SHUXUE HAOWAN

数学好玩丛书 小学生的书

数学好玩

——数学的传奇与好玩的游戏

李毓佩 著

长虹出版公司

SHUXUE HAOWAN

数学好玩丛书——小学生的书

数学好玩

——数学的传奇与好玩的游戏

李毓佩 著

长虹出版公司

图书在版编目(CIP)数据

数学的传奇与好玩的游戏/李毓佩著.—北京:长虹出版公司,2004.1

ISBN 7-80063-122-2

Ⅰ.好… Ⅱ.李… Ⅲ.数学课-小学-课外读物 Ⅳ.G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 066791 号

书　名:数学的传奇与好玩的游戏

著　者:李毓佩
出版者:长虹出版公司
[北京地安门西大街 40 号/邮政编码 100035]
印刷者:北京长宁印刷有限公司
发行者:解放军出版社发行部
经销者:新华书店

开　本:787×1092 毫米 1/32
印　张:6.25
印　数:1—5000 册
字　数:136 千字
版　次:2004 年 1 月第 1 版
印　次:2004 年 1 月(北京)第 1 次印刷

书号:ISBN 7-80063-122-2/G·41
（如有印装差错，请与本社调换）
定价:14.00 元

目　　录

数学奇境

名题荟萃

数学群星

数学与游戏

数学奇境

寻找吃人怪物的提修斯

一个希腊神话传说非常有趣：

古希腊克里特岛上的国王叫米诺斯．不知怎么搞的，他的王后生了一个半人半牛的怪物，起名叫米诺陶．王后为了保护这个怪物的安全，请古希腊最卓越的建筑师代达罗斯建造了一座迷宫．迷宫里有数以百计的狭窄、弯曲、幽深的道路，高高矮矮的阶梯和许多小房间，不熟悉路径的人，一走进迷宫就会迷失方向，别想走出来．王后就把怪物米诺陶藏在这座迷宫里．米诺陶是靠吃人为生的，它吃掉所有在迷宫里迷路的人．米诺斯国王还强迫雅典人每9年进贡七个童男和七个童女，供米诺陶吞食．米诺陶成了雅典人民的一大灾害．

当米诺斯国王派使者第三次去雅典索取童男童女时，年轻的雅典王子提修斯决心为民除害，杀死怪物米诺陶．提修斯自告奋勇充当一名童男，和其他13名童男童女一起去克里特岛．

当提修斯一行被带去见国王米诺斯时，公主阿里阿德尼

爱上了王子提修斯.她偷偷送给提修斯一个线团,让他进迷宫入口处时把线团的一端拴在门口,然后放着线走进迷宫.公主还送提修斯一把魔剑,用来杀死怪物.

提修斯带领13名童男童女勇敢地走进迷宫.他边走边放线边寻找,终于在迷宫深处找到了怪物米诺陶.经过一番激烈的搏斗,提修斯杀死了米诺陶,为民除了害.13名童男童女担心出不了迷宫,会困死在里面.提修斯带领他们顺着放出来的线,很容易地找到了入口.

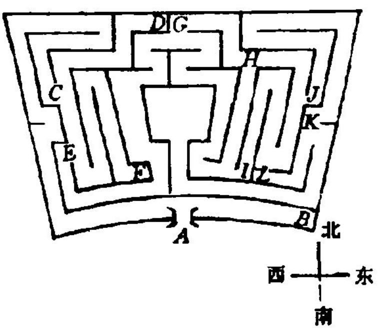

图1

克里特岛迷宫的故事广为流传,那座传说中的迷宫究竟存在不存在呢?1900年,英国地质学家兼考古学家阿瑟·伊文思在克里特岛上进行了挖掘,在3米深的地层下面,发掘出一座面积达2400平方米的宫殿遗址,共有1200到1500个房间,据说这就是米诺斯迷宫的遗址.

传说古罗马的埃德萨城也有一座迷宫.这座迷宫建在一个巨大的山洞里,里面有走道、房间和阶梯.那些阶梯特别迷惑人,明明是顺着阶梯往上走,走一段之后却发现是在往下走.

据说国外至今还保留着一座1690年建造的迷宫.图1是这座迷宫的平面图,你从下面的门进去,试试能否走出来.

游迷宫是不是只能靠碰运气呢?不是这么回事.游迷宫的方法是很多的.这儿是最简单的游法 .

1. 进入迷宫后,可以任选一条通道往前走.

2. 如果遇到走不通的死胡同,就马上返回.

3. 如果遇到了岔路口,观察一下是否有还没走过的通道,有,就任选一条通道往前走;没有,就顺原路返回原来的岔路口.然后就重复2和3所说的走法,直到找到出口为止.

假如你不急着出迷宫,而是想把迷宫都游一遍的话,那么,在到达每个入口处时,要看一下跟入口相连的各通道是否都走过了.如果都走过了,你就可以出来;如果没有走过,你就按着前面讲的2和3步骤再去走那些没走过的通道,直到都走过为止.

按照这种方法,我们不妨把1690年建造的迷宫游览一次:

从入口 A 进,向东拐到 B 点走不通,由原路返回 A.再向西走,沿着通道一直走到 C 点,由 C 有两条通道可走,选向北走的通道走到 D,不通,按原路返回到 C,再往南走,到 E.选择靠东的通道走到 F,不通,原路返回 E,再走靠西的通道走到 G.然后是 $H\rightarrow I\rightarrow J\rightarrow K$,最后可以把迷宫都走一遍,再从 A 走出来.

《好玩的数和形》中曾谈到过幻方.我国古代的“九宫图”就是一个三阶幻方.在印度一座古老神庙的门楣里侧,也曾发现过一个四阶幻方,如图2.这个四阶幻方雕刻在石头上,是吉祥物,像我国的门神一样.古代印度人认为,把幻方画在门上可以避邪,佩戴在脖子上或腰上可以护身.由此可见,幻方过去往往和迷信有些关系.

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

图 2

16世纪,德国著名画家丢勒发表了一幅铜版画,题名为《忧郁》,雕刻年代为1514年.画中有一个四阶幻方,如图3.这个幻方的巧妙之处在于它最下面中间两个数15、14,连在一起恰好是绘画年代.

丢勒所设计的四阶幻方,具有一般幻方的性质:横行、竖行和对角线上四个数相加都等于34.34叫做幻方常数.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

图 3

我国考古工作者在元朝安西王府的夯土台基中,发现了一块13世纪阿拉伯数字幻方铁板,如图4、图5.这是一个6阶幻方,幻方常数为111.它

是到目前为止,我国应用阿拉伯数字的最早实物证据.

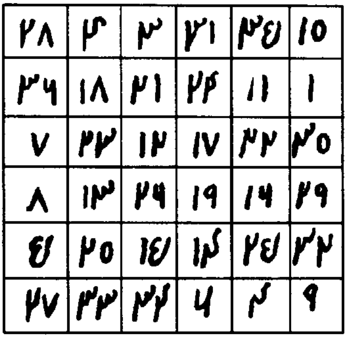

图 4

28	4	3	31	35	10
36	18	21	24	11	1
7	23	12	17	22	30
8	13	26	19	16	29
5	20	15	14	25	32
27	33	34	6	2	9

图 5

有些幻方除了横、竖、斜相加等于幻方常数外,还有一些更奇妙的性质.丢勒所设计的四阶幻方中就有一些特殊性质.比如:

1. 上面两行数的平方和等于下面两行数的平方和.算一下:

$$16^2+3^2+2^2+13^2+5^2+10^2+11^2+8^2=748,$$

$$9^2+6^2+7^2+12^2+4^2+15^2+14^2+1^2=748.$$

完全正确.

2. 第一行和第三行数的平方和等于第二行和第四行数的平方和.

3. 两条对角线上数的平方和等于不在对角线上数的平方和.

4. 两条对角线上数的立方和等于不在对角线上数的立

方和.算一下:

$$16^3+10^3+7^3+1^3+13^3+11^3+6^3+4^3+=9248,$$

$$3^3+2^3+5^3+8^3+9^3+12^3+15^3+14^3=9248.$$

也完全正确!

	2	3	
5			8
9			12
	14	15	

图 6

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

图 7

看来,丢勒设计的这个四阶幻方,具有很多奇妙的性质.

其实,幻方有很多种类.

偶阶幻方

凡是阶数为4的倍数的幻方叫做双偶阶幻方.这儿是一种制做双偶阶幻方的简单方法.

首先,考虑一个四阶方阵,画上两条对角线.然后,从左上角开始,顺序是从左到右,从上到下,按着自然数的次序1,2,3,4……15,16依次填写.但是,要注意被对角线割开的格不要填数,如图6.这样可以填上8个数.最后,从右下角开始,从右向左,从下到上,从1开始,依次把没填上的其他自然数,填到被割

	2	3			6	7	
9			12	13			16
17			20	21			24
	26	27			30	31	
	34	35			38	39	
41			44	45			48
49			52	53			56
	58	59			62	63	

图 8

开的格子里,这就得到了四阶幻方,如图 7.

按照这种方法来填,同样可以制作出一个八阶幻方.图 8 中已经完成了一半,请你把另一半完成.

双重幻方

双重幻方也叫平方幻方.双重幻方的特点是,把幻方中的每一个数用它的平方数代替之后,可得到一个新幻方.

5	31	35	60	57	34	8	30
19	9	53	46	47	56	18	12
16	22	42	39	52	61	27	1
63	37	25	24	3	14	44	50
26	4	64	49	38	43	13	23
41	51	15	2	21	28	62	40
54	48	20	11	10	17	55	45
36	58	6	29	32	7	33	59

图 9

如图 9,把第一行的数相加可得到原幻方常数 M_1:

$$M_1 = 5 + 31 + 35 + 60 + 57 + 34 + 8 + 30 = 260.$$

把第一行的每个数平方之后再相加,可得新幻方常数 M_2:

$$\begin{aligned} M_2 &= 5^2 + 31^2 + 35^2 + 60^2 + 57^2 + 34^2 + 8^2 + 30^2 \\ &= 25 + 961 + 1225 + 3600 + 3249 + 1156 + 64 + 900 \\ &= 11180. \end{aligned}$$

20 世纪初,法国人里列经过长期探索,找到了近 200 个双重幻方.

乘积幻方

乘积幻方的特点是,除了横、纵、斜各数之和相等外,其乘积也相等.图 10 就是一个 8 阶幻方,其和为 26840,其积为

2981655295772625441274032274000.

如果一个幻方是标准幻方,也就是由 1 开始,按自然数顺

序依次填写到 n^2 为止，那么，它的幻方常数 M 可用以下公式来求：

$$M = \frac{n}{2}(1 + n^2).$$

其中 n 表示幻方的阶数.

有了这个公式，很容易算出标准幻方的幻方常数. 比如

三阶幻方常数　$M_3 = \frac{3}{2}(1 + 3^2) = \frac{3}{2} \times 10 = 15,$

四阶幻方常数　$M_4 = \frac{4}{2}(1 + 4^2) = 2 \times 17 = 34.$

以此类推，可求出 $M_5 = 65, M_6 = 111, M_7 = 175, M_8 = 260$ 等等.

4050	6111	1995	1338	4641	5336	2692	677
4669	5304	2708	673	4074	6075	2007	1330
2716	675	4683	5320	2001	1326	4062	6057
1989	1334	4038	6093	2700	679	4655	5352
1346	2031	5967	4002	665	2676	5400	4753
669	2660	5432	4725	1354	2019	6003	3978
5416	4711	667	2652	6021	3990	1358	2025
5985	4014	1350	2037	5384	4739	663	2668

图 10

上述幻方常数公式是怎样求出来的？要求一个标准幻方常数 M，可以先把这个 n 阶幻方的所有数的和求出来.

$$
\begin{aligned}
S &= 1+2+3+\cdots\cdots+(n^2-1)+n^2 \\
&= (1+n^2)+(2+n^2-1)+(3+n^2-2)+\cdots\cdots \\
&= \frac{n^2}{2}(1+n^2).
\end{aligned}
$$

除以 n,得

$$M=\frac{1}{n}\cdot\frac{n^2}{2}(1+n^2)=\frac{n}{2}(1+n^2).$$

我国宋代数学家杨辉曾经系统研究过幻方.他于1275年排出了从3阶到10阶全部的幻方.到现在,国外已经排出了105阶幻方,而我国数学家排出了125阶幻方.

同一阶幻方的排法也是多种多样的.比如四阶幻方,据美国幻方专家马丁·加德纳的研究,就有880种不同的排法.有了电子计算机,可以算出更高阶幻方的不同排法,比如

五阶幻方有275305224种;

七阶幻方有363916800种;

八阶幻方已经超过了10亿种!

许多人热衷于编写幻方.图11所示的八阶幻方是美国著名科学家富兰克林编出来的,又叫“富兰克林幻方”.这个八阶幻方有个奇特性质,你把用线连起来的两个数相加(图12),都等于65.

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	55	30	19
33	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
35	58	7	10	23	26	39	42
9	3	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

图 11

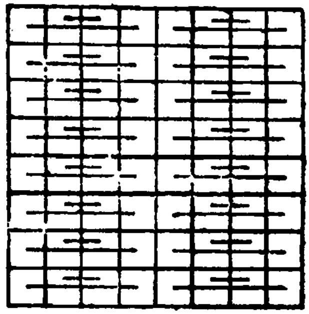

图 12

现代科学家热衷于研究幻方，已经不是为了好玩或者驱灾避邪．电子计算机出现以后，幻方在程序设计、组合分析、人工智能、图论等许多方面找到了新的用场．

52年填成一幻方

有正方形的幻方，会不会有其他形状的幻方呢?20 世纪初，有一名叫亚当斯的年轻人要排出“六角幻方”．他从 1910 年开始研究这种六边形的幻方．

他发现一层的六角幻方是不存在的．因为要想使

$$x + y = y + z,$$

必然得出　$x = z.$

但是同一个幻方中是不允许有两个相同的数字

的(图 13).

他开始研究两层的六角幻方.两层六角幻方要填上从1到19一共19个数,使得横着、斜着的三个数或四个、五个数相加,其和相等,如图14.这可比填正方形幻方难多了!亚当斯在一个铁路公司的阅览室工作.他制作了19块小板,上面写上1到19的数字,白天工作,

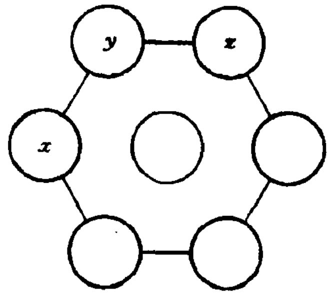

图 13

晚上就摆弄这19块小板.从1910年到1957年,整整用了47年也没有排出双层六角幻方.有一次他在病床上摆弄19块小板,无意之中竟然排成了!面对这耗费了他一生业余时间的成果,激动的心情可想而知.他急忙下床把这个幻方记了下来.心里高兴,病就好得快,没过几天亚当斯就病愈出院.在回家途中,他胡里胡涂竟把19块小板和记录的纸片一起弄丢了,这真是太可惜啦!他怎么回忆也回忆不起来了.

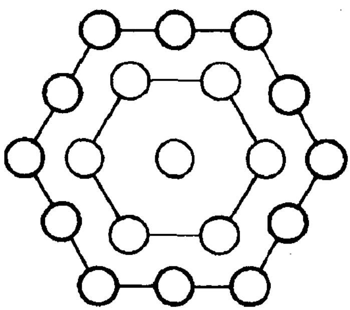

图 14

已经排了47年的亚当斯并没有灰心,回家后又继续研究.又用了5年时间,在1962年12月的一天,亚当斯再一次排出了两层六角幻方(图 15).这时,已经是白发苍苍的老头的