



高等数学课程过关强化 **试卷**

高等数学(上)单元跟踪测试及期末冲刺★级试题

(理工技术类院校·高职高专)

高等数学教学研究组/组编

 李颖/编著

真正的一线教师力作

针对性强 信息超值

考点覆盖率 100%

考试成功率 100%

保你轻松过关得高分

ISBN 7-5611-2279-9



9 787561 122792 >

ISBN 7-5611-2279-9 定价: 27.00元(本册9.00元)

 大连理工大学出版社

责任编辑/刘杰 吴孝东 封面设计/王福刚

高等数学课程过关强化试卷系列

高等数学(上)(理工类·重点院校)

高等数学(下)(理工类·重点院校)

高等数学(上)(理工类·普通院校)

高等数学(下)(理工类·普通院校)

线性代数(理工类·本科)

概率论与数理统计(理工类·本科)

微积分(上)(经管类)

微积分(下)(经管类)

高等数学(上)单元跟踪测试及期末冲刺★级试题

(理工技术类院校·高职高专)

高等数学(下)单元跟踪测试及期末冲刺★级试题

(理工技术类院校·高职高专)

线性代数单元跟踪测试及期末冲刺★级试题

(理工技术类院校·高职高专)

高等学校数学学习辅导教材

高等数学课程过关强化试卷

© 大连理工大学出版社 2003

高等数学(上) 单元跟踪测试

图书在版编目(CIP)数据

及期末冲刺★级试题

(理工技术类院校·高职高专)

高等数学教学研究组 组编

李 颖 编著

高等数学(上)单元跟踪测试及期末冲刺★级试题(理工技术类院校·高职高专) / 李颖编著. — 大连:大连理工大学出版社,2003.4
(高等数学课程过关强化试卷)
ISBN 7-5611-2279-9

I. 高… II. 李… III. 高等数学(上)—高等学校:技术院校—习题
IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 018381 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市凌水河 邮政编码:116024

电话:0411-4708842 传真:0411-4701466 邮购:0411-4707961

E-mail:dltp@mail.dlpt.ln.cn URL:http://www.dltp.cn

大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm x 260mm 印张:6.75 字数:150 千字

印数:1 ~ 8 000

2003 年 4 月第 1 版 2003 年 4 月第 1 次印刷

责任编辑:刘 杰 吴孝东 责任校对:袁 野

封面设计:王福刚

定 价:27.00 元(本册 9.00 元)

大连理工大学出版社

函数、极限和连续单元测试题

(时间 110~120 分钟)

一、填空题(本题 12 分,每小题 2 分)

1. 设 $y = 3^u, u = v^2, v = \tan x$, 则 $y = f(x) =$ _____。
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} =$ _____, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} =$ _____。
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{x+1} =$ _____。
4. 设函数 $f(x) = x^2$, 则 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} =$ _____。
5. 设函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \frac{1}{3}$, 则 $f(x_0) =$ _____。
6. 点 $x = 0$ 是函数 $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ 的 _____ 间断点。

二、单项选择题(本题 16 分,每小题 2 分)

1. 两个函数相同是指这两个函数()。
A. 定义域相同且值域相同
B. 定义域相同且对应法则相同
C. 定义域相同
D. 值域相同
2. 已知 $f(x) = \frac{6x+5}{x-1}$, 则 $f^{-1}(1) =$ ()。
A. $\frac{6}{5}$
B. $-\frac{6}{5}$
C. $-\frac{5}{6}$
D. $\frac{1}{11}$
3. 如果 $y = f(x)$ 在 x_0 点连续, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y =$ ()。
A. ∞
B. $f(x_0)$
C. 0
D. 不存在
4. 函数 $f(x) = \sqrt{x} + \ln(3-x)$ 的连续区间是()。
A. $[0, 3)$
B. $(0, 3)$
C. $[0, 3]$
D. $(0, 3]$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^6 + 2x - 1}{2x^6 + x + 3} =$ ()。
A. $\frac{7}{2}$
B. 0
C. $-\frac{1}{3}$
D. $\frac{1}{3}$

6. 下列极限计算正确的是()。

- A. $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}} = \infty$
B. $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}} = +\infty$
C. $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}} = 0$
D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} = 0$

7. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $x^2 - \sin x$ 是 x 的()。

- A. 高阶无穷小
B. 等价无穷小
C. 低阶无穷小
D. 同阶无穷小, 但不是等价无穷小

8. 下列极限中存在的是()。

- A. $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}}$
B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2^x - 1}$
C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$
D. $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2)$

三、计算题(本题 60 分,每小题 6 分)

1. 求函数 $y = \lg \frac{x}{x-2} + \arcsin \frac{3x-1}{5}$ 的定义域。
2. 设 $f(x-1) = x^2 + x - 4$, 求 $f(x)$ 的表达式。
3. 判断函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} - x)$ 的奇偶性。

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+2)} - \sqrt{n^2+1})$ 。

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - \sin x}{x}$ 。

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3-x}{3} \right)^{\frac{2}{x}}$ 。

7. 设 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 1 \\ x^2-x+2, & 1 < x < 2 \\ x^2-1, & x \geq 2 \end{cases}$, 求 (1) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, (2) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 。

8. 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x+1} - ax - b \right) = 0$, 求 a, b 的值。

9. 求函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ 1 - e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$ 的间断点并确定其类型。

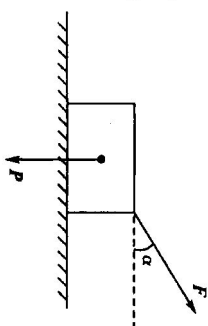
10. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, & x \neq 2 \\ k, & x = 2 \end{cases}$ 处处连续, 求 k 的值。

四、(6分)

证明方程 $2^x = 4x$ 在 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ 内至少有一个实根。

五、(6分)

已知一物体与地面的摩擦系数是 μ , 重量是 P , 设有一与水平方向成 α 角的拉力 F , 使物体从静止开始移动, 如图所示。求物体开始移动时拉力 F 与角 α 之间的函数关系式。



(五题图)

一元函数微分学单元测试题

(时间 110 ~ 120 分钟)

一、填空题(本题 12 分,每小题 2 分)

1. $y = \ln \sin x$, 则 $y'' =$ _____。
2. 设 $a < x < b$ 时, $f'(x) = g'(x)$, 则 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的关系是 $f(x) =$ _____。
3. 曲线 $y = \frac{\ln x}{x-2}$ 的垂直渐近线方程是 _____。
4. 曲线 $y = \frac{x}{2x-1}$ 的水平渐近线方程是 _____。
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\ln x} =$ _____。
6. 设 $f(x) = x^{2n} + \sin x$, 则 $f^{(2n)}(0) =$ _____。

二、单项选择题(本题 16 分,每小题 2 分)

1. 如果函数 $f(x)$ 可微, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+2h) - f(x)}{h} =$ ()。
 - A. $-f'(x)$
 - B. $\frac{1}{2}f'(x)$
 - C. $2f'(x)$
 - D. $3f'(x)$
2. 下列求极限问题中能使用洛必达法则的是 ()。
 - A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x}$
 - B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x}$
 - C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x}$
 - D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$
3. 若 $f(x)$ 为可微函数, 当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 则在点 x 处的 $\Delta y - dy$ 是关于 Δx 的 ()。
 - A. 高阶无穷小
 - B. 等价无穷小
 - C. 低阶无穷小
 - D. 同阶无穷小
4. 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0, 1]$ 上连续, 在开区间 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f'(x) > 0$, 则 ()。
 - A. $f(0) < 0$
 - B. $f(1) > f(0)$
 - C. $f(1) > 0$
 - D. $f(1) < f(0)$
5. 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处取得极大值, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 的导数必 ()。
 - A. 等于 0
 - B. 等于 1
 - C. 不存在
 - D. 等于 0 或不存在
6. 条件 $f''(x_0) = 0$ 是 $f(x)$ 的图形在点 x_0 处有拐点的 () 条件。
 - A. 必要
 - B. 充分
 - C. 充分必要
 - D. 无关
7. 曲线 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$), 最多的拐点个数是 ()。
 - A. 1 个
 - B. 2 个
 - C. 3 个
 - D. 0 个

8. 设 $f(x)$ 具有连续的导函数, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = 1$, 则 $f(0)$ ()。

- A. 一定是 $f(x)$ 的极大值
- B. 一定是 $f(x)$ 的极小值
- C. 不一定是 $f(x)$ 的极值
- D. 一定不是 $f(x)$ 的极值

三、计算题(本题 56 分,每小题 7 分)

1. 设 $y = \sqrt{1+x^2} + \ln \cos x + e^2$, 求 y' 。
2. 设方程 $y = x + \ln y$ 确定函数 $y = y(x)$, 求 dy 。
3. 设 $x = 3e^{-t}$, $y = 3e^t + t$, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0}$ 。

4. 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{\pi}{2} - \arctan x \right)$ 。

8. 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{x}}$ 。

5. 求函数 $y = x - \ln(x+1)$ 的单调区间、极值及曲线的凹凸区间。

四、(8分)

当 $x > 0$ 时, 证明 $\ln(1+x) > \frac{\arctan x}{1+x}$ 。

6. 过点 $(2,0)$ 求与曲线 $y = \frac{1}{x}$ 相切的直线方程。

五、(8分)

要做一个容积为 V (容积一定) 的圆柱形封闭容器, 问圆柱的高和底半径为多少时, 可使用用料最省?

7. 讨论函数 $y = |x-2|$ 在 $x=2$ 处是否可导。

班级 _____ 姓名 _____ 得分 _____

一元函数积分学单元测试题

(时间 110 ~ 120 分钟)

一、填空题(本题 12 分,每小题 2 分)

1. 若 $\int f(x)dx = \arcsin x + c$, 则 $f(x) =$ _____。
2. $\frac{d}{dx} \int_a^x \ln(1 + \sin t)dt =$ _____。
3. 设 $f(x)$ 是 $\cos 2x$ 的一个原函数, 则 $\int f'(x)dx =$ _____。
4. 比较两个定积分的大小, $\int_1^e \ln x dx$ _____ $\int_1^e \ln^2 x dx$ 。
5. $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} x^3 \cos x dx =$ _____。
6. 设 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 则由曲线 $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$ 及 x 轴所围成的平面图形的面积 $S =$ _____。

二、单项选择题(本题 16 分,每小题 2 分)

1. 设函数 $f(x)$ 的一个原函数是 $\frac{1}{x}$, 则 $f'(x) =$ ()。
 - A. $\frac{1}{x}$
 - B. $\ln|x|$
 - C. $\frac{2}{x^2}$
 - D. $-\frac{1}{x^2}$
2. 若在 $[a, b]$ 上, $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$, 则必有 ()。
 - A. $f(x) = 0$
 - B. $f(-x) = -f(x)$
 - C. $f(-x) = f(x)$
 - D. $\int_a^b f(x)dx = 0$
3. 若等式 $dx = kd\left(3 - \frac{x}{5}\right)$ 成立, 则 $k =$ ()。
 - A. 5
 - B. -5
 - C. $\frac{1}{5}$
 - D. $-\frac{1}{5}$
4. 设 $f(x) = xe^{-x^2}$, 则 $\int f'(x)dx =$ ()。
 - A. $-\frac{1}{2}e^{-x^2}$
 - B. $xe^{-x^2} + c$
 - C. $\frac{1}{2}e^{-x^2} + c$
 - D. $-2e^{-x^2} + c$
5. 如果函数 $f(x)$ 在区间 I 内连续, 则在 I 内 $f(x)$ () 原函数。
 - A. 有无穷多个
 - B. 有惟一的一个
 - C. 有有限多个
 - D. 不一定存在

6. 下列等式中正确的是 ()。

- A. $\frac{d}{dx} \int_a^b f(x)dx = f(x)$
- B. $\frac{d}{dx} \int_a^b f(x)dx = f(x) + c$
- C. $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x)$
- D. $\int f'(x)dx = f(x)$

7. 设 $\int f(x)dx = F(x) + c$, 且 $x = at + b$, 则 $\int f(t)dt =$ ()。

- A. $F(t) + c$
- B. $\frac{1}{a}F(at + b) + c$
- C. $F(at + b) + c$
- D. $aF(at + b) + c$

8. 定积分 () 的值为负。

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$
- B. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \cos x dx$
- C. $\int_{-3}^{-2} x^3 dx$
- D. $\int_{-3}^{-2} x^2 dx$

三、计算题(本题 48 分,每小题 6 分)

1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi \cos^3 \varphi d\varphi$ 。

2. $\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2 - x^2} dx$ 。

3. $\int_1^4 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ 。

4. $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx$ 。

5. $\int_0^{+\infty} 2xe^{-x^2} dx$ 。

6. 已知 xe^x 为 $f(x)$ 的一个原函数, 求 $\int_0^1 xf'(x)dx$ 。

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x (t^2 - 1)dt}{\ln^2 x}$ 。

8. 求曲线 $y = x^2$ 与 $y = 2 - x^2$ 所围成的图形的面积。

四、(8 分)

不计算积分值, 证明 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^x x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^x x dx$ 。

五、(8 分)

求 $y = x^2$ 与 $x = y^2$ 所围图形绕 x 轴旋转一周生成的旋转体体积。

六、(8 分)

把一个带 $+q$ 电量的点电荷放在 r 轴上坐标原点 O 处, 它产生一个电场, 由物理学知道, 电场对一个单位正电荷的作用力的大小为 $F =$

$k \cdot \frac{q}{r^2}$ (k 为常数)。如图, 当单位正电荷在电场中

从 $r = a$ 处沿轴移到 $r = b$ ($0 < a < b$) 处时, 计算电场力 F 对它所做的功。



(六题图)

班级 _____ 姓名 _____ 得分 _____

常微分方程单元测试题

(时间 110 ~ 120 分钟)

一、填空题(本题 10 分,每小题 2 分)

1. 微分方程 $3x^2dx + 3y^2dy = 0$ 的阶为 _____。
 2. 微分方程 $dy - 2xdx = 0$ 的通解为 _____。
 3. 一阶非齐次线性微分方程通常有 _____ 和 _____ 两种解法。
 4. 微分方程 $y'' = e^{-x}$ 的通解为 _____。
 5. 微分方程 $y'' + 3y' = x^2$ 的待定特解形式为 _____。
- 二、计算题(本题 70 分,每小题 7 分)
1. 解微分方程 $(e^{x+y} - e^x)dx + (e^{x+y} + e^y)dy = 0$ 。

2. 解微分方程 $y' + y \tan x = \sin 2x$ 。

3. 用常数变易法求解微分方程 $y' + y = e^{-x}$ 。

4. 求微分方程 $y'' = \sin x - \cos x$ 的通解。

5. 求微分方程 $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - 3x = 0$ 的通解。

6. 求微分方程 $4y'' + 4y' + y = 0$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 2, y'|_{x=0} = 0$ 的特解。

7. 求微分方程 $y'' - 6y' + 13y = 0$ 的通解。

8. 求微分方程 $y'' + y' - 2y = x$ 的通解。

三、(10 分)

已知曲线通过原点, 并且它在点 (x, y) 处的切线斜率等于 $2x + y$, 求该曲线的方程。

9. 写出微分方程 $y'' + y' - 2y = e^x$ 的待定特解形式。

四、(10 分)

质量为 m 的子弹, 以初速度 v_0 垂直打入土墙, 所受阻力与速度成正比(比例系数 $k > 0$), 求子弹的运动规律 $s = s(t)$ 所满足的微分方程及初始条件。

10. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{6x - y^2}$ 的通解。

高等数学(上)☆☆☆测试题(I)

(时间 110 ~ 120 分钟)

一、填空题(本题 20 分,每小题 4 分)

1. $f(x) = e^{\sqrt{x-1}}$, 则 $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 若极限 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ 存在, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. 若 $f(x)$ 为连续函数, 则 $f(x)$ 的全体原函数可表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 若 $f(x)$ 在点 x_0 有任意阶导数, 且 x_0 是 $f(x)$ 的极大值点, 则 $f''(x_0) \underline{\hspace{2cm}}$.

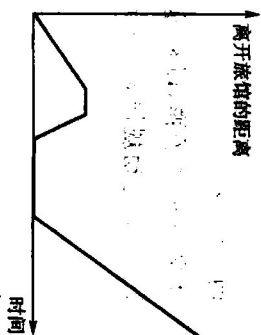
二、单项选择题(本题 20 分,每小题 4 分)

1. 所给图像与下述三件事中的 () 吻合得最好.

A. 我离开旅馆不久, 发现自己把公文夹忘在房间里, 于是立刻返回旅馆取了公文夹再上路

B. 我驾车一路以常速行驶, 只是在途中遇到一次交通堵塞, 耽搁了一些时间

C. 我从旅馆出发以后, 边驾车, 边欣赏四周景色, 后来为了赶路便开始加速



(二、1 题图)

2. 函数 $y = \frac{1}{x} - \sqrt{1-x^2}$ 的定义域是 ().

A. $(-1, 0) \cup (0, 1)$

B. $[-1, 0) \cup (0, 1]$

C. $(0, 1]$

D. $[-1, 0)$

3. 与函数 $y = x$ 是同一函数的是 ().

A. $\sqrt{x^2}$

B. $(\sqrt{x})^2$

C. $\ln e^x$

D. $e^{\ln x}$

4. 下列各式正确的是 ().

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

B. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^x = e$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}} = e$

5. 由 $y = x^2$, $x = -1$, $x = 1$ 及 $y = 0$ 围成平面图形的面积为 ().

A. $\int_{-1}^1 x^2 dx$

B. $\int_0^1 x^2 dx$

C. $\int_0^1 \sqrt{y} dy$

D. $2 \int_0^1 \sqrt{y} dy$

三、计算题(本题 30 分,每小题 6 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{x^4 - 3x^2 + 1}$.

2. 已知 $f(x) = \frac{3}{5-x} + \frac{x^2}{5}$, 求 $f'(0)$.

3. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) dx$.

4. $\int_0^2 |x-1| dx$ 。

五、(10 分)

求由曲线 $y = \frac{1}{x}$ 及直线 $y = x, x = 2$ 所围成图形的面积。

5. 求微分方程 $y' + y = e^{-x}$ 的通解。

六、(10 分)

某农场需要围建一个面积为 512 m^2 的矩形晒谷场,一边可以利用原来的石条沿,其他三边需要砌新的石条沿。问新的石条沿的长和宽各为多少时才能使材料用得最省?

四、(10 分)

确定函数 $f(x) = x - \ln(1+x)$ 的单调增、减区间。

班级 _____ 姓名 _____ 得分 _____

高等数学(上)☆☆☆测试题(II)

(时间 110 ~ 120 分钟)

一、填空题(本题 20 分,每小题 4 分)

1. 函数 $y = \ln(x^2 + 1)$ 是由 _____ 等较简单的函数复合而成的。
2. 若曲线 $y = f(x)$ 在 x_0 点可导,则曲线上点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线的斜率为 _____。
3. 设 $f'(x) = x + 1$, 则 $f(x) =$ _____。
4. 可导函数 $f(x)$ 的极值点必是 _____, 所以可导函数的极值点只需从方程 _____ 的实根中寻找。

5. 一阶线性微分方程 $y' = f(x)y + g(x)$ 的通解公式是 _____。

二、单项选择题(本题 20 分,每小题 4 分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & -2 \leq x < 0 \\ 1 + x^2, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$, 则下面结果正确的是 ()。

A. $f(1) = \frac{\pi}{2}$

B. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 + \frac{\pi^2}{4}$

C. $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $f(4) = 17$

2. 若 () 式所示的极限存在, 则称 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处的导数存在。

A. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\Delta x) - f(0)}{\Delta x}$

B. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(\Delta x) - f(0)}{\Delta x}$

C. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(\Delta x) - f(0)}{\Delta x}$

D. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(-\Delta x) - f(0)}{\Delta x}$

3. 在下列积分中, 积分值为零的是 ()。

A. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x dx$

B. $\int_{-\pi}^{\pi} x \sin x dx$

C. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin x dx$

D. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x dx$

4. 如果 $x \in (a, b)$ 时, 恒有 $f''(x) < 0$, 则曲线 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内 ()。

A. 是凹的

B. 是凸的

C. 个别点处是凹的

D. 个别点处是凸的

5. 下列微分方程中, 方程 () 是线性微分方程。

A. $xy'^2 - 2yy' + x = 0$

B. $\sin(y') + e^y = x$

C. $y'e^y + x = 0$

D. $3y' - 10y = x^2$

三、计算题(本题 30 分,每小题 6 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$ 。

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ 。

3. 已知 $y = x \tan x - \frac{\cos x}{x}$, 求 y' 。

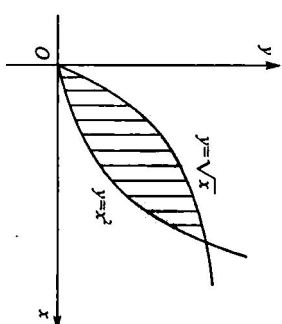
4. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 x dx$ 。

5. 求微分方程 $y'' = x + e^{2x}$ 的通解。

四、(10 分)

求函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ 的极值。

五、(10 分)
求由曲线 $y = x^2$ 与 $y = \sqrt{x}$ 所围的图形的面积。



(五题图)

六、(10 分)

某车间靠墙壁要盖一间长方形小屋，现有存砖只够砌 20 m 长的墙壁。问应围成怎样的长方形才能使这间小屋的面积最大？

班级 _____ 姓名 _____ 得分 _____

高等数学(上)☆☆☆测试题(I)

(时间 110 ~ 120 分钟)

一、填空题(本题 20 分,每小题 4 分)

1. 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 当 _____ 时是无穷小量,当 _____ 时是无穷大量。
2. 若 $f(x)$ 在 x_0 处可导,则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] =$ _____。
3. 若 $\int f(x)dx = -\frac{1}{2x^2} + c$, 则 $f(x) =$ _____。
4. $f(x) = c(1+x^2)^2 (c > 0)$ 在 $x =$ _____ 点取得极值,其值为 _____。
5. 微分方程 $(1+y)dx - (1-x)dy = 0$ 的通解是 _____。

二、单项选择题(本题 20 分,每小题 4 分)

1. 若 $x = a$ 是 $y = f(x)$ 的一个间断点,则()。
A. $f(x)$ 在 a 处无定义 B. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 不存在
C. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$ D. 以上三种情形至少有一种发生
2. 设 $f(x) - f(x_0) = A\Delta x + o(\Delta x)$ (A 与 Δx 无关),当 α 是()时,函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 可微。
A. 无穷小 B. 关于 Δx 的无穷小
C. 关于 Δx 的同阶无穷小 D. 关于 Δx 的高阶无穷小
3. 设 $f(x)$ 在 $[-a, a]$ 上连续,则定积分 $\int_{-a}^a f(x)dx =$ ()。
A. $\int_0^a [f(x) + f(-x)]dx$ B. 0
C. $2\int_0^a f(x)dx$ D. 不存在
4. 如果函数 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内 $f'(x) > 0, f''(x) < 0$, 则此函数在区间 (a, b) 内是()。
A. 单调减且曲线凹 B. 单调增且曲线凹
C. 单调减且曲线凸 D. 单调增且曲线凸
5. 二阶常系数线性微分方程 $\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0$ 的特征方程为()。
A. $r^2 - 4 = 0$ B. $r^2 + 4 = 0$
C. $r^2 - 4r = 0$ D. $r^2 + 4r = 0$

三、计算题(本题 30 分,每小题 6 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 11x + 5}{3x^2 - 14x - 5}。$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{3x}。$

3. 已知 $y = \arcsin \sqrt{\sin x}$, 求 y' 。

$$4. \int_1^2 \frac{dx}{x \sqrt{1 + \ln x}}.$$

五、(10 分)

求由曲线 $y = \ln x$, y 轴与直线 $y = \ln a$, $y = \ln b$ ($b > a > 0$) 所围成的图形的面积。

5. 求微分方程 $y' = e^{2x-y}$ 满足初始条件 $y \Big|_{x=0} = 0$ 的特解。

六、(10 分)

一个能装 500 cm^3 饮料的铝罐, 要使所用的材料最少, 其尺寸应多大? 假设罐是圆柱形的, 且上有顶, 下有底。

四、(10 分)

求函数 $y = xe^{-x}$ 的拐点及凹凸区间。