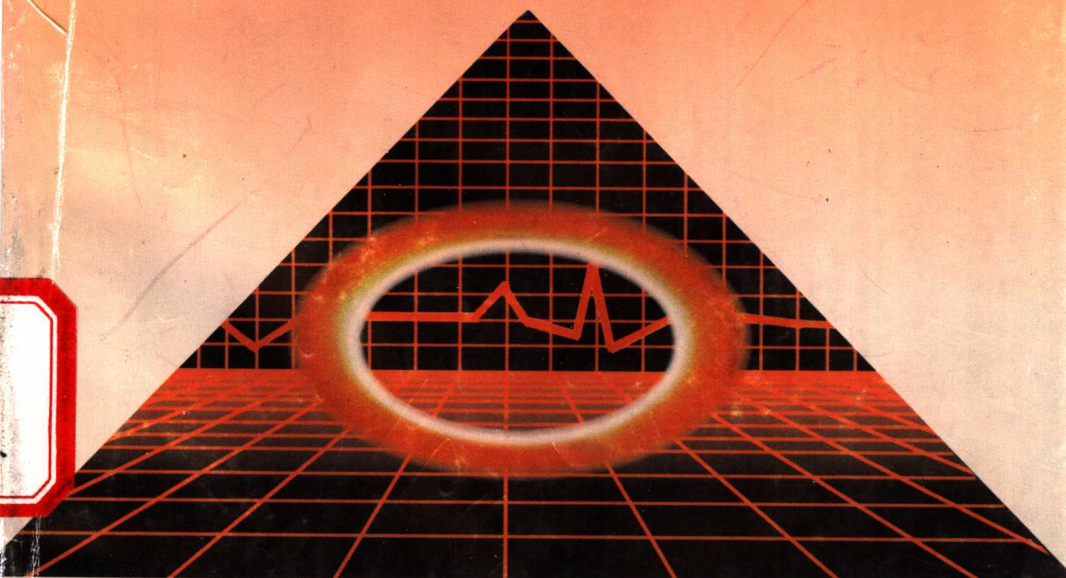


Modern Quality Control Chart Technique

现代质量控制图技术

毛宏 游发华 刘朝荣 著



Modern Quality Control Chart Technique
WUHAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

武汉工业大学出版社

现代质量控制图技术

毛 宏 游发华 刘朝荣 著

武汉工业大学出版社

· 武 汉 ·

图书在版编目(CIP)数据

现代质量控制图技术/毛宏,游发华,刘朝荣著. —武汉:武汉工业大学出版社,1998. 2

ISBN 7-5629-1340-4

I. 现… I. ①毛…②游…③刘… II. 质量控制-技术 IV.
TB114. 2

武汉工业大学出版社出版发行

(武汉市武昌珞狮路122号 邮政编码 430070)

各地新华书店经销

武汉工业大学出版社印刷厂印刷

*

开本:850×1168 1/32 印张:5.25 字数:125千

1998年2月第1版 1998年2月第1次印刷

印数:1—2000册

定价:8.60元

序

质量控制图的用途很广,也是人们在统计质量管理中用得最经常、最广泛的一类统计工具,所以,如果能使每个工矿企业在原有的基础上进一步提高对控制图的应用水平,就可视同解决一个有巨大经济效益的问题。若干年来,本书作者深入实际,潜心研究各种控制图的应用效果,同时收集大量文献资料,坚持不懈地为广大工程技术人员介绍各种控制图的应用背景与实效,说明一些较特殊的控制图的适用范围及其局限性,这不失为提高控制图应用水平的一种有效途径。过去控制图的设计者多从统计准则着眼,未必切合生产经营者的目的,故作者介绍了控制图的经济设计思想。随着全面质量管理深入发展,作者不失时机地向大家介绍控制图技术的最新进展,提供新知识新方法,把深的化浅,繁的化简,添加新意,使之实用,其重要作用,不言而喻。

工序能力指数 C_p 可视为工序控制图应用的一个续篇。然而, C_p 的计算结果,衡之于实际,常常引起争论。似乎 C_p 值的计算,嚼之有味,弃之可惜,明知问题不少,又不得不用。作者根据其现场经验,力图阐明每种 C_p 值的适用范围,并附之以统计推断方法,对如何处置实际问题作出了贡献。

现在,作者将他们应用现代控制图的经验以及对 C_p 值研究的心得汇集成册,奉献给广大读者,相信必能获致良好的经济效益和社会效益。

中国质量管理协会学术工作委员会顾问 林少宫

1996年10月

前 言

随着全面质量管理的深入发展,企业对生产控制技术提出了越来越高的要求。为了适应这方面的需要,我们向大家介绍一些国外近年来所研究出的最新控制图方法。包括:对小偏移比较敏感的累积和控制图和指数加权移动平均控制图;工序控制与产品验收相结合的验收控制图;同时控制多个质量特性的多变量控制图;使用起来非常简便有效的链和控制图和预控法;控制图的经济设计等。除此,我们还对国内在工序能力指数计算和运用中出现的问题提出了看法,并且提供了一套比较科学的工序能力推断方法。虽然取材较新,但我们力求写得简明通俗,使得一般技术管理人员能够看懂。我们希望这些新的方法能在国内逐步应用起来,使生产控制技术达到一个新的水平。

中国质量管理协会、湖北省质量管理协会、武汉钢铁公司和武汉工业大学的有关领导对本书的出版给予了大力支持。对此我们表示衷心的感谢。

由于水平有限,谬误在所难免,恳请读者批评指正。

作 者

1996年10月

目 录

第一章 累积和控制图	(1)
§1 累积和控制图基本方法	(1)
§2 均值累积和控制图	(6)
§3 极差累积和控制图	(10)
§4 缺陷数累积和控制图	(13)
§5 不合格品数累积和控制图	(16)
§6 半抛物顶累积和控制图	(19)
§7 联合休哈特-累积和控制方法	(22)
§8 累积和控制的快速初始响应	(24)
第二章 加权移动平均控制图	(26)
§1 简单移动平均控制图	(26)
§2 几何移动平均控制图	(29)
§3 指数加权移动平均 $\bar{X}-R$ 图	(31)
§4 指数加权移动平均 $X-R_s$ 图	(35)
§5 自适应指数平滑控制图	(38)
第三章 稳健性控制图	(43)
§1 截尾均值-极差控制图	(43)
§2 联立控制图	(46)
第四章 多变量控制图	(52)
§1 均值向量 T^2 控制图	(52)
§2 多变量两阶段控制法	(59)
§3 离差 $\ln S $ 控制图	(64)
§4 离差 $ S $ 控制图	(67)
§5 多元计数值控制图	(69)

第五章	验收控制图	(72)
§ 1	验收控制图	(72)
§ 2	修正控制限图	(76)
§ 3	修正验收控制图	(79)
§ 4	缺陷数验收控制图	(82)
第六章	窄规格限控制图	(86)
§ 1	预控法	(86)
§ 2	最优窄规格限计数值控制图	(88)
第七章	趋势控制图	(91)
§ 1	均值趋势控制图	(91)
§ 2	平滑 Bayes 控制方法	(94)
第八章	均方差控制图	(101)
§ 1	田口控制图	(101)
§ 2	半圆控制图	(105)
第九章	其它控制图	(111)
§ 1	链和控制图	(111)
§ 2	两阶段控制法	(113)
§ 3	合格品累积计数控制图	(117)
§ 4	带警戒限的 $\bar{X}$ 控制图	(120)
第十章	控制图的经济设计	(125)
§ 1	$\bar{X}$ 控制图的经济设计	(125)
§ 2	np 控制图的经济设计	(129)
§ 3	$\bar{X}-R$ 控制图的经济设计	(131)
附录	工序能力推断	(135)
§ 1	工序能力分析中的问题	(135)
§ 2	C_p, C_{pk}, C_{pm} 的统计推断	(140)
参考文献		(156)

第一章 累积和控制图

休哈特控制图对大偏移的检出力很高,比如当工序均值偏移 3σ 时,平均只需 2 个点子就可发出失控信号。但休哈特图对小偏移的检出力却很低,比如当工序均值偏移 1σ 时,平均要 44 个点子才能发出失控信号。为了克服这一缺点,Page(1954)设计出了一种累积和控制图,简称为 CuSum 图。累积和控制图利用了历次数据的累积效应,所以对工序均值的小偏移比较敏感。使用 CuSum 图可以迅速检出工序异常,确定偏移大小和找到发生变异的位置。适于监控工序突然变化和对工序进行精密控制。本章将介绍各种各样的 CuSum 图。

§ 1 累积和控制图基本方法

方法 CuSum 图法有两种形式:V 形模板法和列表计算法。

1. V 形模板法

设工序质量特性 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。依次取得的大小为 n 的样本的均值为 $\bar{X}_i, i=1, 2, \dots$ 。显然, $\bar{X}_i \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ 。要求监控工序均值 μ 的变化,希望 μ 稳定在目标值 μ_0 附近。当 μ 由 μ_0 偏移至 $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_x$ 时,控制图能尽快发出失控信号。

CuSum 图中的横轴表示样本序号 m ,纵轴表示控制变量——样本均值与目标值的偏差的累积和:

$$S_{mT} = \sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - \mu_0)$$

将点 (m, S_{mT}) 描在图上,即得累积和的轨迹。易见,当工序围

绕目标值 μ_0 波动时, 轨迹应与水平线 μ_0 基本重合; 当工序呈正偏移时, 轨迹会向上倾斜; 反之向下倾斜。

如何对工序作出判断? CuSum 图没有固定的控制限, 而是使用一种 V 形模板。V 形模板的形状由两个参数 d, θ 决定, 如图 1.1 所示。 d 称为前置距离, 表示 V 形基点 P 至顶点 O 之间的样本数; θ 称为 V 形半角, 表示模板两边之间夹角的一半。 d, θ 按下列公式计算:

$$d = \frac{-2}{\delta^2} \ln \alpha, \quad \theta = \arctg \frac{\Delta}{2A}$$

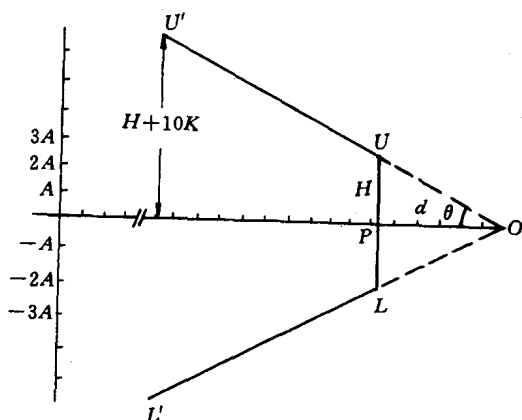


图 1.1

其中, α 为第一类错误概率, $\Delta = \delta\sigma_x$ 为可允许的临界偏移量, $A = a\sigma_x$ 为尺度因子, 表示横轴上一个刻度相当于纵轴上 A 个刻度, 通常 A 取 $1\sigma_x$ 至 $2\sigma_x$ 之间的值。

V 形模板的形状也可用另外两个参数 H, K 决定。 H 称为判定距, K 称为参考值, 按下列公式计算

$$H = \frac{-\Delta}{\delta^2} \ln \alpha, \quad K = \frac{\Delta}{2}$$

易见,两组参数之间存在如下关系:

$$H = d \operatorname{Atg} \theta, \quad K = A \operatorname{tg} \theta$$

由参数 d, θ 的值,可作出 V 形模板。为简单计,利用 H, K 来构造。在图 1.1 坐标系中,于横轴上任取 10 个样本间隔长的一个线段,线段两端分别作垂线,左边垂线的上、下各截取长 $H+10K$ 得 U', L' 两点,右边垂线的上、下各截取长 H 得 U, L 两点,连接 U', L' 和 U, L ,则 $U'UPLL'$ 即为所要的 V 形模板截口。使用时常用透明材料将所画图形制成专用模板。

判断工序的方法为:将 V 形模板置于图上,使模板的基点 P 与刚画出的点 (m, S_{mT}) 重合。如果以前所描各点均在 V 形模板以内,则可认为工序正常;如果以前所描各点中有一点碰上或超出 V 形模板,则判断工序出现异常。碰上或超出模板边界的点 (r, S_{rT}) 可能就是工序发生变化的起点。在这一间隔内,工序均值的估计值为:

$$\hat{\mu} = \mu_0 + \frac{S_{mT} - S_{rT}}{m - r}$$

例 1.1 某工序希望将其平均水平控制在零处,可允许的偏移量为 $1\sigma_X$,从中抽取大小为 5 的 19 个样本,算出的均值如表 1.1 所示。试作 CuSum 图,并对工序作出判断。

表 1.1

序号	$\bar{X}_i$	$\Sigma(\bar{X}_i - \mu_0)$	序号	$\bar{X}_i$	$\Sigma(\bar{X}_i - \mu_0)$	序号	$\bar{X}_i$	$\Sigma(\bar{X}_i - \mu_0)$	序号	$\bar{X}_i$	$\Sigma(\bar{X}_i - \mu_0)$
1	1.0	1.0	6	-1.2	-2.3	11	1.2	-0.1	16	2.0	6.8
2	-0.5	0.5	7	1.5	-0.8	12	0.5	0.4	17	1.4	8.2
3	0.0	0.5	8	-0.6	-1.4	13	2.6	3.0	18	1.9	10.1
4	-0.8	-0.3	9	1.0	-0.4	14	0.7	3.7	19	0.8	10.9
5	-0.8	-1.1	10	-0.9	-1.3	15	1.1	4.8			

由表 1.1 中 19 个样本数据可估计出 $\sigma_X \approx 1.12$ (计算从略)。因 $\mu_0 = 0, \Delta = 1\sigma_X = 1 \times 1.12 = 1.12, \delta = 1$, 取 $\alpha = 0.005$, 由此可求得

$$H = \frac{-\Delta}{\delta^2} \ln \alpha = \frac{-1.12}{1^2} \ln 0.005 = 5.93$$

$$H+10K=H+10\times\frac{\Delta}{2}=5.93+10\times\frac{1.12}{2}=11.53$$

选取尺度因子 $A=2\sigma_x=2\times 1.12\approx 2$, 便可作出如图 1.2 所示的 V 形模板。

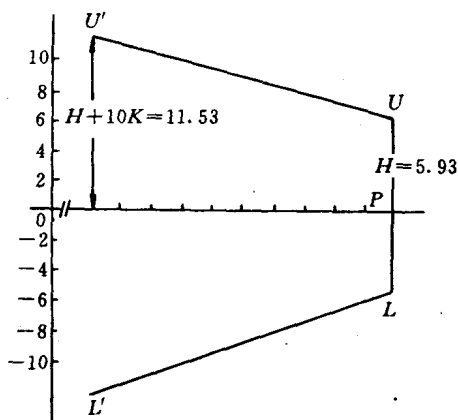


图 1.2

由表 1.1 中样本均值依次算出累积和, 将它们描绘在图 1.3 中, 然后用所作的 V 形模板去检验。发现模板置于第 18 点时第 11 点越出模板下边, 即从第 11 点开始工序平均水平向上偏移。第 11 至第 19 个样本间隔内工序平均水平的估计值为

$$\hat{\mu} = \mu_0 + \frac{S_{19T} - S_{11T}}{19 - 11} = 0.0 + \frac{10.9 - (-0.1)}{19 - 11} = 1.375$$

使用同样数据绘制休哈特控制图发现, 休哈特图上无一点越界。由此例看出, 累积和控制图比休哈特控制图对小偏移敏感。

2. 列表算法

这里需要计算两个累积和:

$$S_{mK_1} = \sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - K_1), \quad S_{mK_2} = \sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - K_2)$$

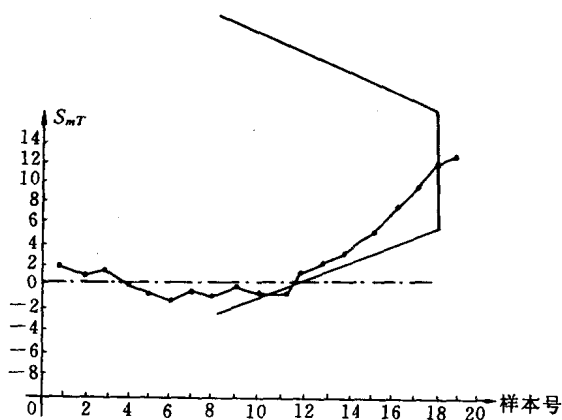


图 1.3

其中, $K_1 = \mu_0 + K$, $K_2 = \mu_0 - K$. S_{mK_1} 用来发现向上偏移, S_{mK_2} 用来发现向下偏移。这两个和可列表依次计算。但需注意, 当 $S_{mK_1} < 0$ 时, 要令其为零; 当 $S_{mK_2} > 0$ 时, 要令其为零。将 S_{mK_1} 和 S_{mK_2} 的绝对值和 H 作比较: 当 $|S_{mK_1}| \geq H$ 时, 便判断工序有了向上偏移; 当 $|S_{mK_2}| \geq H$ 时, 则判断工序出现了向下偏移。

仍用表 1.1 中数据, 计算如表 1.2 所示。这里 $K_1 = 0.56$, $K_2 = -0.56$, $H = 5.93$ 。从表 1.2 中看出, 第 18 点发出向上偏移信号。所得结论与 V 形模板法相同。

表 1.2

序 号	$\bar{X}_i$	$\bar{X}_i - 0.56$	$\Sigma(\bar{X}_i - 0.56)$	$\bar{X}_i + 0.56$	$\Sigma(\bar{X}_i + 0.56)$
1	1.0	0.44	0.44	1.56	0
2	-0.5	-1.06	0	0.06	0
3	0.0	-0.56	0	0.56	0
4	-0.8	-1.36	0	-0.24	-0.24
5	-0.8	-1.36	0	-0.24	-0.48

续表 1.2

序 号	$\bar{X}_i$	$\bar{X}_i - 0.56$	$\Sigma(\bar{X}_i - 0.56)$	$\bar{X}_i + 0.56$	$\Sigma(\bar{X}_i + 0.56)$
6	-1.2	-1.76	0	-0.64	-1.12
7	1.5	0.94	0.94	2.06	0
8	-0.6	-1.16	0	-0.06	-0.06
9	1.0	0.44	0.44	1.56	0
10	-0.9	-1.46	0	-0.34	-0.34
11	1.2	0.64	0.64	1.76	0
12	0.5	-0.06	0.58	1.06	0
13	2.6	2.04	2.62	3.16	0
14	0.7	0.14	2.76	1.26	0
15	1.1	0.54	3.30	1.66	0
16	2.0	1.44	4.74	2.56	0
17	1.4	0.84	5.58	1.96	0
18	1.9	1.34	6.92*	2.46	0
19	0.8	0.24	7.16*	1.36	0

§ 2 均值累积和控制图

要确定一个累积和控制图方案,即定出参数 d, θ 或 H, K ,画出 V 形模板或控制限,必须事先给定允许的偏移量 δ 和犯两类错误的概率 α, β 。在累积和图应用中, α, β 经常用平均链长 ARL 来代替。一个控制图的平均链长 ARL 指对一给定质量水平,控制图从开始到发出报警信号所抽取的平均样本数。人们主要关心两种 ARL : 一是受控的 ARL (简记为 L_0), 它表示工序受控时平均经过 L_0 次抽样才误发一次报警信号; 另一是失控的 ARL (简记为 L_1), 它表示工序失控时平均抽检 L_1 个样本发出一次报警信号。显然, α

小,不易误发警报, L_0 就大; β 小,不易漏发警报, L_1 就小。因此,对 α 、 β 的要求可转化为对 L_0 、 L_1 的要求。累积和图主要考虑 α 或 L_0 的选取。这样,给定一对 δ 、 L_0 值就可确定一个累积和图方案。于是,累积和图方案有许多。实践表明,只需几种典型的方案便可满足实际应用的需要。这些方案大致分为两类:一类称为 C_1 方案,它对应于较大的 L_0 ,失控时 L_1 也大些;另一类称为 C_2 方案,它对应于较小的 L_0 ,失控时 L_1 也小些。 ARL 是选择累积和图方案的重要依据。如果希望工序受控时 ARL 尽可能长,则可选取 C_1 中的方案;如果希望工序失控时能尽快发现,便可选取 C_2 中的方案。再考虑到 δ 各种取值情况,便可编制出满足不同要求的几种常用控制方案。这已制成表,应用时可直接查找。

方法 考察工序质量特性的平均水平是否偏离目标值 T 。设抽取大小为 n 的 m 个样本算出的均值为 $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_m$ 。使用均值累积和图进行监控。均值累积和图方案可根据具体要求直接从表1.3中查出。表1.3中列出了六种均值累积和图方案的参数值。六种方案按 L_0 分成 C_1 和 C_2 两组,每组三个方案分别对应于偏移量 δ 的不同取值: $\delta < 0.75, 0.75 < \delta < 1.5, \delta > 1.5$ 。表1.4给出了不同的控制方案所对应的平均链长值,它们分别反映了各个控制方案的控制特性。选定控制方案 (h, k) 后,便可根据给定的或估计出的样本均值标准差 σ_X 得到判定距 $H = h\sigma_X$ 和参考值 $K = k\sigma_X$ 。再选好尺度因子 $A = 2\sigma_X$ 。由此制作出V形模板或定出列表计算法的判定值。依次计算累积和 $C_{jT} = \sum_{i=1}^j (\bar{X}_i - T)$,将它们描在坐标图上,用V形模板检验作出判断。或分别计算 $C_{jK_1} = \sum (\bar{X}_i - K_1)$, $C_{jK_2} = \sum (\bar{X}_i - K_2)$,其中 $K_1 = T + K, K_2 = T - K$,将它们的绝对值和判定距 H 作比较,判断工序平均水平是否偏离目标值。

表 1.3

偏移量 δ	C ₁ 方案		C ₂ 方案	
	h	k	h	k
(a) $\delta < 0.75$	8	0.25	5	0.25
(b) $0.75 < \delta < 1.5$	5	0.50	3.5	0.50
(c) $\delta > 1.5$	2.5	1.00	1.8	1.00

表 1.4

偏移量 δ	C ₁ 方案			C ₂ 方案		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
0	730	930	715	140	200	170
0.25	85	140	205	38	55	68
0.50	29	38	68	17	22	30
0.75	16.4	17	27	10.5	11.5	15
1.00	11.4	10.5	13.4	7.4	7.4	8.8
1.50	7.1	5.8	5.4	4.7	4.3	4.0
2.00	5.2	4.1	3.25	3.5	3.0	2.5
2.50	4.2	3.2	2.3	2.8	2.4	1.9
3.00	3.5	2.6	1.85	2.4	2.0	1.5
4.00	2.6	1.9	1.32	1.9	1.5	1.12

例 1.2 表 1.5 列出了从某工序抽取的大小为 5 的 16 个样本所算出的均值与极差。这批数据是由原始观测值经变换后算得的。试问工序均值是否维持在目标值 10?

要求允许偏移量 $\Delta = 1\sigma_{\bar{X}}$, 当工序均值维持在目标值时, 平均链长尽可能长。根据这一要求, 在表 1.3 中选取方案 C₁(b), 其参数为 $h=5, k=0.50$ 。从表 1.4 中看出, 此方案所对应的平均链长 $L_0=930, L_1=10.5$ 。由平均极差算出样本均值标准差, 从而得到

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\bar{R}}{\sqrt{n} d_2} = \frac{135}{\sqrt{5} \times 2.326} = 26$$

$$H = h\hat{\sigma}_{\bar{X}} = 5 \times 26 = 130$$

$$K = k\hat{\sigma}_{\bar{X}} = 0.5 \times 26 = 13$$

$$A = 2\hat{\sigma}_x = 2 \times 26 = 52 \approx 50$$

作 V 形模板, 算累积和值, 作出判断, 如图 1.4 所示; 或使用列表算法, 如表 1.5 所示。结果表明: 第 16 个样本发出失控信号, 从第 9 个样本开始工序均值发生偏移。

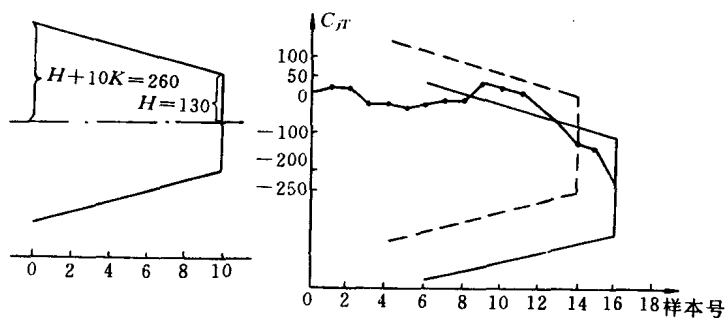


图 1.4

表 1.5

样本号 i	$\bar{X}_i$	R_i	$\bar{X}_i - T$	$\Sigma(\bar{X}_i - T)$	$\Sigma(\bar{X}_i - K_1)$	$\Sigma(\bar{X}_i - K_2)$
1	24	140	14	14	1	>0
2	6	80	-4	10	<0	>0
3	-38	200	-48	-38	<0	-35
4	26	40	16	-22	13	>0
5	-10	130	-20	-42	<0	-7
6	16	130	6	-36	<0	>0
7	36	120	26	-10	13	>0
8	10	200	0	-10	<0	>0
9	36	100	26	16	13	>0
10	6	110	-4	12	30	>0
11	2	180	-8	4	<0	>0
12	-42	60	-52	-48	<0	-39
13	-20	160	-30	-78	<0	-56
14	-36	230	-46	-124	<0	-89
15	-8	30	-18	-142	<0	-94
16	-72	250	-82	-224*	<0	-163*
平均		135				

§ 3 极差累积和控制图

在构造和使用均值累积和控制图时,样本均值的误差估计十分重要,因此需要用极差或标准差控制图持续监控样本组内变异。这里仅介绍极差累积和控制图。

方法 表 1.6 给出了样本大小 n 从 2 到 10 的两组极差累积和图控制方案。 C_1 方案对应于较大的 L_0 , C_2 方案对应于较小的 L_0 , a_n 为尺度因子系数。表 1.7 列出了各个方案的平均链长。选定方案 (h, k, a_n) 后,可根据给定的极差均值目标值 $\bar{R}_T$ 得到

$$H = h\bar{R}_T, K = k\bar{R}_T, A = a_n\bar{R}_T$$

进而用 V 形模板法或列表计算法对工序波动作出判断。这时

$$\sum (R_i - K) \text{ 中的 } K = (1+k)\bar{R}_T.$$

表 1.6

	n	2	3	4	5	6	8	10
	a_n	1.50	1.00	0.85	0.75	0.65	0.55	0.50
C_1	h	2.50	1.75	1.25	1.00	0.85	0.55	0.50
	k	0.85	0.55	0.50	0.45	0.45	0.40	0.35
C_2	h	2.50	1.75	1.25	1.00	0.85	0.55	0.50
	k	0.55	0.35	0.30	0.30	0.30	0.25	0.25

表 1.7

方案 n		1.00	1.12	1.25	1.60	2.00	2.50	3.20	4.00
2	C_1	779	170	66	16	7.2	4.3	3.0	2.3
	C_2	170	63	30	10	5.5	3.6	2.7	2.1
3	C_1	893	165	49	9.6	4.5	2.8	2.0	1.6
	C_2	196	52	21	6.5	3.6	2.4	1.8	1.5
4	C_1	918	145	39	7.1	3.3	2.4	1.6	1.3
	C_2	157	39	15	4.7	2.7	2.1	1.46	1.24