

73.113  
DXZ  
1

高等学校教学用书

# 电路解析

(上)

冶金工业出版社

高等学校教学用书

# 电路解析

(上)

[日] 大下真二郎 著

于凤鸣 李珍 译

冶金工业出版社

高等学校教学用书  
**电路解析**  
(上)

(日) 大下真二郎 著  
于凤鸣 李珍 译

\*

冶金工业出版社出版  
(北京市灯市口74号)

新华书店北京发行所发行  
冶金工业出版社印刷厂印刷

\*

787×1092 1/16 印张 26 字数 618 千字  
1984年6月第一版 1984年6月第一次印刷

印数00,001~10,000册

统一书号: 15062·4119 定价2.70元

## 译者序

本书是根据〔日〕工学博士大下真二郎著的《电气回路演习》(上)翻译的。原书是作为大学的参考书编写的,其目的是通过大量的习题演算来掌握电路的理论知识。原书共分七章,主要内容包括直流电路、交流电路、网路分析与基本定理、傅里叶变换与波形分析等,在每章开始,首先简要地讲述基本理论,然后通过习题的演算来反复运用这些理论,某些公式的推导和原理的论证也是通过习题的演算来完成,这对学生加深理解和牢固掌握电路的基本理论以及培养分析问题和解决问题的能力都是有帮助的。

本书很适于自学使用。目前,社会上有很多奋力自学的青年,对这些自学者也是一本良好的参考书。

电路是电工类各专业的重要基础理论,只有牢固地掌握这些理论,才能顺利地进行专业课程的学习。经验证明,通过大量的习题练习,是掌握理论的一种有效方法。本书共收集了近五百个习题,如能灵活运用理论独立地解答这些问题,就能够把电路的理论知识真正学到手。

为适应高等工科院校学生学习电路课程的需要,我们将此书翻译出版,以供广大读者参考或自学使用。

本书由冶金工业部于凤鸣和北京钢铁学院李珍翻译,全书由于凤鸣统一整理和校阅。

本书可作为高等学校、函授大学、电视大学学生的参考书,亦可供有关专业人员自学使用。

由于译者水平所限,译文难免有错误和疏漏之处,恳请读者批评指正。

译者

一九八三年六月

## 前 言

本书是为大学与电工学有关的各学科以及需要电路知识的理工学科的学生编写的参考书。

现代科学技术的发展日新月异，特别是电子工学和通讯工学，可以说是科学技术发展的核心。这些惊人的进步和发展的成果，不仅限于与电气有关的领域，而深深渗透到从机械、精密、建筑、化学开始的各工程领域以及理、医、农、经济学等科学领域和现实社会，可以预料，今后还将日益扩大并受到人们的注视。

电路是包含电子工学、通讯工学、电力工学、情报工学在内的广义的电工学的基础，是极端重要的。但是，其内容比较抽象，仅仅学习其原理和定律很难全面理解，必须通过大量的习题练习，才能真正学到手。本书的目的是以习题解答为中心，来彻底掌握电路的基本理论。

首先，列举基本要点，将电路的原理和定律加以综合整理并简要讲述其主要内容。接着，为理解这些原理和定律而由浅入深地收集大量适当的习题加以详细解说，我想这对培养读者解决实际问题的能力会是十分有用的。

另外，本书还收集很多电气主任技术者、无线通信士、无线技术士的上级考试题目，对于这些参加国家考试的人，也是一本好的参考书。再从有关企业的录用考试的倾向来看，电路是必考内容，而且占有相当大的比重。因此，从国家机关职员考试到就职考试也是必不可少的参考书。

按照本书作习题时，请在充分理解基本内容的基础上，首先自己独立地解答问题，然后再参考书中的解答。本书因限于篇幅，只提示了比较简单的解法，但一个问题往往有各种各样的解法，希望读者通过与自己解法的比较，来进一步加深对问题的理解。

编写本书时，参考了很多国内外的教科书、参考书和文献等，本书没有一一列举书名，在这里谨向各位著者表示感谢。在出版时，又得到共立出版公司以中村康弘和斋藤英明先生为首的很多先生的大力协助，在此深表敬意！

由于笔者的疏忽和误解，书中难免有错误之处，恳请读者给予指正，以便将来修改。

著 者  
一九七九年一月

# 目 录

<b>第一章 直流电路</b> .....	1
<b>内容提要</b> .....	1
<b>一、欧姆定律</b> .....	1
1. 电流 .....	1
2. 欧姆定律 .....	1
3. 电阻的联接 .....	1
4. 电阻的Y联接与 $\Delta$ 联接 .....	2
<b>二、基尔霍夫定律</b> .....	3
5. 基尔霍夫定律 .....	3
6. 支路电流法与回路电流法 .....	3
7. 分流定律 .....	4
8. 分压定律 .....	4
9. 电桥电路 .....	4
10. 关于直流的线圈和电容器的作用 .....	4
11. 电池 .....	5
12. 电池的联接 .....	5
<b>三、电功率与焦耳热</b> .....	5
13. 电功率与电能 .....	5
14. 焦耳定律 .....	5
15. 电阻系数 .....	6
<b>问 题</b> .....	6
<b>第二章 正弦波交流电路</b> .....	52
<b>内容提要</b> .....	52
1. 正弦波交流 .....	52
2. 正弦波的合成 .....	53
3. 有效值 .....	53
4. 关于正弦波电路元件的响应 .....	53
5. 瞬时功率, 最大功率及平均功率 .....	53
6. $L$ 、 $C$ 元件贮存的能 .....	55
7. 基本电路的阻抗, 导纳 .....	55
<b>问 题</b> .....	58
<b>第三章 向量符号法</b> .....	86
<b>内容提要</b> .....	86
1. 概说 .....	86
2. 正弦波的复数表示 .....	86
3. 向量符号法 .....	87
4. 复数的加减乘除与共轭复数 .....	88

5. 复阻抗 .....	33
6. 复导纳 .....	83
7. 阻抗和导纳的串联、并联 .....	90
8. 电功率的复数表示 .....	91
问 题 .....	92
<b>第四章 交流电路</b> .....	158
内容提要 .....	158
1. 串联谐振与并联谐振 .....	158
2. 阻抗的Y- $\Delta$ 变换 .....	159
3. 互感电路 .....	160
4. 电桥电路 .....	161
5. 向量轨迹 .....	161
问 题 .....	163
<b>第五章 网络分析与几个基本定理</b> .....	235
内容提要 .....	235
1. 回路分析 .....	235
2. 节点分析 .....	236
3. 电路的线性性质 .....	236
4. 迭加原理 .....	236
5. 互易定理 .....	236
6. 补偿定理 .....	236
7. 戴维南定理 .....	236
8. 诺顿定理 .....	237
9. 密尔曼定理 .....	237
10. 对偶性 .....	238
11. 对偶电路的求法 .....	238
问 题 .....	238
<b>第六章 多相交流</b> .....	269
内容提要 .....	269
1. 多相交流 .....	269
2. 星形联接与环状联接 .....	269
3. 对称 $n$ 相电压、电流 .....	269
4. 三相交流 .....	270
5. Y联接的电压与电流 .....	271
6. $\Delta$ 联接的电压与电流 .....	272
7. Y形电势与 $\Delta$ 形电势的等值变换 .....	272
8. 非对称三相电势的Y- $\Delta$ 变换 .....	273
9. 多相交流功率 .....	273
10. 对称坐标法 .....	273
11. Y形非对称负载的对称坐标变换 .....	274
12. 三相交流发电机的基本公式 .....	275

13. 旋转磁场.....	275
问    题 .....	276
<b>第七章 傅里叶变换与波形分析</b> .....	320
<b>内容提要</b> .....	320
1. 畸变波的傅里叶级数展开 .....	320
2. 特殊形式的畸变波 .....	320
3. 畸变波的有效值和电功率 .....	321
4. 畸变波的波形因数、波顶因数、畸变率 .....	322
5. 三相电路的畸变波 .....	324
6. 非周期波与傅里叶积分 .....	324
7. 傅里叶变换的各种性质 .....	326
8. 线性电路的响应 .....	327
问    题 .....	327
<b>附录 数学公式</b> .....	395

## 下 册 内 容

- 第一章 二端电路**
- 第二章 四端电路**
- 第三章 滤波器**
- 第四章 过渡过程**
- 第五章 拉普拉斯变换及其应用**
- 第六章 分布参数电路的稳定状态**
- 第七章 分布参数电路的过渡过程**



# 第一章 直流电路

## 内 容 提 要

### 一、欧姆定律

1. 电流 在1秒间有1库仑〔C〕的电荷通过导体截面时，则称为通过1安培〔A〕的电流。即电流  $I$ 〔A〕为电荷  $Q$  与时间的变化比率。

$$I = \frac{dQ}{dt} [\text{A}] \quad (1-1)$$

不随时间变化的电流称为直流。

2. 欧姆定律 导体通过的电流与导体所加的电位差（电压）成正比。今设电流为  $I$ 〔A〕，电压为  $E$ 〔V〕时，则

$$\left. \begin{aligned} E &= IR [\text{V}] \\ \text{或} \quad I &= \frac{E}{R} [\text{A}] \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

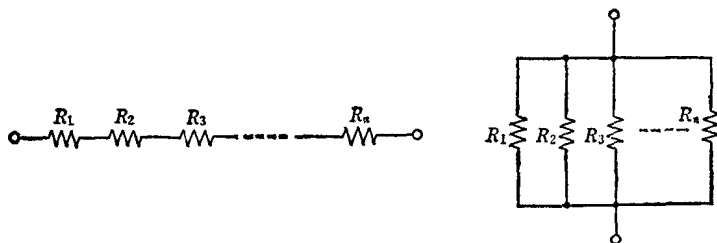
将这种关系称为欧姆定律。此比例常数  $R$  称为电阻，单位为欧姆〔 $\Omega$ 〕。式（1-2）表示在电阻  $R$ 〔 $\Omega$ 〕的导体通过电流  $I$ 〔A〕时，导体两端产生  $IR$ 〔V〕的电压降，或者说，在电阻  $R$  加电压  $E$  时，通过的电流为  $I$ 。

电阻  $R$  的倒数为电导  $G$ 。

$$G = \frac{1}{R} [\text{S}] \quad (1-3)$$

单位为西门子〔S〕或姆欧〔 $\mathcal{O}$ 〕。

3. 电阻的联接 电阻的基本联接方法如图1-1所示。图（a）是将电阻一个接一个地首、尾相连接，称为串联。将电阻  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $\dots$ 、 $R_n$  串联时，设其合成电阻为  $R_0$ ，则



(a) 串联

(b) 并联

图 1-1 电阻的联接

$$R_0 = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k \quad (1-4)$$

又如图（b）将各电阻并列连接的方法，称为并联，其合成电阻  $R_0$  及合成电导  $G_0$  如下。

$$R_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}}$$

$$= R_1 // R_2 // \cdots // R_n \text{ ①} \quad (1-5)$$

$$G_0 = \frac{1}{R_0} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} = \sum_{k=1}^n G_k \quad (1-6)$$

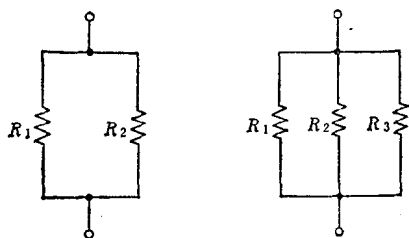
如图1-2 (a) 两个电阻 $R_1$ 、 $R_2$ 并联是并联的最基本的情况，特别重要。其合成电阻 $R_0$ 为

$$R_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (1-7)$$

如图 (b) 三个电阻 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 并联时，

$$R_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$= \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \quad (1-8)$$



(a) 两个电阻的并联      (b) 三个电阻的并联

图 1-2 简单并联之例

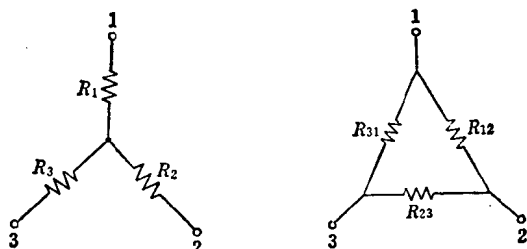
4. 电阻的Y联接与 $\Delta$ 联接 图1-3的 (a)、(b) 为Y联接和 $\Delta$ 联接。这两个电路的各电阻间有下列关系时，则这两个电路为等值电路。

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

① // 为表示并联的符号。

或

$$\left. \begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$



(a) Y联接 (b) Δ联接

图 1-3 电阻的Y联接与Δ联接

## 二、基尔霍夫定律

5. 基尔霍夫定律 电路中导线的联接点称为节点，节点间的电路称为支路。在电路内电流守恒定律和欧姆定律成立时，则有下列的基尔霍夫定律成立。

(1) 第一定律 (电流连续定律) 在电路中任意节点，设流入电流为正，流出电流为负时，这些电流的代数和等于零。在图 1-4 的例中，流入电流为  $I_1, I_3, I_5$ ，流出电流为  $I_2, I_4$ ，故

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 + I_5 = 0$$

$$\sum I_k = 0$$

一般

$$(1-11)$$

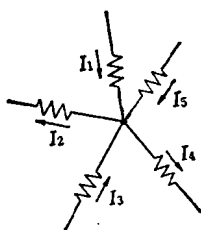


图 1-4

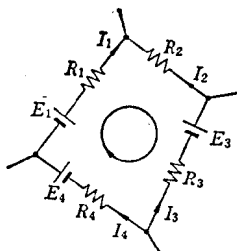


图 1-5

(2) 第二定律 (电压平衡定律) 在电路中的任意闭回路，同一方向的所有电势和电压降相加等于零。在图 1-5 的例中，取闭回路中箭头所示的时针方向为正，则

$$E_1 - R_1 I_1 + R_2 I_2 - E_3 + R_3 I_3 - R_4 I_4 + E_4 = 0$$

一般表示为

$$\sum E_k - \sum I_l R_l = 0 \quad (1-12)$$

6. 支路电流法与回路电流法 分析电路时，有下列两种方法。

(1) 支路电流法 先假定各支路的电流，然后应用基尔霍夫第一定律、第二定律求各支路电流。

(2) 回路电流法 先假定独立闭回路一周的回路电流 (闭路电流)，然后在各回路应用第二定律。这种方法不用第一定律。但各支路所通过的实际电流为该部分所通过回路

电流的代数和。

**7. 分流定律** 在电阻  $R_1$ 、 $R_2$  的并联电路通以总电流  $I$  时，各电阻所通过的电流与电阻值成反比分配。在图1-6的例中，

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I, \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \quad (1-13)$$

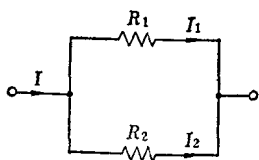


图 1-6

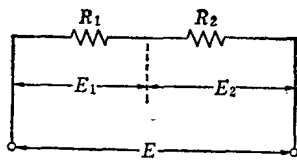


图 1-7

**8. 分压定律** 在串联的  $R_1$ 、 $R_2$  加电压  $E$  时，各电阻所产生的电压降与电阻值成正比分配。在图1-7的例中为

$$E_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} E, \quad E_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E \quad (1-14)$$

**9. 电桥电路** 图1-8的电路称为惠斯登电桥，用于测量电阻。调整已知电阻  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  时，即使闭合开关  $S$ ，在检流计  $G$  也不通过电流，此时称为平衡状态。所谓平衡状态，就是检流计的两端为同电位的状态。因此，通过  $R_1$  的电流也通过  $R_3$ ，通过  $R_2$  的电流也通过  $R_4$ 。换句话说，就是  $AC$  与  $AD$  间的电位差相等， $BC$  与  $BD$  间的电位差相等。所以，

$$R_1 I_1 = R_2 I_2 \quad \text{及} \quad R_3 I_1 = R_4 I_2$$

由此得 
$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \quad \text{或} \quad R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (1-15)$$

此关系称为电桥的平衡条件。成为平衡状态时，从式(1-15)可知未知电阻  $R_4$  的值。

#### 10. 关于直流的线圈和电容器的作用

(1) **线圈的作用** 如图1-9所示，在电感为  $L$  [H] 的线圈通以电流  $I$  [A] 时，产生与线圈交链的磁通  $\Phi$ ，其大小为

$$\Phi = LI \text{ [Wb]} \quad (1-16)$$

此时，在线圈贮存的磁能  $w_m$  如下。

$$w_m = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} I \Phi \text{ [J]} \quad (1-17)$$

线圈对直流因没有电阻部分，所以在  $L$  的两端不产生电位差。

(2) **电容器的作用** 如图1-10所示在电容为  $C$  [F] 的电容器加电压  $E$  [V] 时，则电容器贮存

$$Q = CE \text{ [C]} \quad (1-18)$$

的电荷，在  $C$  的两端产生电压  $E$  并与外加电压  $E$  平衡。

此时在电容器  $C$  贮存的静电能  $w$  如下。

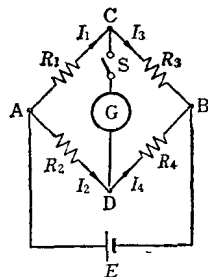


图 1-8

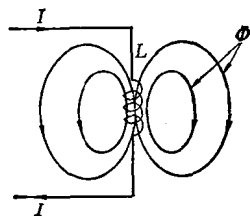


图 1-9

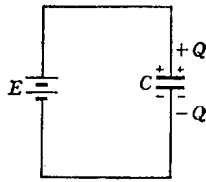


图 1-10

$$w_s = \frac{1}{2} CE^2 = \frac{1}{2} EQ = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} [\text{J}] \quad (1-19)$$

**11. 电池** 电池是根据化学作用,使电极间产生电位差的东西,不通过电流时在电极间产生的电位差称为电势。电池也有微小的电阻,称为内电阻。在电势  $E$ ,内电阻为  $r$  的电池通过电流  $I$  时,在电池的两端产生  $E - Ir$  的电位差,此电位差随着电流  $I$  的变化而变化。这样的电池并不是理想的定势电源,实际上,可以作为定势电源  $E$  与内电阻  $r$  的串联电路来处理。另外,在电源输出电流一定时,作为有并联内电阻的定流电源考虑比较方便。

**12. 电池的联接** 电势为  $E$ ,内电阻为  $r$  的  $m$  个电池串联时,其合成电势为  $mE$ ,合成内电阻为  $mr$ 。 $n$  个电池并联时,其合成电势为  $E$ ,合成内电阻为  $\frac{r}{n}$ 。另外,将  $m$  个电池串联以后,再并联成  $n$  个时,则合成电势为  $mE$ ,合成内电阻为  $\frac{mr}{n}$ 。

### 三、电功率与焦耳热

**13. 电功率与电能** 电流为电荷的移动,有电流就要做功。由电压  $E[\text{V}]$  使电荷  $Q[\text{C}]$  移动时所做的功为  $EQ$ ,故此时电流  $I \left( = \frac{dQ}{dt} \right)$  在单位时间所做的功为  $P$  时,则

$$P = \frac{d}{dt} (EQ) = E \frac{dQ}{dt} = EI [\text{W}] \quad (1-20)$$

此  $P$  称为电功率,其单位为瓦  $[\text{W}]$ 。即电能以每秒  $P[\text{W}]$  的比率转化为热能或其他能量。根据欧姆定律,上式电功率  $P$  可写成下式

$$P = EI = I^2 R = \frac{E^2}{R} [\text{W}] \quad (1-21)$$

此电功率既是电源供给电路的能量,同时也是电路所消耗的能量。

在时间  $t$  内所做的功为  $Pt$ ,称为电能。其实用单位用 1 瓦时  $[\text{Wh}] = 3.6 \times 10^3 [\text{焦耳}]$  或 1 千瓦时  $[\text{kWh}]$  表示。

**14. 焦耳定律** 在电阻  $R[\Omega]$  的导体中, $t$  秒间通过的电流为  $I[\text{A}]$  时,则导体中产生的发热量为

$$H = I^2 R t [\text{J}] \quad (1-22)$$

将此关系称为焦耳定律，这个热量称为焦耳热。单位焦耳[J]为在1[Ω]的电阻1秒间通过1[A]的电流时所发生的热量，与卡的关系如下。

$$1[\text{J}] = 0.2389[\text{cal}] \approx 0.24[\text{cal}] \quad (1-23)$$

$$1[\text{kWh}] = 3.6 \times 10^6[\text{J}] \approx 860[\text{kcal}] \quad (1-24)$$

15. 电阻系数 均质导体的电阻值 $R$ [Ω]，与其长度 $l$ [m]成正比，与截面积 $S$ [m<sup>2</sup>]成反比。

$$R = \frac{\rho l}{S} [\Omega] \quad (1-25)$$

此比例常数 $\rho$ 称为电阻系数或固有电阻，是根据材质和温度决定的常数。

设 $t_0$ [°C]及 $t$ [°C]的电阻各为 $R_0$ 、 $R$ ，在 $t-t_0$ 不很大时，则有下列的近似关系。

$$R = R_0 \{1 + \alpha(t - t_0)\} [\Omega] \quad (1-26)$$

此 $\alpha$ 为 $t_0$ [°C]时电阻的温度系数。

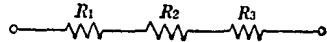
### 问 题

1. 求三个电阻 $R_1 = 1$ [Ω]， $R_2 = 2$ [Ω]， $R_3 = 3$ [Ω]的各种联接方法的合成电阻 $R_0$ 。

解

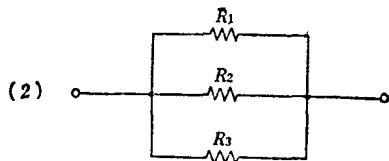
(1) 串联

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_3 = 1 + 2 + 3 = 6 [\Omega] \quad (1)$$



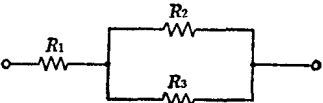
(2) 并联

$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \\ &= \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \\ &= \frac{1 \times 2 \times 3}{1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 1} \\ &= \frac{6}{2 + 6 + 3} = \frac{6}{11} = 5.45 [\Omega] \end{aligned}$$

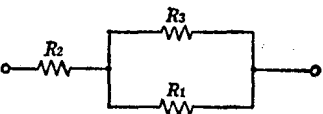


(3) 串并联

$$\begin{aligned} R_0 &= R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 1 + \frac{2 \times 3}{2 + 3} \\ &= 1 + \frac{6}{5} = 2.2 [\Omega] \end{aligned} \quad (3)$$

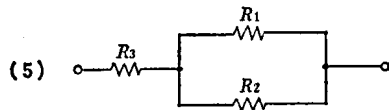


$$\begin{aligned} R_0 &= R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 2 + \frac{1 \times 3}{1 + 3} \\ &= 2 + \frac{3}{4} = 2.75 [\Omega] \end{aligned} \quad (4)$$



$$(5) \quad R_0 = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 3 + \frac{1 \times 2}{1 + 2}$$

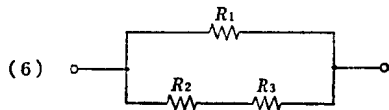
$$= 3 + \frac{2}{3} = 3.67[\Omega]$$



$$(6) \quad R_0 = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$= \frac{1 \times (2 + 3)}{1 + 2 + 3} = \frac{5}{6}$$

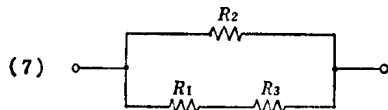
$$= 0.833[\Omega]$$



$$(7) \quad R_0 = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$= \frac{2 \times (1 + 3)}{1 + 2 + 3} = \frac{8}{6}$$

$$= 1.33[\Omega]$$



$$(8) \quad R_0 = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$= \frac{3 \times (1 + 2)}{1 + 2 + 3} = \frac{9}{6}$$

$$= 1.5[\Omega]$$

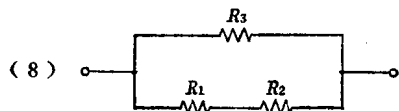


图 1-11

2. 两个以上电阻并联时, (1) 试证明其合成电阻比这些电阻中最小的还要小; (2) 电阻值完全相等的  $n$  个电阻并联时, 其合成电阻如何?

解 (1)  $n$  个电阻的电阻值从小的开始其顺序为  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$  时, 合成电阻  $R_0$  如下。

$$R_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}} = \frac{R_1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3} + \dots + \frac{R_1}{R_n}} < R_1$$

即合成电阻  $R_0$  比最小的电阻值  $R_1$  还小。

(2) 因  $R_1 = R_2 = R_3 = \dots = R_n$

故

$$R_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}} = \frac{1}{\frac{n}{R_1}} = \frac{R_1}{n}$$

合成电阻为各电阻的  $\frac{1}{n}$  倍。因此, 两个相等的电阻并联时, 其合成电阻为每个电阻的  $\frac{1}{2}$ ,

三个电阻并联时, 其合成电阻为每个电阻的  $\frac{1}{3}$ 。

3. 求图1-12电路的合成电阻, 与开关 S 的开闭无关的条件。

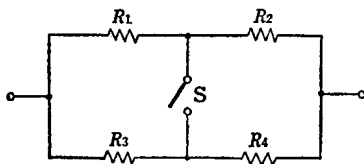


图 1-12

解 开关S打开时,  $R_1 + R_2$ 与 $R_3 + R_4$ 为并联, 故

$$\text{合成电阻 } R_0 = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{(R_1 + R_2) + (R_3 + R_4)}$$

S闭合时, 为 $R_1$ 与 $R_3$ ,  $R_2$ 与 $R_4$ 两个并联电路的串联, 故

$$\text{合成电阻 } R_0 = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{(R_1 + R_3)R_2 R_4 + (R_2 + R_4)R_1 R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}$$

依题意

$$\frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{(R_1 + R_2) + (R_3 + R_4)} = \frac{(R_1 + R_3)R_2 R_4 + (R_2 + R_4)R_1 R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}$$

$$\therefore (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)$$

$$= \{(R_1 + R_3)R_2 R_4 + (R_2 + R_4)R_1 R_3\}(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)$$

$$\therefore (R_1 R_3 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_2 R_4)(R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_3 R_4)$$

$$= (R_1 R_2 R_4 + R_2 R_3 R_4 + R_1 R_2 R_3 + R_1 R_3 R_4)(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)$$

$$\begin{aligned} \therefore & R_1^2(R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4 + R_4^2) + R_1(R_2 R_3^2 + R_3^2 R_4 + R_2 R_3 R_4 + R_3 R_4^2 \\ & + R_2^2 R_3 + R_2^2 R_4 + R_2 R_3 R_4 + R_2 R_4^2) + R_2^2(R_3^2 + R_3 R_4) \\ & + R_2(R_3^2 R_4 + R_3 R_4^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = & R_1^2(R_2 R_4 + R_2 R_3 + R_3 R_4) + R_1(R_2 R_3 R_4 + R_2^2 R_4 + R_2 R_3 R_4 + R_2 R_4^2 \\ & + R_2^2 R_3 + R_2 R_3^2 + R_2 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_4 + R_3^2 R_4 + R_3 R_4^2) \\ & + R_2^2 R_3 R_4 + R_2(R_3^2 R_4 + R_3 R_4^2) \end{aligned}$$

$$\therefore R_1^2 R_4^2 + R_2^2 R_3^2 = 2R_1 R_2 R_3 R_4$$

$$\therefore (R_1 R_4 - R_2 R_3)^2 = 0$$

因此

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

4. 图1-13的电路, 求AB、AC、BC间的合成电阻 $R_{AB}$ 、 $R_{AC}$ 、 $R_{BC}$ 。

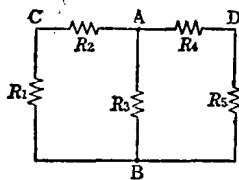


图 1-13

解 AB间为 $R_1 + R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4 + R_5$ 的并联电路。

故

$$\begin{aligned} R_{AB} &= \frac{1}{\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}} \\ &= \frac{1}{\frac{R_3(R_4 + R_5) + (R_1 + R_2)(R_4 + R_5) + R_3(R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)R_3(R_4 + R_5)}} \\ &= \frac{(R_1 + R_2)R_3(R_4 + R_5)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4 + R_5) + R_3(R_4 + R_5)} \end{aligned}$$

从AB端向右看, 其合成电阻 $R_{ADB}$ 为 $R_3$ 与 $R_4 + R_5$ 的并联电路, 故



$$R_{ADB} = \frac{R_3(R_4 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5}$$

AC间为 $R_2$ 与 $R_1 + R_{ADB}$ 的并联电路, 故

$$\begin{aligned} R_{AC} &= \frac{R_2(R_1 + R_{ADB})}{R_2 + (R_1 + R_{ADB})} = \frac{R_2 \left\{ R_1 + \frac{R_3(R_4 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5} \right\}}{R_2 + R_1 + \frac{R_3(R_4 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5}} \\ &= \frac{R_1 R_2 (R_3 + R_4 + R_5) + R_2 R_3 (R_4 + R_5)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4 + R_5) + R_3(R_4 + R_5)} \end{aligned}$$

同样, BC间为 $R_1$ 与 $R_2 + R_{ADB}$ 的并联电路, 故

$$R_{BC} = \frac{R_1(R_2 + R_{ADB})}{R_1 + (R_2 + R_{ADB})} = \frac{R_1 R_2 (R_3 + R_4 + R_5) + R_1 R_3 (R_4 + R_5)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4 + R_5) + R_3(R_4 + R_5)}$$

5. 如图1-14, 未知电阻 $R_x$ 与 $R = 24[\Omega]$ 的电阻串联时,  $R$ 的电压降为 $E = 72[V]$ , 未知电阻 $R_x$ 的电压降为 $E_x = 45[V]$ , 求未知电阻 $R_x$ 。

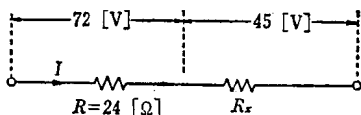


图 1-14

解 电路通过的电流 $I$ 根据欧姆定律为

$$I = \frac{E}{R} = \frac{72}{24} = 3[A]$$

因此, 未知电阻 $R_x$ 根据欧姆定律为

$$R_x = \frac{E_x}{I} = \frac{45}{3} = 15[\Omega]$$

6. 如图1-15的梯形电路, 求(1) AD间的合成电阻 $R_{AD}$ ; (2) 梯形电路无限连接时, 其电阻如何?

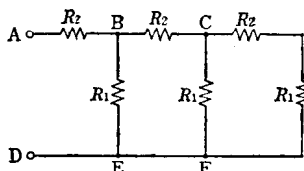


图 1-15

解 (1) 从CF点向右看, 其合成电阻 $R_{CF}$ 为

$$R_{CF} = \frac{R_1(R_1 + R_2)}{R_1 + (R_1 + R_2)} = \frac{R_1^2 + R_1 R_2}{2R_1 + R_2}$$

所以, AD间的合成电阻 $R_{AD}$ 为

$$\begin{aligned} R_{AD} &= R_2 + \frac{R_1(R_2 + R_{CF})}{R_1 + (R_2 + R_{CF})} = R_2 + \frac{R_1 \left\{ R_2 + \frac{R_1^2 + R_1 R_2}{2R_1 + R_2} \right\}}{R_1 + R_2 + \frac{R_1^2 + R_1 R_2}{2R_1 + R_2}} \\ &= \frac{R_1^3 + 5R_1 R_2^2 + 6R_1^2 R_2 + R_2^3}{(R_1 + R_2)(3R_1 + R_2)} \end{aligned}$$

(2) 梯形电路无限连接时的电阻为 $R_\infty$ 时, 如图1-16所示, 再连接一段梯形电路, 其电阻仍为 $R_\infty$ , 故