

矛盾着的世界丛书

正负解析

李毓佩 / 著

中国少年儿童出版社

征稿启事

《矛盾着的世界》丛书是“十五”国家重点出版项目，也是中国科协科普专项资助项目。

本丛书的选题立意是：站在哲学世界观的高度，探索各学科中带有规律性的问题。

这套丛书计划出版8本（分别是数学、物理、化学、天文、地球科学、生命科学、气象学和综合部分等8个方面），这次先出版符合我们要求的4本。写作这套丛书既要讲具体的科学知识，又要善于用宏观的眼光进行概括总结，这与我们常见的知识科普有所区别。如果您愿意接受这样一个挑战，对余下的物理、化学、天文和生命科学这四本中的一本感兴趣，又能写出适合青少年阅读的作品，欢迎您与我们联系。书稿一旦录用，稿酬从优。

联系地址：北京东四12条21号 中国少年儿童出版社

邮政编码：100708

联系人：薛晓哲

电话：010-64003056

E-mail: xuexiaozhe@sina.com

ISBN 7-5007-6806-0



9 787500 768067 >

定价：10.00 元

矛盾着的世界丛书

正负解析



李毓佩/著

中国少年儿童出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

正负解析/李毓佩著. —北京:中国少年儿童出版社, 2003. 12

(矛盾着的世界/陈海燕主编)

ISBN 7-5007-6806-0

I. 正... II. 李... III. 数学—青少年读物

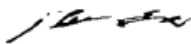
IV. 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 094890 号

本书为“中国科协科普专项资助”项目

ZHENG FU JIE XI

◆ 出版发行: 中国少年儿童出版社

出版人: 

作者: 李毓佩 漫画: 张耀宁 装帧设计: 缪惟

责任编辑: 许碧娟

美术编辑: 缪惟

责任校对: 范惠兰

责任印务: 宋世祁

社址: 北京东四十二条 21 号

邮政编码: 100708

电话: 086-010-64032266

传真: 086-010-64012262

24 小时销售咨询服务热线: 086-010-84037667

印刷: 山东新华印刷厂(德州)

经销: 新华书店

开本: 850 × 1168

1/32

印张: 4.625

插页: 9

2003 年 12 月山东第 1 版 2003 年 12 月山东第 1 次印刷

字数: 100 千字

印数: 11000 册

ISBN 7-5007-6806-0/O·77

定价: 10.00 元

图书若有印装问题, 请随时向本社出版科退换。

版权所有, 侵权必究。

主编的话

有加就有减,有正就有负;有分就有合,有生就有死。矛盾无处不在、无时不在,没有矛盾就没有世界。本套丛书向读者展现的就是这样一个充满矛盾的大千世界。

本丛书以矛盾为主线,试图引导读者用矛盾的眼光去观察世间百态、解析自然万象。这就好比交给读者一把万能钥匙,让他们打开众多学科的大门。丛书的每一分册都是最新的科普专著,各分册通过描述一个学科的矛盾现象和矛盾规律使学科的整体脉络昭然若揭。整套丛书中贯穿着自然辩证法的精神,引领读者在知识的丛林中轻松漫游,而在不经意间却领略了哲学的真谛,这正是本丛书的显著特色和引人入胜之处。

青少年阅读本套丛书后将会懂得,世界是在矛盾中运动、发展和演变的。认识事物的矛盾运动,就可以在本质上理解事物而不至迷惑于事物的表象;就可以从规律上把握事物而不至迷失于事物的变幻;就可以从宏观上总览事物而不至迷乱于事物的纷繁。



目 录

正与反 正与负	1
负数的发现	2
勇敢的消防队员	3
放下软梯	5
a 和 $-a$ 哪个大	7
大将军狄青智撒铜币	9
神奇的莫比乌斯圈	11
直接算法和反演法	14
幻方与反幻方	17
奇数与偶数 质数与合数	22
男人数和女人数	22
用奇偶数骗人	23
转盘赌的秘密	25
关灯问题	27
把质数筛出来	30
船长有多大	32
爱数国王求婚记	34
一句话没说就赢得了全场的掌声	37
有理数与无理数	40
无理数的谋杀案	40
有理数和无理数的区别	42



生活中的无理数	43
用有理数去逼近无理数	45
数中的“两栖动物”	47
哈密尔顿与四元桥	50
一元数 二元数 四元数	52
有限和无限	54
看谁找的数大	54
无限让诗人无奈	57
勇敢的伽利略	58
神奇的希尔伯特旅馆	61
从虚无中创造出万有	62
死在疯人院的大数学家康托尔	64
1 与 $0.999\cdots$ 相等吗	67
有限可以包容无限	71
变与不变	75
老虎追兔子	75
实际上老虎是怎样追兔子的	77
量的鬼魂说	79
驳倒贝克莱	82
运动中的不动	83
几何中的不变量	84
方与圆 直与曲	88
规矩与方圆	88
方砖头砌出圆烟囱	91
开普勒的大胆想法	94
卡瓦列里拆衣服	99
柯西的伟大工作	103
阿基米德是如何求曲边形面积的	105



求面积的正确方法	108
精确和模糊	110
数学以精确性著称	110
终生为了圆周率	111
精确数学中也有蒙混过关的	113
生活中有模糊的一面	115
英国的海岸线有多长	118
数学怪物——美丽的科克雪花曲线	119
分形几何	121
矛盾趣谈	123
张三说的是真话还是假话	123
我会不会吃掉你的孩子	125
自讨苦吃的理发师	127
猎人绕着松鼠转	129
两枚硬币	131
两角钱到哪里去了	133
蚊子和大象一样重	135
魔法方阵	138



正与反 正与负

奇与偶,有界与无界,善与恶,左与右,一与多,雄与雌,直与曲,正方与长方,亮与暗,动与静。

你也许会问,上面写的这 10 个对立的概念是什么意思?

原来,两千多年前古希腊有个著名学派叫做“毕达哥拉斯学派”,这个学派的创始人是西方历史上著名的数学家和哲学家毕达哥拉斯。这个学派对数学的发展做出了重要贡献,上面写的这 10 个对立的概念就是他们提出的,他们认为整个宇宙能用这 10 个对立的概念来描述。

看来,两千多年前人们就知道,世界是由许许多多相互矛盾的事物组成的。你要认识这个世界,改造这个世界,就要从这些相互矛盾的事物入手。既然这是万物的普遍规律,那么,数学也要遵守。在本书中,我们来专门研究数学中的各种矛盾,研究这些矛盾在数学发展中的作用。

任何学科的发展都离不开问题和矛盾。德国著名数学家希尔伯特说,如果一门学科没有了问题,就意味着这门学科即将死亡!



负数的发现

人们在生活中经常会遇到各种具有相反意义的量。比如,在记账时有余有亏;在计算粮仓存米时,有时要记进粮食,有时要记出粮食。为了方便,人们就考虑用具有相反意义的数来表示。于是,人们引入了正负数这个概念,把余钱、进粮食记为正,把亏钱、出粮食记为负。可见,正负数是在生产实践中产生的。

据史料记载,早在两千多年前,我国就有了正负数的概念,掌握了正负数的运算法则。那时候还没有纸,人们在计算时用一些小竹棍摆出各种数字来进行计算。比如,356 摆成 $\equiv \text{丁}$, 3056 摆成 $\equiv \square \equiv \text{丁}$, 等等。这些小竹棍叫做“算筹”,算筹也可以用骨头和象牙来制作。

我国三国时期的学者刘徽在建立正负数的概念上有重大贡献。刘徽首先给出了正负数的定义,他说:“今两算得失相反,要令正负以名之。”意思是说,在计算过程中遇到具有相反意义的量,要用正数和负数来区分它们。

刘徽第一次给出了区分正负数的方法。他说:“正算赤,负算黑;否则以邪正为异。”意思是说,用红色的小棍摆出的数表示正数,用黑色小棍摆出的数表示负数;也可以用斜摆的小棍表示负数,用正摆的小棍表示正数。

刘徽第一次给出了绝对值的概念。他说:“言负者未必负于少,言正者未必正于多。”意思是说,负数的绝对值不一定小,正数的绝对值不一定大。

我国古代著名的数学专著《九章算术》(成书于公元一世



纪)中,最早提出了正负数加减法的运算法则:“正负数曰:同名相除,异名相益,正无入负之,负无入正之;其异名相除,同名相益,正无入正之,负无入负之。”这里的“名”就是“号”,“除”就是“减”,“相益”、“相除”就是两数的绝对值“相加”、“相减”,“无”就是“零”。

用现在的话解释就是:“正负数的加减法则是:同符号两数相减,等于其绝对值相减;异符号两数相减,等于其绝对值相加。零减正数得负数,零减负数得正数。异符号两数相加,等于其绝对值相减;同符号两数相加,等于其绝对值相加。零加正数得正数,零加负数得负数。”

这段关于正负数加减法的叙述是完全正确的,它的方法与现在完全一致!负数的引入是我国古代数学家的杰出创造之一。

用不同颜色的数来表示正负数的习惯,一直保留到现在。现在一般用红色表示负数,报纸上有时登载某国经济上出现“赤字”,这表明这个国家支出大于收入,财政上亏了钱。

负数是正数的相反数。在实际生活中,我们经常用负数和正数来表示意义相反的两个量。夏天你从电视屏幕上看到武汉市的气温高达 42°C ,你会想到武汉真是一个名副其实的大火炉;冬天你会看到哈尔滨最低气温达 -32°C ,一个负号使你不寒而栗!

勇敢的消防队员

负数是作为和正数有相反意义的量而引入的,负数从一开始和正数就是一对矛盾。



在许多书上是这样引入负数的。把北京市的东西长安街看作一条数轴,天安门作为原点。把从天安门向东算作正方向,向西算作负方向。一个人从天安门向东走了 4000 米,可以说是走了正 4000 米,记作 + 4000 米;如果向西走了 4000 米,就说走了负 4000 米,记作 - 4000 米。这里的正、负只表示两个相反的方向,至于把哪个方向算作正方向,哪个方向算作负方向,则是无所谓的。

正数和负数只有引进了运算,才能显示它们的作用。请看下面的例子:

有一栋 3 层高的楼房失火了,一位消防队员搭上梯子,要爬到 3 层楼上去抢救贵重仪器。当他爬到梯子正中一级时,二楼的窗户喷出火来,他往下退了 3 级;等火过去了,他又向上爬了 7 级;这时屋顶有一块砖掉下来,他又往后退了 2 级;幸亏砖没有打着他,他又向上爬了 6 级。这时他距离最高一层还有 3 级。请问,这个梯子一共几级?

把梯子正中一级作为计算的起点,向上爬的级数为正数,往下退的级数为负数。由于梯子有正中一级,说明梯子的级数是奇数。先计算梯子正中一级以上的级数(正中一级不算):

$$(-3) + (+7) + (-2) + (+6) + (+3) = +11,$$

则梯子的总级数为 $2 \times 11 + 1 = 23$ (级)。

在进行正负数的运算时,绝对值相同的正负数可以相互抵消,所以这道题运算起来很方便。

不要以为只有出现上和下、左和右的时候,才能用上正负数。事实上,只要是意义相反的两个量,都可以用正负数来进行计算。

再看一个例子:



放下软梯

小虎和小军到神秘岛去探险。天快黑了,路却越来越难走。走着走着,小虎大叫一声掉下了悬崖,小军急忙用手去拉。可由于小虎下滑的速度太快,小军不仅没把小虎拉上来,自己反而也跟着掉下了悬崖。

“扑通”一声,两人一起掉到了崖底。还好,他们掉在厚厚的草丛上,没怎么摔伤。

“哎呀,疼死我啦!”小虎两手揉着腰说,“怎么上去呀?”

小军慢慢爬起来,摸着摔痛的胳膊,看了看四周。忽然,他发现半空中吊着一副软梯!

“小虎快看,软梯!”小军高兴得大叫。

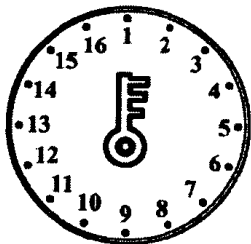
可是,软梯距头顶有3米高,够不着。咦,软梯下面还垂着一个圆盘,刚好手能够得着。小军走上前,仔细看了看圆盘,发现圆盘的一面有16个钥匙孔,这些钥匙孔从1到16都编了号,中间有一把钥匙。

“一把钥匙,却有16个钥匙孔,什么意思?”小军摇摇头说。

小虎走过来:“翻过来,看看后面有什么?”

小军把圆盘翻过来,发现圆盘后面刻着字,上面写着:

从1开始(孔1不算,下同),按顺时针方向数289个孔,从那个孔开始再按逆时针方向数578个孔,又按顺时针方向数281个孔,可得一孔,用中





间的钥匙开此孔,软梯可自动放下。

小军说:“咱们开始数孔吧!”

“慢着!”小虎说,“这样一个一个数,一千多个孔,什么时候才能数完哪?”

“那可怎么办?”小军低着头想。突然,小军说:“有办法了。转一圈有 16 个孔,如果要计算转几圈又剩下几个孔时,可以用 16 去除,求它的商和余数。”说着就在地上算了起来:

$$289 \div 16 = 18 \cdots 1$$

“这个式子表明,顺时针数 289 个孔,需要顺时针转 18 圈,再多数一个孔,也就是落在 2 号孔上。可以这样继续往下算,从 2 开始,逆时针转 578 个孔,就是……”小军说着又写出一个式子:

$$578 \div 16 = 36 \cdots 2$$

“等于从 2 号孔开始逆时针转 36 圈,再逆时针方向数 2 个孔,落在 16 号孔上。”

小军接着往下做:

$$281 \div 16 = 17 \cdots 9$$

小军高兴地说:“好啦!从 16 号孔开始顺时针数 9 个孔,落在 9 号孔上。”

小军刚要拿钥匙,小虎说:“慢着!我再用另外一种方法算算,看看得数是否一样?”

小军问:“什么方法?”

小虎说:“用正负数的方法。把顺时针的数算正,逆时针的数算负,这样一来

顺时针数 $289 \rightarrow +289$

逆时针数 $578 \rightarrow -578$

顺时针数 $281 \rightarrow +281$

合在一起是: $(+289) + (-578) + (+281)$
 $= 289 - 578 + 281 = -8。$



小虎指着结果说：“-8就是从1号孔开始，逆时针数8个孔，正好是9号孔。”

小军高兴地说：“咱俩算得的结果都是9号孔，这次没错了！”说着小军把钥匙插进9号孔一拧，软梯很快降了下来。

小军一边往上爬，一边说：“用正负数的方法来解这道题，比我的方法简单多了。”

小军说得对！正负数是用来解算具有两种相反意义量的最好工具。这两种具有相反意义的量可以是一个向东，一个向西；一个向上，一个向下；一个顺时针旋转，一个逆时针旋转；一个是收入，一个是支出；一个赢了，一个亏了；等等。总之一句话，凡是用来刻画一对矛盾的量，原则上都可以用正负数来表示。有了正负数，我们就找到了在数学上刻画矛盾的工具。

你看，正与反、正与负是属于同一类的问题，数学中的正与负是表达生活中正与反的最有力的工具。

下面的问题是学习正负数时，人人都会遇到的问题：

7

a 和 $-a$ 哪个大

先问你一个问题： a 和 $-a$ 哪个大？

你可能会根据 5 大于 -5 ， $\frac{4}{7}$ 大于 $-\frac{4}{7}$ ， 0.23 大于 -0.23 ，肯定 a 一定大于 $-a$ 。

你回答错了！ a 不一定大于 $-a$ 。

不信我们可以代个具体数试试：当 $a = -5$ 时， $-a = -(-5) = 5$ ，此时有 $-a > a$ ；当 $a = 0$ 时， $-a = -0 = 0$ ，此时有 $a = -a$ 。



为什么会出现这个矛盾呢？原来，这是由于字母代替数字引起的。由于字母可以代表任何数，这其中包括了负数和零，这样 a 和 $-a$ 哪个大，就有大于、小于和等于 3 种可能了。也就是：

$$\begin{cases} a > -a (\text{当 } a > 0 \text{ 时}), \\ a = a (\text{当 } a = 0 \text{ 时}), \\ a < -a (\text{当 } a < 0 \text{ 时}). \end{cases}$$

学习代数时，给你一个 a ，你不敢轻易回答这个 a 是正数、负数，还是零。这个 a 就成了飘忽不定的“幽灵”，你不知道它是正是负，使用起来也给我们带来许多不便。怎么办呢？为了把握住这个飘忽不定的“幽灵”，数学上引进了绝对值的概念。

什么是绝对值？

正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它相反的数，零的绝对值是零。 a 的绝对值用符号 $|a|$ 来表示。

有了绝对值，立刻出现了第二个问题： $|a| = a$ ，还是 $|a| = -a$ ？

这两个答案都不全面，正确的回答是：

当 $a \geq 0$ 时， $|a| = a$ ，

当 $a < 0$ 时， $|a| = -a$ 。

总之一句话， $|a|$ 可以表示正数和零，但永远不表示负数！在做有绝对值的题目时，要特别留神。比如：

计算 $|1-a| + |2a+1| + |a|$ 的值。（其中 $a < -2$ ）

解这道题时，你心里一定要牢记，这是 3 个非负数相加。由于题目限定了 a 的值要小于 -2 ，在去掉绝对值符号时，要保证每一个绝对值都不是负数。因此有

$$|1-a| = 1-a > 0;$$

$$|2a+1| = -(2a+1) > 0;$$

$$|a| = -a > 0。$$



于是

$$\begin{aligned} & |1-a| + |2a+1| + |a| \\ &= 1-a-2a-1-a \\ &= -4a. \end{aligned}$$

由于 a 是负数, 所以 $-4a$ 是正数。

看来, 正数和负数除了有对立的一面, 还有相互转化的一面——只要取负数的绝对值, 它就立刻转化为正数了。也就是说, 绝对值是负数转化为正数的桥梁。

大将军狄青智撒铜币

北宋时期, 南方蛮族首领侬智高在南方不断扩张势力, 建立“南天国”。1052年, 侬智高起兵反宋, 战斗中宋朝军队节节败退, 在朝廷内外引起极大的恐慌。

1053年, 大将军狄青奉旨前去征讨。狄青知道两军对垒, 士气非常重要, 而当时封建迷信盛行。于是, 当大军行至桂林时, 狄青召集全体将士, 设坛拜神。

狄青对全体将士说: “胜负乃兵家常事, 这次用兵能否获胜, 还是一个未知数。这样吧, 我们让神来做一个判断。”

狄青拿出 100 枚铜币向神许愿道: “我把这 100 枚铜币撒出去, 如果这次征讨能战胜敌人, 那么这 100 枚铜币的钱面(不铸文字的那面)一定会全部朝上!”他口中念念有词, 突然用力挥手一掷, 铜币纷纷撒落到地面。将士们定睛一看, 可不得了, 100 枚铜币全部钱面朝上!

狄青又命士兵拿来 100 枚钉子, 把这 100 枚铜币牢牢钉在地上。狄青向神祈祷: “待我凯旋归来, 定将酬谢神灵, 收回铜