3}{5},\frac{3}{5},\frac{4}{5}$; 8. $\frac{1}{2},30^\circ,90^\circ$; 9. 56°; 10. $\frac{3}{8}\sqrt{7}$

11.(1)$\frac{\sqrt{3}+1}{2}$,(2)$\sqrt{2}$,(3)1;

12.∵ 关于 x 的方程 $x^2-2\sqrt{2}x\sin\alpha+1=0$ 有两个相等的实数根,

∴ $(-2\sqrt{2}\sin\alpha)^2-4\times1\times1=0$,即 $\sin^2\alpha=\frac{1}{2}$

解得 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$($\sin\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2}$舍去) ∴ $\alpha=45^\circ$

13.原式$=\sin^2 1^\circ+\sin^2 89^\circ+(\sin^2 2^\circ+\sin^2 88^\circ)+\cdots+(\sin 44^\circ+\sin 46^\circ)+\sin^2 45^\circ$

$=(\sin^2 1^\circ+\cos^2 1^\circ)+(\sin^2 2^\circ+\cos^2 2^\circ)+\cdots$

$+(\sin^2 44^\circ+\cos^2 44^\circ)+\sin^2 45^\circ$

$=1+1+\cdots+1+(\frac{\sqrt{2}}{2})^2=44\frac{1}{2}$。

14.所求地毯的总长度等于 $AC+BC$ 的长,在 Rt△ABC 中,$\angle A=30^\circ$,$BC=2$ 米。

由 $\sin A=\frac{BC}{AB}$ ∴ $AB=\frac{BC}{\sin A}=\frac{2}{\frac{1}{2}}=4$ 米

由勾股定理,得 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$米

∴ $AC+BC=2\sqrt{3}+2\approx2\times1.732+2\approx5.5$ 米

故所求地毯长度至少需 5.5 米。

15. 因为关于 x 的方程

$$x^2-2\sin A\cdot x+\cos^2 A-\sin^2 A=0,$$

有两相等实数根,所以 $\Delta=(-2\sin A)^2-4(\cos^2 A-\sin^2 A)=0$

化简得 $2\sin^2A-\cos^2A=0$

$\because\ \cos^2A=1-\sin^2A$

$\therefore\ 2\sin^2A-(1-\sin^2A)=0$,

即 $\sin^2A=\frac{1}{3}$ $\therefore\ \sin A=\frac{\sqrt{3}}{3}$($\sin A=-\frac{\sqrt{3}}{3}$舍去)

又 $\because$ 关于 y 的方程 $cy^2+8y+c-6=0$ 有两个相等实数根

$\therefore\ \Delta=8^2-4c(c-6)=0$,即 $c^2-6c-16=0$,

解得 $c=8$($c=-2$舍去)。

又 $\sin A=\frac{a}{c}$ $\therefore\ a=c\sin A=8\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$

由勾股定理,得 $b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{8^2-(\frac{8\sqrt{3}}{3})^2}=\frac{8\sqrt{6}}{3}$

$\therefore\ a=\frac{8\sqrt{3}}{3},\ b=\frac{8\sqrt{6}}{3},\ c=8$。

点评 本题综合运用了一元二次方程的解法、判别式和正弦、余弦的概念,以及勾股定理解直角三角形等知识,解题关键是利用根的判别式与 $\sin^2A+\cos^2A=1$。

6.2 正切和余切

重点重讲

1.正切和余切的概念

如图6-2-1,在 Rt△ABC 中,锐角 A 的对边与邻边的比叫做∠A 的正切,记做 $\tan A$;锐角 A 的邻边与对边的比叫做∠A 的余切,记做 $\cot A$。即

$$\tan A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{邻边}}=\frac{a}{b}$$

$$\cot A=\frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{对边}}=\frac{b}{a}$$

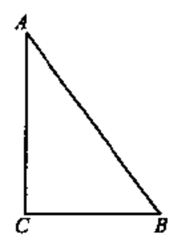

图 6-2-1

显然,若∠A 为锐角,则 $\tan A>0$,$\cot A>0$。

2.同角三角函数关系

根据锐角三角函数的定义,得

(1)$\sin^2A+\cos^2A=1$;

(2)$\tan A\cdot\cot A=1$;

(3) $\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}$, $\cot A=\frac{\cos A}{\sin A}$。

3. 特殊角的正切和余切值

α	$30°$	$45°$	$60°$
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. 互为余角的正切与余切的关系

$$\tan A = \cot(90° - A)$$

$$\cot A = \tan(90° - A)$$

本节内容中考主要以选择题和填空题的形式考查正切和余切的概念、特殊角的三角函数值以及同角、余角三角函数的关系，题目一般中等难度。

经典题析

【例 1】 下列命题中错误的是(　　)。

A. $\tan 10°\tan 80° = 1$

B. 若 $\tan\alpha - \cot\alpha = 2$，则 $\tan^2\alpha + \cot^2\alpha = 6$

C. $\tan 1°\tan 2°\tan 3°\cdots\tan 88°\tan 89° = 1$

D. $\tan 65° + |1 - \tan 65°| = 1$

命题意图　本题主要考查正切余切的概念和性质。

分析　A 中，注意 $\tan 80° = \cot 10°$，显然 $\tan 10°\cot 10° = 1$ 成立。

B 中，由 $\tan\alpha - \cot\alpha = 2$ 平方得

$$\tan^2\alpha - 2\tan\alpha\cdot\cot\alpha + \cot^2\alpha = 4$$

由于 $\tan\alpha\cdot\cot\alpha = 1$，$\therefore\ \tan^2\alpha + \cot^2\alpha = 6$ 成立。

C 中，原式 $= (\tan 1°\tan 89°)\cdot(\tan 2°\tan 88°)\cdots(\tan 44°\tan 46°)\ \tan 45° = 1\times 1\times\cdots\times 1 = 1$

D 中，锐角 α 越大，其正切越大。$\because\ 65° > 45°\quad\therefore\ \tan 65° > \tan 45°$，即 $\tan 65° > 1$。

$\therefore\ \tan 65° - 1 > 0$，故 $\tan 65° + |1 - \tan 65°| = \tan 65° + (\tan 65° - 1) = 2\tan 65° - 1$

$\therefore$ D不成立。

答案　D。

点评　(1)由于 $\cot\alpha = \tan(90° - \alpha)$，故 $\tan\alpha\cdot\cot\alpha = 1$，也有变式：$\tan\alpha\cdot\tan(90° - \alpha) = 1$；

(2)对于锐角 α，α 越大，其正弦、正切的值越大；而其余弦、余切的值越小。

【例 2】 (1)等腰三角形 ABC 腰长 $AB = AC = 5$，底边 $BC = 6$，求底角 $\angle B$ 的正切和余切。