大学物理实验

主编：黄建刚 吴凤英 翦知渐 赵英
主审：谢中

湖南大学出版社

大学物理实验

湖南大学应用物理系　组编

黄建刚　吴凤英
翦知渐　赵　英　主编

谢　中　主审

湖南大学出版社

2003年·长沙

内 容 简 介

本书根据教育部《高等工业学校物理实验课程基本要求》和《关于工科物理实验课程教学改革指南》，吸收近几年教学改革成果编写而成。全书共收入38个实验，分为五类：预备引导实验、基础综合实验、近代物理实验、设计性实验、仿真实验。其内容包括数据处理、力学实验、热学实验、电磁学实验、光学实验、近代物理实验和计算机仿真实验等。书中还介绍了物理实验的测量误差和数据处理等。

本书适合作高等学校理工科各专业的物理实验课教材或参考书，也可供涉及物理学的广大科技工作者参考。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理实验/黄建刚等主编. 长沙：湖南大学出版社，2003. 1

ISBN 7－81053－588－9

Ⅰ. 大... Ⅱ. 黄... Ⅲ. 物理学－实验－高等学校－教材

Ⅳ. 04－33

中国版本图书馆CIP数据核字（2002）第108956号

大学物理实验

Daxue Wuli Shiyan

黄建刚等 主编

□ **责任编辑** 俞 涛

□ **出版发行** 湖南大学出版社

社址 长沙市岳麓山 邮码 410082

电话 0731－8821691 0731－8821315

□ **经 销** 湖南省新华书店

□ **印 装** 长沙市华中印刷厂

□ **开本** 787×1092 16开 □ **印张** 12.25 □ **字数** 314千

□ **版次** 2003年1月第1版 □ 2003年1月第1次印刷

□ **印数** 1－10 000册

□ **书号** ISBN 7－81053－588－9/O・43

□ **定价** 16.00元

大学物理系列教材

编委会

前 言

当今科学技术的发展日新月异，高等学校的教学改革也在不断深化，许多新理论、新知识、新仪器、新设备、新方法逐渐进入教学过程。大学物理实验课程也不例外，为了适应这种变化，我们新编了这本《大学物理实验》教材。

本书是在湖南大学使用多年的物理实验讲义和1999年《大学物理实验》教材的基础上，根据教育部《高等工业学校物理实验课程基本要求》和《关于工科物理实验课程教学改革指南》，经过全面修改，摒弃了部分陈旧的实验内容，补充了大量新的实验内容编写而成的。

全书共编入38个实验，分为六章。第一章介绍物理实验的测量误差和数据处理，内容较多，教师可选择其中的部分内容讲授3个课时，其余的让学生自学。在数据处理上，采用标准误差为不确定度。本章还特别增设了"实验数据的计算机处理"一节，以便对实验数据进行各种数学处理和函数拟合分析。本书在加大物理实验的深度和广度的同时，考虑到与中学物理教学的衔接，第二章安排了"预备引导实验"。第三章通过精简、合并、补充和提高，编入了一些具有代表性的传统基础实验，力图在综合性方面有所加强；并注意把我校物理实验中心用先进的科学仪器、测试技术和先进的实验方法改造传统实验的成果，及时反映在教材中，如用多功能磁场测量仪改造传统磁场测量实验。第四章主要是近代物理实验内容，增加了光电效应、核磁共振、塞曼效应等著名物理实验，以及有时代感和先进性的磁悬浮实验。同时，从培养学生独立地分析问题和解决问题的能力出发，在第五章安排了四个设计性实验。第六章的计算机仿真实验，作为一种先进的教学手段，既是对教学形式的改革，也是对教学内容的补充和延伸。本书注重对学生科学实验能力的培养和提高，力求实验原理叙述清楚，实验步骤简明扼要。每个实验后面都附有思考题。按层次分章，内容深浅适当。书后附录Ⅰ中介绍了我国法定计量单位的主要内容，附录Ⅱ提供了基本物理常数和一些其他常用的物理量，以便读者查用。

本书编入的实验选题大部分都是在我校开设多年的实验内容，多数教师和技术人员先后都曾参加过原始实验讲义和教材的编写和修改工作，这是物理实验中心许多同志多年来积累的劳动成果。

本书由黄建刚、吴凤英、蒯知渐、赵英主编，谢中教授主审。

参加本书编写工作的有(以姓氏笔画为序)：马志凌、王祝盈、皮承宪、朱正华、朱学东、何仁生、陈小林、吴凤英、张乒、姚凌江、赵英、黄建刚、盛霞、谢中、曾永华、蒯知渐。赵英、姚凌江负责全书大部分的绘图工作。

本书编写过程中，参考了许多国内外院校的优秀教材和讲义，同时得到了校、系、教务处等有关领导的关心和支持，在此表示衷心感谢。

由于编者水平有限，时间仓促，难免有错误和不足，真诚盼望读者批评指正。

编 者

2002年12月

目　　次

绪　论

一、物理实验的目的和任务

认识来源于实践，又要得到实践的检验。实验作为一种重要的实践形式，在科学研究和生产活动中都有着十分重要的作用。大学物理实验作为一门独立的实验教学课程，既是物理理论的实践，也是其他实验课程的基础。物理实验不只是理论的简单应用或机械重复，它有自身的规律和特点。物理实验课的基本教学内容，如对实验数据的处理和分析、物理测试方法、仪器的使用方法等，是物理理论课所无法替代的。因而，物理实验的主要目的和任务为：

(1) 理论联系实际，培养学生观察、分析物理现象的能力，加深对物理概念、规律和理论的理解。

(2) 掌握基本的实验方法和实验技能，掌握基本实验仪器的构造、原理以及使用方法。正确记录、分析和处理实验数据。

(3) 培养学生严谨自律、一丝不苟的工作作风和实事求是的科学态度。

二、物理实验的基本要求

物理实验教学应坚持以学生为主体的原则，学生应积极主动地参与实验，教师只作适当的指导。物理实验内容广泛，且与理论课并不同步。因此，有必要加强实验前的预习准备和实验后的归纳总结。一般情况下，物理实验课都要经历“预习、实验和写实验报告”三个基本程序。

1. 预习

学生在实验课之前必须进行预习，必须写出书面预习报告。预习以理解原理为主，初步了解实验内容和过程。查证相应的公式，补足相关的理论知识。同时，根据实验要求画好数据表格，以便完整、准确地记录测量数据。

2. 实验

实验操作前，首先听教师介绍基本原理、仪器使用方法及注意事项。然后按实验要求布置、安装并按操作规程调整好仪器。电学实验必须经教师检查线路后，方可接通电源。

实验过程应按实验步骤进行。测量的数据要立即记录下来，注意数据的有效数字。实事求是，不随意涂改数据。发现错误，应查找原因并重新测量。

3. 实验报告

实验报告是对实验的全面总结，应以简明扼要的语言和准确的表达方式来真实完整地撰写。可以在预习报告的基础上，进一步完成实验的数据处理、结果分析以及作图等。实验报告写在统一印制的实验报告纸上。

完整的实验报告应包括以下内容：①实验者的班级、姓名、学号；②实验名称；③实验目的；④简要原理和计算公式；⑤仪器设备型号、编号；⑥测得的数据；⑦计算、作图；⑧误差分析；⑨实验结果；⑩问题讨论。

第一章　测量误差与数据处理

第一节　基本概念

一、测量

物理实验往往需要寻找或验证各种物理量之间的相互关系。运用量具、仪器、仪表以及相应的方法，确定某一物理量的数值的过程，称为测量。用米尺确定长度，用天平确定质量，用电压表、电流表结合欧姆定律确定电阻等等，都是物理测量。测量的实质，就是将待测物理量与作为计量标准的物理量进行比较的过程。

测量可分为直接测量和间接测量两大类。若可直接从量具、仪表上读出待测量的值，则称之为直接测量。若待测量需由若干个直接测量的物理量通过一定函数运算才能得出，则称之为间接测量。

在物理实验中，对长度、质量、时间、电压、电流、温度的测量，一般为直接测量。它们大多为 SI 制中的基本物理量。非基本物理量一般为间接测量。

二、误差

物理量的客观存在值称为真值。误差是测量值与真值之差。用 x 表示测量值，Δx 表示误差，μ 表示真值，则

$$\Delta x = x - \mu。 \tag{1-1}$$

误差的绝对值越小，测量值就越准确。但对不同的测量对象，即使误差相同，测量结果的优劣也不一定相同。例如，分别测量一张课桌和一间教室的长，若以米尺测量，误差都是 0.5 mm，则后者的测量结果比前者的要好。用相对误差可以表示这种区别。用 E 表示相对误差，其定义为：

$$E = \frac{\Delta x}{\mu} \times 100 \approx \frac{\Delta x}{x} \times 100。 \tag{1-2}$$

三、不确定度

事实上，由于测量仪器精度限制、环境变化以及测量者主观因素的影响，测量值总是与真值不完全相等，因而误差总是存在的。另一方面，即使某一测量值恰好等于真值，我们也无法确认，因为这需要首先知道真值！为了表示“对真值认识缺乏的程度”，国际计量委员会(CIPM)在 20 世纪 80 年代决定引入“不确定度(Uncertainty)”概念，它是对测量的真值在某个量值范围的一个客观评定。以“U”代表不确定度，x 表示测量值，则测量的真值以某一较高的概率出现在$(x-U, x+U)$区间。

不确定度通常含有两类分量：用统计学方法计算的 A 类分量 u_A；用其他方法评定的 B 类分量 u_B。u_A 通常用将在下一节讨论的标准误差来表征。而 u_B 的评定方法复杂且尚未统一，

本书不作具体讨论。

总的不确定度按“方和根法”合成

$$U=\sqrt{u_A^2+u_B^2}。\tag{1-3}$$

第二节　误差的确定

一、系统误差

在相同条件下多次测量同一物理量时，大小和符号保持恒定，或按规律变化的误差称为系统误差。例如，用伏安法测电阻，就存在由于测量方法而产生的系统误差。认真选择好仪器，改进实验方法，客观上可以减小系统误差。分析和查找系统误差产生的原因，发现减少系统误差的途径，也是物理实验的一项重要任务。比较典型的减小系统误差的方法有：替换法、交换法、对称观测法等。系统误差可以修正。

二、随机误差

在相同条件下多次测量同一量时，误差时大时小，时正时负，无确定规律，这类误差称为随机误差。随机误差普遍存在于测量之中，是不可消除的。本书重点讨论随机误差。

多次测量的随机误差：

设在相同条件下对某物理量 x 进行 n 次测量，得到测量列 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n$，则测量值的算术平均值为

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i。\tag{1-4}$$

根据误差理论，在一个测量列中，其算术平均值 $\bar{x}$ 最有把握接近于真值。算术平均值的数学期望值是真值。容易证明，当 $n\to\infty$时，$\bar{x}\to\mu$。因此，算术平均值称为近真值。

多次测量的随机误差对每次测量值而言，它或大或小，或正或负偏离真值，但总体上却表现出一定的统计规律，可以利用统计学原理来分析计算。高斯最初研究了多种因素微小起伏而引起的随机误差的概率分布，并于 1795 年发表了高斯分布函数，即正态分布函数。

高斯的研究基于下列事实：

(1) 小的误差比大的误差出现机会多，故在零附近有最大的概率——单峰性。

(2) 大小相等、符号相反的正负误差出现的概率相等——对称性。

(3) 十分大的误差出现的概率非常小，可认为其概率接近于零——有界性。

高斯证明，误差的概率密度函数 $f(\theta)$应具有以下形式：

$$f(\theta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}}。\tag{1-5}$$

式中，θ 代表误差，$f(\theta)$就是误差的正态分布函数，如图 1-1 所示。曲线下 $\theta\sim\theta+\mathrm{d}\theta$ 区间的面积，就是该区间误差发生的概率。由于误差出现在$(-\infty,+\infty)$区间的概率为 100%，故整个曲线下所围的面积为 1。σ 是正态分布函数中的重要参数，$\pm\sigma$ 是曲线的两个拐点坐标。在区间$(-\sigma,+\sigma)$，曲线下的面积为 0.683，这表明误差出现在该区间的概率为 68.3%。

σ 也是正态分布函数中惟一的参数，它惟一确定正态分布曲线的形状。不同的测量列，有不同的 σ 值。σ 越小，曲线峰值越高，图形越尖锐，这表明测量数据集中，重复性好。因此，就

以 σ 来评定、表征一个测量列的随机误差，称为“标准误差”。

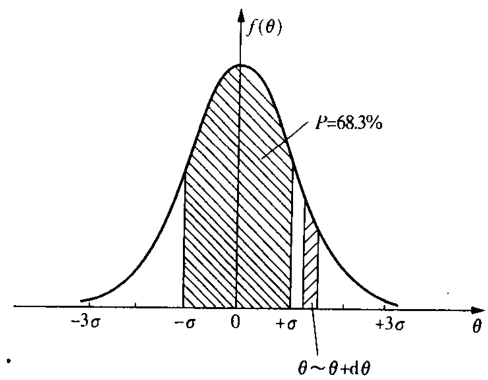

图 1-1 正态分布函数

三、标准误差的估算

我们可以用标准误差来表示测量的随机误差，评判测量结果的精密度，区分不同测量列的优劣。那么，标准误差如何确定呢？根据标准误差定义，若已知误差的正态分布曲线，则可在图上确定 σ。但由于一般不知道误差分布曲线图，因此不能使用此方法。

事实上，在一组等精度的测量中，得到

测量值：$x_1, x_2, \cdots, x_n$；

误　差：$\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n$，

其中 $\theta_i = x_i - \mu$。

考虑误差出现在以下区间：

$$(\theta_1, \theta_1 + \Delta\theta), (\theta_2, \theta_2 + \Delta\theta), \cdots, (\theta_n, \theta_n + \Delta\theta)$$

的概率，作函数

$$P = P_1 \cdot P_2 \cdot \cdots \cdot P_n, \tag{1-6}$$

其中 P_i 为误差出现在 $(\theta_i, \theta_i + \Delta\theta)$ 区间的概率，

$$P_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\theta_i^2}{2\sigma^2}} \Delta\theta, \tag{1-7}$$

故

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^n e^{-\frac{\sum\theta_i^2}{2\sigma^2}} (\Delta\theta)^n。 \tag{1-8}$$

式中，求和范围为 $1 \sim n$，以下同。

将 σ 看成变量，求对 σ 的微分，并令其为零。由此求出的 σ 值就是对应于 P 极大的 σ。

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\sigma} = {} & n\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^{n-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2}\right) e^{-\frac{\sum\theta_i^2}{2\sigma^2}} (\Delta\theta)^n \\ & + \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^n e^{-\frac{\sum\theta_i^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{\sum\theta_i^2}{\sigma^3} \cdot (\Delta\theta)^n = 0,\end{aligned} \tag{1-9}$$

即

$$-n + \frac{1}{\sigma^2}\sum\theta_i^2 = 0, \tag{1-10}$$

因此

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum\theta_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \mu)^2}{n}}。 \tag{1-11}$$

上式即为以一组测量数据（测量列）对标准误差的最佳估计值。此处 σ 表示这一测量列的精密度。根据其数学形式，亦称之为均方根误差。

但实际操作上，应用(1-11)式，必须知道真值 μ，才能确定 σ。在大多数情况下，μ 是不知道的（仅对纯验证性实验，其理论值或准确值，可视为真值，如光速、某一光谱的波长、某地的重力加速度等），这时，σ 可用下式来估算：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}。 \tag{1-12}$$

我们将各测量值与平均值之差称为偏差，记为 $\nu_i=x_i-\bar{x}$。

因为
$$\frac{1}{n}\sum(x_i-\mu)=\bar{x}-\mu,$$
即
$$\bar{x}=\mu+\frac{1}{n}\sum\theta_i,$$
所以
$$\nu_i=x_i-(\mu-\frac{1}{n}\sum\theta_i)$$
$$=\theta_i-\frac{1}{n}\sum\theta_i。$$
对上式两边平方求和得
$$\sum\nu_i^2=\sum\theta_i^2+n\frac{(\sum\theta_i)^2}{n^2}-2\cdot\frac{1}{n}\cdot(\sum\theta_i)^2$$
$$=\sum\theta_i^2-\frac{1}{n}(\sum\theta_i)^2。$$
又
$$(\sum\theta_i)^2=\sum\theta_i^2+\sum_{i\neq j}\theta_i\theta_j=\sum\theta_i^2。$$
上式成立是因为正负误差出现的概率相等，交叉项 $\theta_i\theta_j$ 彼此抵消。

因此
$$\sum\nu_i^2=\sum\theta_i^2-\frac{1}{n}\sum\theta_i^2=\frac{n-1}{n}\sum\theta_i,$$
即
$$\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}=\frac{\sum(x_i-\mu)^2}{n}。\tag{1-13}$$
这就证明了(1-12)式与(1-11)式是等价的。(1-12)式是根据实验测量数据确定标准误差 σ 的实用公式。真值落在 $x_i\pm\sigma$ 区间的概率约为 68.3%。

四、平均值的标准误差

由于平均值 $\bar{x}$ 比任意一个测量值 x_i 更可能接近真值，因而它的标准误差比测量列的标准差小。假如作 80 次测量，将其分成 8 个测量列，则得到每个测量列的平均值依次为 $\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_8$，视这些平均值为一新的测量列，该测量列的分布必然更靠近真值，因为平均值已经对测量的随机误差或多或少作了一定程度的抵消。容易证明，平均值的标准误差估算公式为
$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}},\tag{1-14}$$
真值位于 $\bar{x}\pm\sigma_{\bar{x}}$ 的概率约为 68.3%。

(1-14)式表明，增加测量次数 n，可使测量结果的不确定度减少。当 n 较小时，$\sigma_{\bar{x}}$ 减小十分明显；n 较大时($n>10$)，$\sigma_{\bar{x}}$ 减小已不明显。而且测量次数增多，使实验时间延长，也可能会出现实验条件的变化而影响测量结果，故一般物理实验取 5～10 次为宜。

例 1.1 测量长度 x，数据如下(单位 mm)：

40.3，39.6，39.7，40.4，39.8，

40.3，39.5，39.6，40.5，40.3。

求测量结果及不确定度。

解： $\bar{x}=40.0$,
$$\sum(x_i-\bar{x})^2=0.3^2+(-0.4)^2+(-0.3)^2+0.4^2+(-0.2)^2$$
$$+0.3^2+(-0.5)^2+(-0.4)^2+0.5^2+0.3^2$$

$$= 1.38,$$

故
$$\sigma=\sqrt{\frac{1.38}{9}}=0.392\approx 0.4,$$

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{10}}=\frac{0.392}{\sqrt{10}}=0.124\approx 0.1。$$

因此被测量 x 的最佳值是 40.0 mm，真值有 68%的可能包含在(40.0±0.1) mm 区间，即(39.9,40.1) mm 内。真值分别落在(40.3±0.4)mm 或(39.6±0.4) mm 等区间的可能性也是 68%。可见，用平均值 $\bar{x}$ 和均值标准差 $\sigma_{\bar{x}}$ 给出的测量结果最好。

五、单次测量的误差

在实验中，由于时间和实验条件的限制，有时只能做一次测量。这时只得到一个测量值，其平均值就是它本身，其误差只能从其他途径来估计。一般根据仪器误差和测量条件来判断误差的大小和结果的优劣。例如，分别用游标卡尺和千分尺测量同一导线的直径，容易判断后者所得结果要比前者的好。我们简化地取单次测量的标准误差(不确定度)为 $\frac{\Delta}{\sqrt{3}}$，Δ 为仪器的最大误差。

第三节　误差的传递

上一节我们讨论的都是直接测量的不确定度。在大学物理实验中，一般都是间接测量。设 $A,B,C\cdots$，是互不相关的直接测量值，N 是间接测量值，它们有函数关系

$$N=f(A,B,C,\cdots),$$

则
$$\mathrm{d}N=\frac{\partial f}{\partial A}\mathrm{d}A+\frac{\partial f}{\partial B}\mathrm{d}B+\frac{\partial f}{\partial C}\mathrm{d}C+\cdots$$

考虑到通常误差远小于测量值，可把误差 $\Delta N,\Delta A$ 等看做微分 $\mathrm{d}N,\mathrm{d}A$ 等，即

$$\Delta N=\frac{\partial f}{\partial A}\Delta A+\frac{\partial f}{\partial B}\Delta B+\frac{\partial f}{\partial C}\Delta C+\cdots \tag{1-15}$$

这就是误差传递公式。

上式两边平方，并假设测了 n 次，可得

$$(\Delta N_i)^2=(\frac{\partial f}{\partial A})^2(\Delta A_i)^2+(\frac{\partial f}{\partial B})^2(\Delta B_i)^2+\cdots$$

$$+2(\frac{\partial f}{\partial A})(\frac{\partial f}{\partial B})(\Delta A_i)(\Delta B_i)+\cdots\quad(i=1,2,\cdots,n)$$

若把各次测量等式两边相加，并考虑到正、负误差出现的概率相同，则相加后交叉相乘项相互抵消，并把等式两边除以 $n-1$，得

$$\frac{\sum(\Delta N_i)^2}{n-1}=(\frac{\partial f}{\partial A})^2\frac{\sum(\Delta A_i)^2}{n-1}+(\frac{\partial f}{\partial B})^2\frac{\sum(\Delta B_i)^2}{n-1}+\cdots$$

即
$$\sigma_N^2=(\frac{\partial f}{\partial A})^2\sigma_A^2+(\frac{\partial f}{\partial B})^2\sigma_B^2+\cdots$$

故
$$\sigma_N=\sqrt{(\frac{\partial f}{\partial A})^2\sigma_A^2+(\frac{\partial f}{\partial B})^2\sigma_B^2+\cdots} \tag{1-16}$$

上式即标准误差的传递公式。

类似地，平均值的标准误差传递公式为：

$$\sigma_{\bar{N}}=\sqrt{(\frac{\partial f}{\partial A})^2\sigma_{\bar{A}}^2+(\frac{\partial f}{\partial B})^2\sigma_{\bar{B}}^2+\cdots}\quad(1\text{-}17)$$

相对误差公式为：

$$E_N=\frac{\sigma_N}{N}$$

$$=\sqrt{(\frac{\partial f}{\partial A}\cdot\frac{\sigma_A}{N})^2+(\frac{\partial f}{\partial B}\cdot\frac{\sigma_B}{N})^2+\cdots}\quad(1\text{-}18)$$

几种常用的误差传递公式见表 1-1。乘除关系一般选择先算相对误差较为方便。

例 1.2 根据标准误差传递公式，证明平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$。

证：因 $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum x_i$，

故
$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{1}{n}\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2+\cdots+\sigma_n^2}$$

$$=\frac{1}{n}\sqrt{n\cdot\sigma^2}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}。$$

σ 是测量列的标准差，对每个测量值都是相同的，故有 $\sigma_1=\sigma_2=\cdots=\sigma_n=\sigma$。

表 1-1　几种常用函数的误差传递公式

函数关系	传递公式
$N=A\pm B$	$\sigma_N=\sqrt{\sigma_A^2+\sigma_B^2}$
$N=AB$ $N=\frac{A}{B}$	$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{(\frac{\sigma_A}{A})^2+(\frac{\sigma_B}{B})^2}$
$N=\frac{A^mB^n}{C^l}$	$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{m^2(\frac{\sigma_A}{A})^2+n^2(\frac{\sigma_B}{B})^2+l^2(\frac{\sigma_C}{C})^2}$
$N=kA$	$\sigma_N=k\sigma_A$
$N=k\sqrt{A}$	$\frac{\sigma_N}{N}=\frac{1}{k}\cdot\frac{\sigma_A}{A}$
$N=\sin A$	$\sigma_N=\cos A\cdot\sigma_A$
$N=\ln A$	$\sigma_N=\frac{1}{A}\cdot\sigma_A$

第四节　测量值与有效数字

一、有效数字

用直尺测一本书的长度，读数为 18.54 cm，其中前三位数“18.5”是从尺上刻度数值直接读出的，称为可靠数字，而最后一位“0.04”是从尺上两刻度之间估计的，称为可疑数字。可靠数字与可疑数字合称有效数字。18.54 cm 是四位有效数字。

测量值一般只能取一位可疑数字，据此，误差一般也只能取一位有效数字。在测量时，每次的读数应满足上述要求。

要取得正确的测量值，除必须正确记录数据、单位外，还必须注意有效数字。

二、有效数字运算规则

(1) 和差运算。和差运算结果的小数点后数字的个数，应与参加运算各数中小数点位数最少者相同。

例 1.3　$123.012\bar{5}+0.\bar{6}+1.3\bar{2}=124.\bar{9}$。

$$\begin{array}{r}123.012\bar{5}\\0.\bar{6}\\+\quad 1.3\bar{2}\\\hline 124.\bar{9}\bar{3}2\bar{5}\end{array}$$

式中，用加上横线的数字代表可疑数字，下同。

(2) 积商运算。积商运算结果的有效数字位数，应与参加运算各数中有效数字位数最少者相同。

例 1.4 $\bar{3}\times 2\,48\bar{9}=\bar{7}\times 10^3$。

$$\begin{array}{r} 2\,4\,8\,\bar{9} \\ \times)\qquad\quad \bar{3} \\ \hline \bar{7}\,\bar{4}\,\bar{6}\,\bar{7} \end{array}$$

(3) 乘方与开方。其结果的有效数字应与其底的有效数字相同。

(4) 三角函数。三角函数的有效数字位数由角度的有效数字决定。物理实验中，角度多由分光计测出，其精度为 1′。sin1′=0.000 3，故一般取四位有效数字。

例 1.5 $\sin 9°31'=0.165\,047\,6=0.165\,0$，

$\sin 19°2'=0.326\,118\,1=0.326\,1$。

有效数字运算结果，我们规定用四舍五入约整。运算中的各种物理常数、无理数、公认值，其有效数字位数应比运算结果所应取的有效数字至少多保留一位。

例 1.6 $27.13/(\pi\times 0.561^2\times 10.085)$

$=27.13/(3.142\times 0.561^2\times 10.085)$

$=27.13/9.97$

$=2.72$；

$0.004\,824\,6\div 0.000\,012\,3=3.92\times 10^2$。

第五节 测量数据的正确处理及结果表示

每完成一次实验，必须对测量的数据进行分析处理，归纳总结，得出实验结果，写出实验报告。实验结果可以用三种形式表示。

一、代数表示

实验中测量的原始数据需要首先进行整理，去除坏值。当测量次数较多时，一般认为误差(偏差)大于 3σ 的测量值是坏值，应当剔除。因为根据误差的正态分布，误差大于 3σ 的概率仅为 0.3%，实验中实际测量次数一般小于 10 次，故这种大的误差几乎不会出现。“3σ”称为极限误差。

设已经过去除坏值整理的测量数据为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，则先求平均值

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum x_i,$$

然后计算平均值标准误差

$$\sigma_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}},$$

再计算相对误差

$$E=\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}},$$

测量结果的正确表示为：

$$\begin{cases} x = \bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}, (P = 68.3\%) \\ E = \dfrac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}}。 \end{cases} \tag{1-19}$$

在上式中，$\sigma_{\bar{x}}$一般只取一位有效数字(特别精确的结果除外)，$\bar{x}$ 的末位与 $\sigma_{\bar{x}}$的有效位同位。相对误差 E 一般也只保留一位有效数字。建议使用函数计算器的统计功能，直接输入测量值，得到 $\bar{x}$，σ，但最后结果的有效数字必须正确。需注意阅读计算器使用说明书上“σ”的表达式，以免出错。

例 1.7 用螺旋测微计测一钢珠直径，数据如下(单位 mm)：

6.360，6.359，6.362，6.359；

6.355，6.368，6.370，6.365。

求钢珠直径和体积。

解：(1) 直径

$$\bar{d} = 6.362\ 25 \approx 6.362,$$

$$\sigma_d = 0.005\ 063\ 877\ 7 \approx 0.005,$$

$$\sigma_{\bar{d}} = \frac{\sigma_d}{\sqrt{8}} = 0.001\ 767\ 767 \approx 0.002,$$

$$E_d = \frac{\sigma_{\bar{d}}}{\bar{d}} = 2.778\ 634\ 1 \times 10^{-4} \approx 0.03\%,$$

故

$$d = (6.362 \pm 0.002)\mathrm{mm}, (P = 68.3\%)$$

$$E_d = 0.03\%。$$

(2) 体积

$$V = \frac{1}{6}\pi d^3,$$

$$\bar{V} = \frac{1}{6}\pi \bar{d}^3 = 134.827\ 85 \approx 134.8,$$

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}d} = \frac{1}{2}\pi d^2,$$

根据(1-17)式得

$$\sigma_V = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}d} \cdot \sigma_{\bar{d}} = \frac{1}{2}\pi d^2 \sigma_{\bar{d}} = 0.127\ 156\ 1 \approx 0.1,$$

$$E_V = \frac{\sigma_V}{\bar{V}} \approx 0.09\%,$$

故

$$V = (134.8 \pm 0.1)\mathrm{mm}^3, (P = 68.3\%)$$

$$E_V = 0.09\%。$$

二、列表表示

列表的优点是简单易行，数据易于参考比较，形式紧凑有序，可以同时表示几个变量间的变化关系。

列表时要注意：

(1) 表格的设计要利于记录和检查。

(2) 表格的每行(或列)的第一格应标明物理量的符号、单位，表格中的数据单位要与标明的单位一致(这是同学们易犯错误之处)。

(3) 表格中的测量值应按有效数字规则填写清楚，不可随意增减位数。

例 1.8 用频率计测量某晶体振荡器频率，每隔半小时读一次数，数据及测量结果见表 1-2。

表 1-2 某晶体振荡器频率测量结果

测量次数	1	2	3	4	5	6	
f_i/kHz	10.3	10.7	10.8	10.9	11.3	10.8	$\bar{f}=10.8$
Δf_i/kHz	−0.5	−0.1	0.0	0.1	0.5	0.0	
$(\Delta f_i)^2$/kHz^2	0.25	0.01	0.00	0.01	0.25	0.00	$\sum(\Delta f_i)^2=0.52$
σ_f/kHz	$\sqrt{\frac{\sum(\Delta f_i)^2}{n-1}}=0.3$						$\frac{\sigma_f}{\bar{f}}=3\%$
$\sigma_{\bar{f}}$/kHz	$\sqrt{\frac{\sum(\Delta f_i)^2}{n(n-1)}}=0.1$						$\frac{\sigma_{\bar{f}}}{\bar{f}}=1\%$

三、作图法

作图法是在坐标纸上，根据实验数据描点，再依据这些点作出光滑曲线，用图形来形象地揭示测量量之间的函数关系的方法。

作图法是一种非常重要的数据处理方法，特别是在还没有完全掌握科学实验的规律和函数形式时，可以总结规律；利用外推法和内插法预测无法测量区域的情况和变化趋势；还可从图中得到许多有用的参数，如极值、斜率和截距等。

作图的步骤：

(1) 选择图纸。一般用直角坐标纸。

(2) 坐标轴与坐标的分度。应根据测量值的范围来合理选择坐标分度。横轴代表自变量，纵轴代表因变量，不可颠倒。坐标原点不一定是 0 值，重要的是要使图形的规律得到较好的反映。分度值的有效数字应与数据一致。

(3) 描点。在已分度的坐标纸上，以对应于数据的点为中心，用"×""○"等符号作出标记。

(4) 连线。将各点连成曲线时，不一定要通过每一个点，只要求各点能均匀分布在曲线两侧附近，并使一侧各点到曲线的距离之和，约等于另一侧各点到曲线的距离之和。曲线应光滑。外延线、辅助线应用虚线描出。

(5) 标图名。必要时，还可作少量注解和说明。

例 1.9 图 1-2 是根据表 1-3 的数据绘制的，它是铝圆柱体散热时在其稳恒温度±1.5(℃)范围内温度 T 随时间变化的曲线。具体实验内容参见实验十一。

表 1-3

时间间隔 Δt/min	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0
温度 T/℃	28.75	28.20	27.95	27.65	27.20	26.95	26.60	26.40	26.15	25.90	25.70	25.50	25.45	25.25