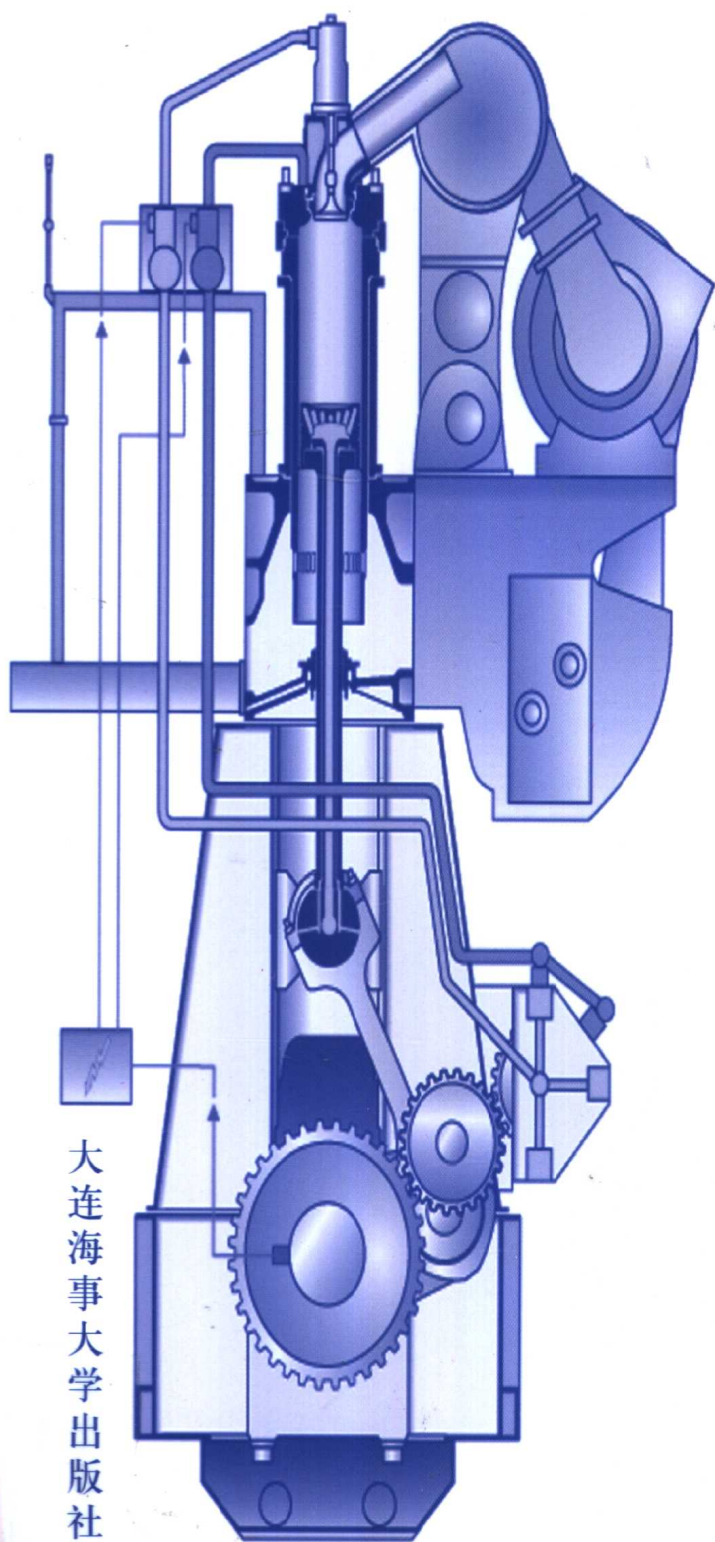


船舶柴油机振动、噪声及废气排放

胡以怀 应启光 主编



大连海事大学出版社

船舶柴油机振动、噪声 及废气排放

胡以怀 应启光 主编

大连海事大学出版社

©胡以怀, 应启光 2003

图书在版编目(CIP)数据

船舶柴油机振动、噪声及废气排放 / 胡以怀, 应启光主编. —大连: 大连海事大学出版社, 2003.2

ISBN 7-5632-1620-0

I. 船… II. ①胡… ②应… III. ①船用柴油机—振动控制、噪声控制
②船用柴油机—废气—排气 IV. U694.121

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 105550 号

大连海事大学出版社出版

地址: 大连市凌水桥 邮政编码: 116026 电话: 4728394 传真: 4727996

<http://www.dmupress.com> E-mail: cbs@dmupress.com

大连海事大学印刷厂印装 大连海事大学出版社发行

幅面尺寸: 185 mm × 260 mm 印张: 12

字数: 300 千字 印数: 1~2000 册

2003 年 2 月第 1 版 2003 年 2 月第 1 次印刷

责任编辑: 陈景杰 责任校对: 张 娴

封面设计: 王 艳

定价: 20.00 元

序 言

早在 19 世纪后期,船舶振动问题就已开始引起人们的注意,那时在用往复式蒸汽机为动力的船舶上曾经出现过严重的振动问题。柴油机由于其突出的优点,如较高的经济性、宽广的功率范围、尺寸小和重量轻等,已逐渐取代了蒸汽机而成为船舶最主要的动力装置。但柴油机的最大缺点是它的振动、噪声问题,同时也像其他内燃机一样,会产生有害的废气排放。

20 世纪 50 年代后期,随着航运业的发展,船舶功率和航速都有很大增长,引起船舶振动的激励力也相应增大。特别是采用高强度钢作为造船材料,使船体结构重量减轻,结构刚度减小,船舶的振动问题开始引起重视。随着主机功率的日益增大,尤其是大功率中速柴油机的应用、螺旋桨吸收功率的增大和转速的增高,船舶的振动和噪声就变成了一个突出的问题。

过大的船舶振动称为有害振动,它会:

- 引起船体结构和机械部件的疲劳破坏;
- 造成船舶仪表、机械设备的失效和失灵;
- 影响船员和旅客的正常工作和生活。

船舶噪声还易使船员感到疲劳、降低听力和工作效率,甚至危及身心健康和航行安全,会影响客船的居住舒适性和舰艇的作战隐蔽性。

引起船体振动、噪声的激励源主要有柴油主机和螺旋桨产生的周期性激励力、辅机的不均衡力、轴系安装不良、周期性波浪载荷以及一定航速下船舶附属体(舵、水翼、潜艇升降噪声等)所产生的流体动载荷。其中船舶机械设备是船舶振动、噪声的主要激励源,而解决了船舶柴油机的振动、噪声问题也就在很大程度上解决了船舶的振动、噪声问题。

船舶机械振动、噪声的控制分为设计控制和使用控制,在船舶设计阶段可通过减小激励力和力矩,减弱噪声源及其传递和改变振动的固有频率或激励频率防止工作范围内强共振等。在船舶使用阶段发现振动、噪声问题时则通过增加阻尼和吸声材料以吸收振声能量和装设减振、防噪装置以减小振声的危害等措施来实现,这是本书着重讨论的内容之一。一般来说“防胜于治”,在船舶设计阶段通过对力矩的振动预报和噪声预报来控制振动和噪声通常是最有效、最经济的措施。

近年来,随着环境污染的加剧,人们对环境污染的敏感程度与日俱增。船舶防污染的法规、防污染技术在近几年的变化非常大,世界各港口国对船舶防污染管理与设施的检查日趋严格,这些都使得船舶防污染受到前所未有的重视。船舶柴油机在运行时会排放出大量的氧化硫(SO_x)、氧化氮(NO_x)、碳烟微粒(PM)和一氧化碳(CO)等,对大气环境造成严重污染。目前世界上主要造机厂都在致力于研究和开发低污染船舶柴油机,以减少柴油机有害废气的排放。

船舶的振动、噪声相伴而生,它们有着天然的联系,而从广义上来说,它们与柴油机的废气一起,都属于有害排放问题。本书突破以往教材的编排方式,将柴油机振动、噪声和废气排放的控制内容放在一起,既便于理解,又保证了学术上的完整性和系统性,便于读者在较短的时间内全面掌握这些内容。

本书首先简要介绍了振动、噪声的相关基础理论,以及船舶振动、噪声激励源,船舶振动衡

准、轴系扭振及控制技术,船舶减振和降噪措施,柴油机废气排放物的生成机理和主要控制技术,还介绍了国内外一些新的研究成果,以及某些车用柴油机废气排放的后处理技术。既有简洁的理论基础,又有大量的实际应用,实用性较强。各章既相互独立,又有内在的联系,便于选读。

本书既可作为轮机工程专业的本、专科学生的教材,还适合相关学科的科研人员、造船工程技术人员和轮机管理人员自学和参考。鉴于作者学识有限,难免挂一漏万,不当之处恳请读者批评指正,并深表感谢。

编 者

2003 年 1 月

目 录

第一章 振动及控制理论	(1)
§ 1.1 单自由度振动系统	(1)
§ 1.2 多自由度振动系统	(13)
§ 1.3 隔振与减振	(23)
第二章 船舶振声激励源	(33)
§ 2.1 柴油机激励源	(33)
§ 2.2 螺旋桨激励源	(38)
§ 2.3 其他激励源	(44)
§ 2.4 振动、噪声的危害及衡准	(48)
第三章 船舶机械振动及控制	(51)
§ 3.1 柴油机振动控制	(51)
§ 3.2 螺旋桨振动控制	(55)
§ 3.3 设备的隔振	(61)
第四章 轴系扭振及控制	(68)
§ 4.1 轴系自振频率	(69)
§ 4.2 扭振激励力矩	(76)
§ 4.3 扭振振幅及应力	(83)
§ 4.4 轴系扭振控制	(87)
§ 4.5 减振器	(93)
第五章 噪声及控制理论	(100)
§ 5.1 声波与声场	(100)
§ 5.2 噪声及其评价	(107)
§ 5.3 隔声与吸声	(112)
§ 5.4 消声	(120)
第六章 船舶噪声控制	(127)
§ 6.1 隔声结构	(128)
§ 6.2 吸声材料与吸振结构	(139)
§ 6.3 消声器	(146)
第七章 柴油机废气排放及控制	(150)
§ 7.1 排放物及其危害	(150)
§ 7.2 废气排放的生成机理	(156)
§ 7.3 机内净化途径	(161)
§ 7.4 前处理技术	(166)
§ 7.5 排气后处理	(172)
参考文献	(185)

第一章 振动及控制理论

§ 1.1 单自由度振动系统

振动体的位置或形状只需用一个独立坐标来描述的线性系统称为单自由度线性系统,是最简单和最基本的振动系统。它在振动分析中的重要性表现在:一是很多实际问题都可以简化成单自由度线性系统来加以处理,可直接利用该系统的研究成果来解决问题;二是它具有一般振动系统的一些基本特性,是对多自由度系统、连续系统乃至非线性系统进行振动分析的基础。

一、非齐次线性常微分方程

振动分析中经常遇到非齐次线性常微分方程的求解问题,因此首先介绍一下其求解过程。

设二阶非齐次线性微分方程

$$\ddot{x} + p\dot{x} + qx = f(t) \quad (1.1-1)$$

其中: p 、 q 为常数; $f(t)$ 是 t 的函数。其求解步骤是:先求出它对应的齐次线性方程

$$\ddot{x} + p\dot{x} + qx = 0 \quad (1.1-2)$$

的通解 $c_1x_1 + c_2x_2$, 然后再设法求出式(1.1-1)的一个特解 x^* , 则解为

$$x = c_1x_1 + c_2x_2 + x^*$$

设 $x = ce^s x = ce^s$ (s 为实或复的常数), 代入式(1.1-2), 得恒等式

$$x = ce^s (s^2 + ps + q) = 0$$

由于 $ce^s \neq 0$, 因此得特征方程

$$s^2 + ps + q = 0 \quad (1.1-3)$$

则解

$$s_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{p^2 + 4q}}{2}$$

由此可见,若 s 是二次代数方程(1.1-3)的一个根,则 ce^s 必是方程(1.1-2)的一个特解。

1. 当 $p^2 - 4q < 0$ 时得一对共轭复数根 $s_1 = \alpha + i\beta$, $s_2 = \alpha - i\beta$ 。因 $e^{(\alpha + i\beta)t}$ 及 $e^{(\alpha - i\beta)t}$ 是方程(1.1-2)的特解,两解的商 $e^{2i\beta t}$ 不为常数,所以是线性无关的。它们的线性组合

$$\begin{aligned} \frac{e^{(\alpha + i\beta)t} + e^{(\alpha - i\beta)t}}{2} &= e^{\alpha t} \cdot \frac{e^{i\beta t} + e^{-i\beta t}}{2} = e^{\alpha t} \cos \beta \cdot t \\ \frac{e^{(\alpha + i\beta)t} - e^{(\alpha - i\beta)t}}{2i} &= e^{\alpha t} \cdot \frac{e^{i\beta t} - e^{-i\beta t}}{2i} = e^{\alpha t} \sin \beta \cdot t \end{aligned}$$

也是方程(1.1-2)的特解,显然它们是线性无关的,因而方程(1.1-2)的通解为

$$x = e^{\alpha t} (c_1 \cos \beta \cdot t + c_2 \sin \beta \cdot t)$$

2. 当 $p^2 - 4q > 0$ 时,得两个不相等的实数根 s_1 、 s_2 , 则 $e^{s_1 t}$ 、 $e^{s_2 t}$ 是方程(1.1-2)的特解,由于它们线性无关,所以方程(1.1-2)的通解为

$$x = c_1 e^{s_1 t} + c_2 e^{s_2 t}$$

3. 当 $p^2 - 4q = 0$ 时得两个相等的实根, 则求得的一个特解为 $x_1 = e^{s_1 t}$, 此时把通解设为 $x = x_1 u = e^{s_1 t} u$ 的形式, 代入方程(1.1-2), 得

$$e^{s_1 t} \ddot{u} + e^{s_1 t} (2s_1 + p) \cdot \dot{u} + e^{s_1 t} (s_1^2 + ps_1 + q) \cdot u = 0$$

因 s_1 是特征方程的重根, 由根与系数的关系知道, 方程(1.1-3)的两个根之和等于 $-p$, 故 $\dot{u}$ 及 u 的系数均为零, 而方程化为

$$\ddot{u} = 0$$

积分两次, 得

$$u = c_1 + c_2 t$$

代入 $x = x_1 u$, 即得通解

$$x = e^{s_1 t} (c_1 + c_2 t)$$

如果 $f(t)$ 具有 $e^{\alpha t} [P_l(t) \cos \beta' t + P_n(t) \sin \beta' t]$ 的形式, 则方程(1.1-1)的特解 x^* 可以采用待定系数法。

由尤拉公式将三角函数表示成指数函数的形式

$$\begin{aligned} f(t) &= e^{\alpha t} [P_l \cos \beta' t + P_n \sin \beta' t] \\ &= e^{\alpha t} \left[P_l \frac{e^{i\beta' t} + e^{-i\beta' t}}{2} + P_n \frac{e^{i\beta' t} - e^{-i\beta' t}}{2i} \right] \\ &= \left(\frac{P_l}{2} + \frac{P_n}{2i} \right) e^{(\alpha + i\beta')t} + \left(\frac{P_l}{2} - \frac{P_n}{2i} \right) e^{(\alpha - i\beta')t} \end{aligned}$$

设 l, n 中较大的数计作 m , 则 $(P_l/2 + P_n/2i)$ 是个 m 次多项式, 计作 P_m , $(P_l/2 - P_n/2i)$ 就是 P_m 的共轭多项式 $\overline{P_m}$, 则

$$\begin{aligned} f(t) &= P_m(t) e^{(\alpha + i\beta')t} + \overline{P_m}(t) e^{(\alpha - i\beta')t} \\ &= f_1(t) + f_2(t) \end{aligned}$$

其中: $f_1 = P_m e^{(\alpha + i\beta')t}$; $f_2 = \overline{P_m} e^{(\alpha - i\beta')t}$ 。

要求方程(1.1-1)的特解, 只要求出方程

$$\ddot{x} + p\dot{x} + qx = f_1$$

的特解 x_1^* 和方程

$$\ddot{x} + p\dot{x} + qx = f_2$$

的特解 x_2^* 就可以了。则方程(1.1-1)的一个特解就是

$$x^* = x_1^* + x_2^*$$

可设 $x_1^* = t^k Q_m e^{(\alpha + i\beta')t}$, 其中 k 是特征方程含有重根 $\alpha' + i\beta'$ 的次数, 等于 1 或 0。又 $f_2 = \overline{P_m} e^{(\alpha - i\beta')t} = \overline{f_1}$, 故与 x_1^* 共轭的函数 $x_2^* = t^k \overline{Q_m} e^{(\alpha - i\beta')t}$, 必然是方程 $\ddot{x} + p\dot{x} + qx = f_2$ 的特解。于是方程(1.1-1)的特解为

$$\begin{aligned} x^* &= x_1^* + x_2^* = t^k [Q_m e^{(\alpha + i\beta')t} + \overline{Q_m} e^{(\alpha - i\beta')t}] \\ &= t^k e^{\alpha t} [Q_m e^{i\beta' t} + \overline{Q_m} e^{-i\beta' t}] \end{aligned}$$

因为方括弧内的两项是共轭的, 相加后没有虚部, 则

$$x^* = t^k e^{a't} [R_m^{(1)}(t) \cos \beta't + R_m^{(2)}(t) \sin \beta't]$$

其中: $R_m^{(1)}$ 、 $R_m^{(2)}$ 是两个 m 次多项式。

特别地当 $f(t) = Ae^{a't} \cos \beta't$ 或 $f(t) = Be^{a't} \sin \beta't$ 时, 特解 x^* 可以表示为

$$x^* = t^k e^{a't} [D_1 \cos \beta't + D_2 \sin \beta't]$$

其中: D_1 、 D_2 是两个待定常数; 而 k 则按 $(a' + i\beta')$ 不是特征方程的根或是特征方程的单根, 依次取 0 或 1。

二、有阻尼系统的自由振动

单自由度有阻尼振动系统如图 1.1-1 所示, 其运动微分方程为

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (1.1-4)$$

设其通解为

$$x(t) = Xe^{st}$$

式中: X 、 s 为待定常数; X 为实数; s 为复数。将其代入式(1.1-4), 得

$$mXs^2 e^{st} x(t) + cXs e^{st} x(t) + kX e^{st} x(t) = 0$$

得特征方程为

$$ms^2 + cs + k = 0$$

则特征根

$$\begin{aligned} s_{1,2} &= \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \left(\frac{k}{m}\right)} \\ &= \left[-\frac{c}{2\sqrt{mk}} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2\sqrt{mk}}\right)^2 - 1}\right] \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \end{aligned}$$

式中设

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \xi = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

其中: ω_n 称为无阻尼自由振动频率(固有振动频率); ξ 称为粘滞阻尼因子或阻尼率。代入式(1.1-4), 则式(1.1-4)为

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n \dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = 0 \quad (1.1-5)$$

特征根为

$$s_{1,2} = (-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n$$

1. 当 $0 < \xi < 1$ 时(小阻尼情况), 得一对共轭复特征根

$$s_{1,2} = (-\xi \pm i\sqrt{1 - \xi^2})\omega_n$$

或

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm i\omega_d$$

式中: $\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n$ 称为有阻尼自由振动频率。将 s_1 、 s_2 代入式(1.1-5), 有

$$x(t) = X_1 e^{(-\xi\omega_n + i\omega_d)t} + X_2 e^{(-\xi\omega_n - i\omega_d)t}$$

根据 Euler 方程, 有

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} [(X_1 + X_2) \cos \omega_d t + i(X_1 - X_2) \sin \omega_d t]$$

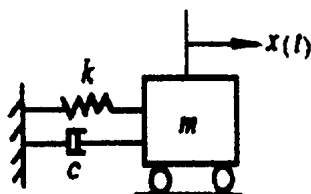


图 1.1-1 单自由度振动系统

$$= X e^{-\xi \omega_n t} \cos(\omega_d t - \psi)$$

式中: X 、 ψ 为由初始条件 x_0 、 v_0 确定的常数; X 为振幅; ψ 为初相位。且

$$X = \sqrt{x_0^2 + \frac{(v_0 + \xi \omega_n x_0)^2}{\omega_d^2}}$$

$$\psi = \arctan \frac{v_0 + \xi \omega_n x_0}{x_0 \omega_d}$$

当系统同时受到初始位移 x_0 和初始速度 v_0 作用时, 系统的响应是

$$x(t) = \frac{x_0}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi \omega_n t} \cos(\omega_d t - \psi) + \frac{v_0}{\omega_d} e^{-\xi \omega_n t} \sin \omega_d t \quad (1.1-6)$$

当 $\xi = 0$ 时, $x(t) = X \cos(\omega_n t - \psi)$, 此即无阻尼自由振动的运动形式。

这表明有阻尼系统的自由振动是一种减幅振动, 如图 1.1-2 所示。其振幅按指数规律衰减, 阻尼率 ξ 值越大, 振幅衰减越快。

2. 当 $\xi > 1$ 时(过阻尼情况)得两个实数特征根

$$s_{1,2} = (-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}) \omega_n$$

则有

$$x(t) = X_1 e^{s_1 t} + X_2 e^{s_2 t}$$

这时系统不产生振动, 很快就趋近于平衡位置, 如图 1.1-3 所示。从物理意义上讲, 表明阻尼较大时, 由初始激励输入系统的能量很快就被消耗掉了, 而系统来不及产生振动。

3. 当 $\xi = 1$ 时(临界阻尼情况), 得两个重根

$$s_1 = s_2 = -\xi \omega_n = -\omega_n$$

则有

$$x(t) = (A_1 + A_2 t) e^{-\omega_n t}$$

这种情况下的运动也是非周期性的, 以初始条件 x_0 、 v_0 代入上式, 消去 A_1 、 A_2 , 得

$$x(t) = e^{-\omega_n t} [x_0 + (v_0 + \omega_n x_0) t]$$

此外, 还有一种负阻尼($\xi < 0$)情况, 这时 $x(t)$ 表现为一种增幅振动。

三、有阻尼系统的简谐强迫振动

单自由度有阻尼强迫振动的微分方程为

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + kx(t) = F(t) = F \cos \omega t = kf(t) = kA \cos \omega t \quad (1.1-7)$$

式中: $F(t)$ 为谐波激励力, 具有力的量纲; 而 $f(t)$ 具有位移量纲。这样, 激励函数 $f(t)$ 与系统的响应 $x(t)$ 均具有位移量纲。为比较分析方便, 设

$$A = F/k$$

式中: A 是在与简谐激励力的力幅 F 相等的恒力作用下系统所产生的静位移。式(1.1-7)可以改为

$$\ddot{x}(t) + 2\xi \omega_n \dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = \omega_n^2 A \cos \omega t \quad (1.1-8)$$

设上式的特解为

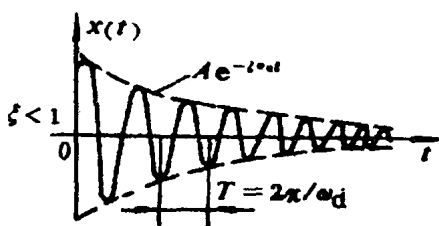


图 1.1-2 小阻尼系统的自由振动

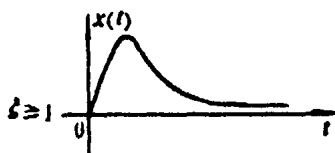


图 1.1-3 过阻尼系统的自由振动

$$x_p(t) = X' \cos(\omega t - \varphi)$$

代入微分方程(1.1-8),得

$$\begin{aligned} & X'[(\omega^2 - \omega_n^2)\cos\varphi + 2\xi\omega_n\omega\sin\varphi]\cos\omega t + \\ & X'[(\omega_n^2 - \omega^2)\sin\varphi - 2\xi\omega_n\omega\cos\varphi]\sin\omega t = \omega_n^2 A \cos\omega t \end{aligned}$$

上式对于任意时刻 t 都成立,因此等号两边 $\cos\omega t$ 和 $\sin\omega t$ 项的系数必须相等,即有

$$\begin{cases} X'[(\omega^2 - \omega_n^2)\cos\varphi + 2\xi\omega_n\omega\sin\varphi] = \omega_n^2 A \\ X'[(\omega_n^2 - \omega^2)\sin\varphi - 2\xi\omega_n\omega\cos\varphi] = 0 \end{cases}$$

以上两式联立,可解得

$$\begin{aligned} X' &= \frac{A}{\sqrt{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + (2\xi\omega/\omega_n)^2}} \\ \varphi &= \arctan \frac{2\xi\omega/\omega_n}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \end{aligned}$$

设该振动系统的齐次解为 $x_h(t)$,则单度强迫振动系统的响应即有阻尼自由强迫振动的解为

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, $x_h(t) \rightarrow 0$, 有 $x(t) = x_p(t) = X' \cos(\omega t - \varphi)$ 。

可见单自由度线性系统在谐波激励下的响应仍然是谐波,其响应频率与激励频率相等,振幅 X' 与激励的幅值 A 成正比,即

$$\begin{aligned} X' &= |H(\omega)| A \\ |H(\omega)| &= \frac{1}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2]^2 + (2\xi \frac{\omega}{\omega_n})^2}} \end{aligned} \quad (1.1-9)$$

设 $\gamma = \omega/\omega_n$, 称为频率比,则幅频特性

$$|H(\omega)| = \frac{1}{1 \sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + (2\xi\gamma)^2}}$$

相频特性

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{2\xi\gamma}{1 - \gamma^2}$$

其特性曲线如图 1.1-4 和图 1.1-5 所示。

讨论

(1) 激励频率很低时,即 $\gamma \ll 0$ 时 $|H(\omega)|$ 接近于 1,说明低频激励时的振动幅值接近于静态位移,这时动态效应很小,强迫振动这一动态过程可近似地用静变形过程来描述。

(2) 当激励频率 ω 很高,即 $\gamma \gg 1$ 时 $|H(\omega)| < 1$,且当 $\gamma \rightarrow \infty$ 时 $|H(\omega)| \rightarrow 0$,说明在高频激励下由于惯性的影响,系统来不及对高频激励作出响应,因而振幅很小。

(3) 在激励频率 ω 与固有频率 ω_n 在相近的范围内,即 $\gamma \approx 1$ 时, $|H(\omega)|$ 曲线出现峰值,说明此时动态效应很大。但在这一频率范围内 $|H(\omega)|$ 曲线随阻尼率 ξ 的不同有很大的差异,增大系统的阻尼对振动有很强的抑制效果。

(4) 将式(1.1-9)对 ω 求导并令其等于零,得 $|H(\omega)|$ 的极大值点为

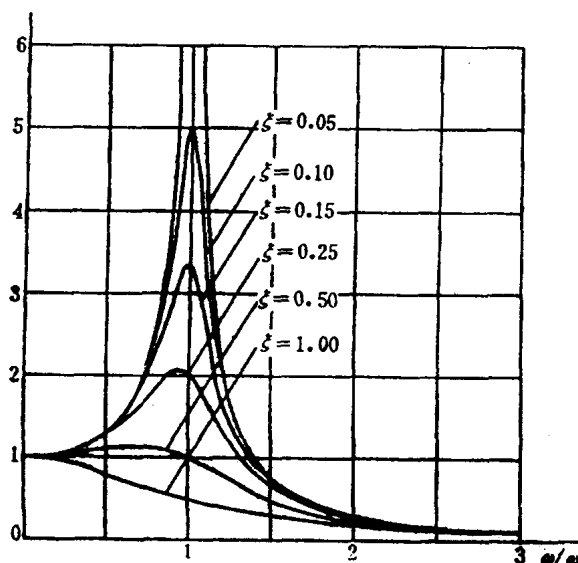


图 1.1-4 幅频特性曲线

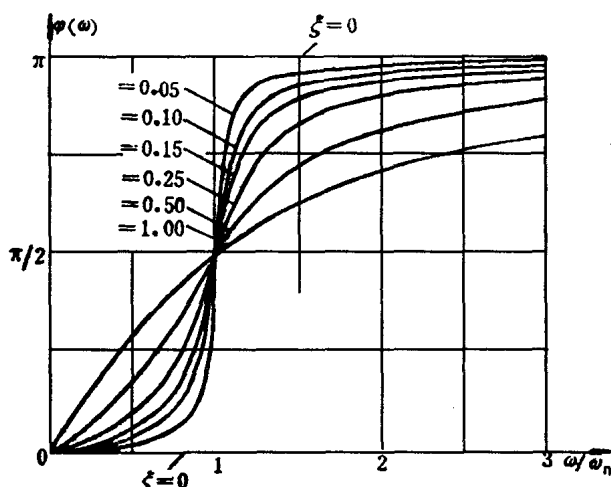


图 1.1-5 相频特性曲线

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

则 $|H(\omega)|$ 的极大值为

$$|H(\omega)| = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

当激励频率等于 ω_r 时, $|H(\omega)|$ 取极大值 $|H(\omega_r)|$, 这种情况下的强迫振动称为共振, ω_r 为共振频率。由于阻尼的存在, 共振并不发生在 ω_n 处, 而是发生在略低于 ω_n 处, 且随 ξ 的增大而向低频方向移动。当 $1 - 2\xi^2 < 0$ 即 $\xi > \sqrt{1/2}$ 时, ω_r 不存在, $|H(\omega)|$ 曲线无峰值, 且 $|H(\omega)| < 1$, 表示当阻尼系数 $\xi > 0.707$ 时, 系统不会出现共振, 且动态位移比静态位移小。

(5) 当 $\gamma \ll 1$ 时, $\varphi(\omega) \rightarrow 0$, 说明低频激励时的振动位移 $x(t)$ 与激励 $f(t)$ 之间几乎是同相的。当 $\gamma \gg 1$ 时, $\varphi(\omega) \rightarrow \pi$, 说明高频激励时的振动位移与激励几乎反相, 当 $\gamma \approx 1$ 时, $\varphi(\omega) \approx \pi/2$, 说明接近共振点时振动速度 $\dot{x}(t)$ 与激励 $f(t)$ 同相。

另外,当 $0 < \xi < 1$ 时,单自由度系统简谐强迫振动的响应为

$$x(t) = Ce^{-\xi\omega_n t} \cos(\omega_d t - \psi) + A |H(\omega)| \cos(\omega t - \varphi)$$

这里, ψ 与 φ 是两个不同的概念。初相位 ψ 表示系统自由振动在 $t=0$ 时刻的初始相位,它是由初位移与初速度的相对大小关系所决定的,而相位差 φ 反映响应相对于激励的相位滞后,它是由于系统具有惯性引起的。读者须知,外加激励对一个动态系统的作用,并不能立即改变系统的响应,而是通过激励效应的累积才引起效应的变化。

四、有阻尼系统的一般强迫振动

设单自由度系统的运动微分方程为

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) = kf(t)$$

1. 当 $f(t)$ 为周期函数时,将其展开为 Fourier 级数

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{p=1}^n \left(a_p \cos \frac{2\pi p}{T}t + b_p \sin \frac{2\pi p}{T}t \right)$$

$$\text{其中: } a_p = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos \frac{2\pi p}{T}t \cdot dt;$$

$$b_p = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin \frac{2\pi p}{T}t \cdot dt。$$

式中:频率为 $\omega_0 = 2\pi/T$ 的成分称为“基频”,而频率为 $n\omega_0$ ($n=2,3,\dots$) 的成分称为高次谐波。可见,激励 $f(t)$ 可以看出是由一系列谐波激励组成的。根据线性振动系统的叠加原理,系统在这些谐波的激励下其响应也是一系列谐波响应的叠加,即

$$x(t) = \frac{a_0}{2k} + \sum_{p=1}^{\infty} \left\{ |H(p\omega_0)| \cdot \frac{a_p}{k} \cos[p\omega_0 t - \varphi(p\omega_0)] + |H(p\omega_0)| \cdot \frac{b_p}{k} \sin[p\omega_0 t - \varphi(p\omega_0)] \right\}$$

式中

$$|H(p\omega_0)| = \frac{1}{\sqrt{[1 - (p\omega_0/\omega_n)^2]^2 + (2\xi p\omega_0/\omega_n)^2}}$$

$$\varphi(p\omega_0) = \arctan \frac{2\xi p\omega_0/\omega_n}{1 - (p\omega_0/\omega_n)^2}$$

讨论

(1) 对于周期为 T 的激励,由于基频 $\omega_0 = 2\pi/T$,则有 $x(t+T) = x(t)$,说明线性系统在周期性激励(不一定是谐波激励)下的响应仍然是周期函数,且响应的周期与激励的周期相同。

(2) 当以不同频率成分的谐波激励系统时,系统的放大倍数 $|H(p\omega_0)|$ 和相位差 $\varphi(p\omega_0)$ 均不同,这表明响应发生了波形畸变,只有当激励是谐波的情况下才不发生波形畸变。

(3) 当 $\xi=0$ 时,则有

$$H(p\omega_0) = \frac{1}{1 - (p\omega_0/\omega_n)^2}$$

由上式显见,当 $\omega_0 = \omega_n/p$ 时,即激励基频 ω_0 是系统固有频率 ω_n 的整数分之一时, $|H(p\omega_0)| \rightarrow \infty$ 。这表示单自由度系统在周期激励下的共振情况比简谐激励要危险得多。

2. 当 $f(t)$ 为单位脉冲函数 $\delta(t)$ 时,其定义为

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & (t \neq 0) \\ \infty & (t = 0) \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

从力学定义上看,单位脉冲函数描述了一个单位冲量,此冲量由一个作用时间极其短暂而幅值又极大的冲击力产生。因此,在 $t=0$ 时产生一个冲量为 1 的力 $f(t)$ 可表示为

$$f(t) = \delta(t)$$

振动系统的初始条件为,当 $x(0)=0, \dot{x}(0)=v_0=0$,即系统原来是静止的,而在 $t=0$ 时刻突然受到脉冲力 $f(t)=\delta(t)$ 的作用。由于该脉冲力作用的时间极其短促,因此可以将作用以后的时间化为 $t=0^+$,按冲量定理

$$m\dot{x}(0^+) - m\dot{x}(0) = 1$$

由于 $\dot{x}(0)=v_0=0$,因此得出结论:在脉冲力 $f(t)$ 作用以后,系统获得了一个初速度

$$\dot{x}(0^+) = v_0 = \frac{1}{m}$$

这表明, $f(t)=\delta(t)$ 在形式上虽然是一种过程激励,但由于这一过程激励的作用极短,其效果就相当于一个初始速度激励。由于速度是有限的,因而在由 0 到 0^+ 这样短暂的时间内来不及结果成为位移的变化,因此仍有 $x(0^+)=0$,将初始条件 $x(0)=0, \dot{x}(0)=1/m$ 代入式(1.1-6)得

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\xi\omega_n t} \sin\omega_d t$$

则系统的单位脉冲结果响应为

$$h(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ \frac{1}{m\omega_d} e^{-\xi\omega_n t} \sin\omega_d t & (t \geq 0) \end{cases} \quad (1.1-10)$$

3. 当 $f(t)$ 为一般函数时,可以采用 Fourier 变换法和脉冲响应函数法求解系统响应

(1) Fourier 变换法

对 $f(t)$ 进行 Fourier 变换,得

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$$

则激励 $f(t)$ 可以看作由一系列的谐波 $F(\omega) \cdot d\omega e^{i\omega t}$ 组成

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1.1-11)$$

系统对谐波分量 $F(\omega) \cdot d\omega e^{i\omega t}$ 的响应为

$$H(\omega) \cdot F(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega$$

则根据叠加原理得系统对非周期激励 $f(t)$ 的响应为

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \cdot F(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} H(f) F(f) e^{i2\pi ft} df \end{aligned}$$

Fourier 变换法的求解程序如图 1.1-6 所示。为了保证积分式(1.1-11)存在, $f(t)$ 函数需满足绝对收敛条件和 Dirichlet 条件。

(2) 脉冲响应函数法

先将激励函数 $f(t)$ 看作是一系列脉冲的组合, 考虑 τ 时刻的脉冲力为 $f(\tau) \cdot \Delta\tau \delta(t - \tau)$, 其中 $f(\tau) \Delta\tau$ 相当于冲量值。已知系统对于 τ 时刻的单位脉冲 $\delta(t - \tau)$ 的响应为 $h(t - \tau)$, 因此系统对于冲量为 $f(\tau) \Delta\tau$ 的脉冲力激励的响应为

$$f(\tau) \Delta\tau h(t - \tau)$$

再考虑任意时刻, 由于 t 时刻以前各时刻 τ 的脉冲力 $f(\tau) \cdot \Delta\tau \delta(t - \tau)$ 均会影响 t 时刻的响应 $x(t)$ 。因此, 系统在 t 时刻的响应 $x(t)$ 应是对于从 0 到 t 这段时间内各时刻 τ 的脉冲激励响应的叠加, 如图 1.1-7 所示。即

$$x(t) = \sum_{\tau=0}^t f(\tau) \Delta\tau h(t - \tau) d\tau$$

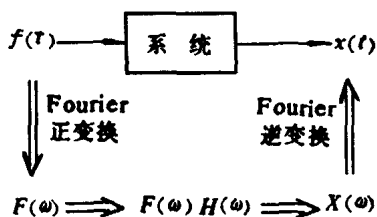


图 1.1-6 Fourier 变换法的求解程序

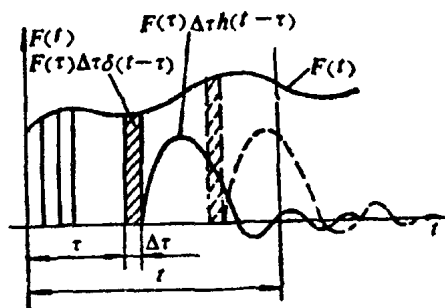


图 1.1-7 脉冲激励的系统响应

式中: τ 是积分变量。再令 $\Delta\tau \rightarrow 0$, 则上式的求和变为积分

$$x(t) = \int_0^t f(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

将式(1.1-10)代入上式得

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t f(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin\omega_d(t - \tau) d\tau$$

根据 Fourier 变换法得系统响应的频谱函数

$$X(\omega) = F(\omega) H(\omega)$$

而根据脉冲响应函数法得系统响应的时域函数

$$x(t) = f(t) \cdot h(t)$$

对上式进行 Fourier 变换, 得

$$X(\omega) = F(\omega) \cdot F\{h(t)\} \quad (1.1-13)$$

比较式(1.1-12)和式(1.1-13), 得

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt$$

反之, 有

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

即一个系统的单位脉冲响应函数 $h(t)$ 与其复数频率响应函数 $H(\omega)$ 之间存在 Fourier 正、逆变换的关系。

五、例题

例 1.1-1 一个质量为均匀半圆柱体在水平面上作无滑动的往复滚动,如图 1.1-8 所示。设圆柱体半径为 R ,重心在 c 点, $oc = r$,物体对重心的回转半径为 l ,试导出其运动微分方程。

解 设半圆柱体的角位移为 $\theta(t)$,该瞬时与水平面的接触点为 b ,对 b 点取矩

$$I_b \ddot{\theta}(t) + M_b = 0 \quad (a)$$

式中: I_b 为半圆柱体对 b 点的转动惯量; M_b 为重力产生的恢复力矩,由理论力学得

$$I_b = I_c + mbc^2 = m(l^2 + bc^2) \quad (b)$$

其中

$$\bar{bc}^2 = r^2 + R^2 - 2rR\cos\theta(t) \quad (c)$$

而 $M_b = mgr \cdot \sin\theta(t)$ 。

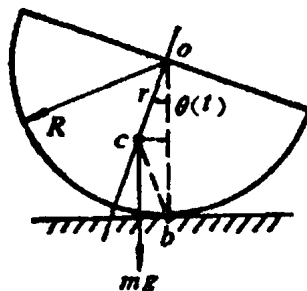


图 1.1-8 往复滚动的均匀半圆体

将式(b)、(c)、(d)代入式(a),整理得运动微分方程

$$m[l^2 + r^2 + R^2 - 2rR\cos\theta(t)]\ddot{\theta}(t) + mgr \cdot \sin\theta(t) = 0$$

考虑到微小振动时,有

$$\begin{aligned} \cos\theta(t) &\approx 1 \\ \sin\theta(t) &\approx \theta(t) \end{aligned}$$

则运动微分方程为

$$[l^2 + (R - r)^2]\ddot{\theta}(t) + gr\theta(t) = 0$$

例 1.1-2 图 1.1-9 为机床凸轮进给机构的简化模型, m 代表滑台及其上刀架的质量, k 、 c 分别为切削刚度和阻尼, k_1 为驱动系统的刚度。凸轮使顶杆 D 沿水平线作周期运动,运动规律为锯齿波。已知凸轮的升程为 0.02 m,凸轮转速为 60 r/min,试求质块的强迫振动 $x(t)$ 。

解 由题意知顶杆 D 的运动规律,即外界位移激励 $f(t)$ 的规律为

$$f(t) = \begin{cases} 2 + \frac{2}{T}t & (-\frac{T}{2} \leq t \leq 0) \\ \frac{2}{T}t & (0 < t \leq \frac{T}{2}) \end{cases}$$

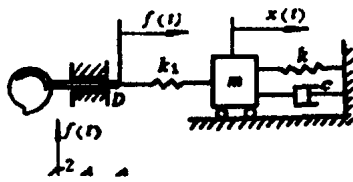


图 1.1-9 机床凸轮进给机构

由凸轮转速 60 r/min 得激励周期 $T = 1$ s,将 $f(t)$ 展开为傅里叶级数

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{p=1}^{\infty} [a_p \cos \frac{2\pi p}{T}t + b_p \sin \frac{2\pi p}{T}t]$$

其中

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt = \frac{2}{T} \left(\int_{-\frac{T}{2}}^0 (2 + \frac{2}{T}t) dt + \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{2}{T}t dt \right) = 2$$

$$a_p = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cdot \cos \frac{2\pi p}{T}t dt = \frac{2}{T} \left(\int_{-\frac{T}{2}}^0 (2 + \frac{2}{T}t) \cdot \cos \frac{2\pi p}{T}t dt + \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{2}{T}t \cdot \cos \frac{2\pi p}{T}t dt \right) = 0$$

$$b_p = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cdot \sin \frac{2\pi p}{T} t dt =$$

$$\frac{2}{T} \left[\int_{-\frac{T}{2}}^0 \left(2 + \frac{2}{T}t\right) \cdot \sin \frac{2\pi p}{T} t dt + \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{2}{T}t \cdot \sin \frac{2\pi p}{T} t dt \right] = -\frac{2}{\pi p} \sin 2\pi p t$$

则

$$f(t) = 1 - \frac{2}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p} \sin 2\pi p t = 1 - \frac{2}{\pi} \left(\sin 2\pi t + \frac{1}{2} \sin 4\pi t + \frac{1}{3} \sin 6\pi t + \cdots \right)$$

根据图 1.1-9, 其运动微分方程为

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = k_1[f(t) - x(t)]$$

经整理有

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + (k_1 + k)x(t) = k_1 - \frac{2k_1}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p} \sin 2\pi p t$$

则系统的强迫振动

$$x(t) = \sum_{p=1}^{\infty} |H(p\omega_0)| A_p \sin(2\pi p t - \varphi_p)$$

$$|H(p\omega_0)| = \frac{k_1}{k + k_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{2\pi p}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{4\xi\pi p}{\omega_n}\right)^2}}$$

$$\varphi_p(p\omega_0) = \arctan \frac{4\xi p\pi/\omega_n}{1 - (2p\pi/\omega_n)^2}$$

则

$$x(t) = \frac{k_1}{k_1 + k} \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{2p\pi}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{4\xi p\pi}{\omega_n}\right)^2}} \cdot \sin(2p\pi t - \varphi_p) \right\}$$

例 1.1-3 求单自由度无阻尼系统对图 1.1-10 所示的矩形脉冲 $F(t)$ 的响应 $x(t)$ 。

解 设 $kf(t) = F(t)$, 则 $f(t) = \frac{1}{k}F(t)$ 。

则激励函数

$$f(t) = \begin{cases} F_0/k & |t| > T \\ 0 & |t| < T \end{cases}$$

先检查 $f(t)$ 是否绝对收敛

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)| dt = \int_{-T}^T \frac{F_0}{k} dt = \frac{2F_0}{k}T$$

上述积分收敛, 故可用 Fourier 变换求解, 则

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} dt = \frac{F_0}{k} \int_{-T}^T e^{-i\omega t} dt$$

$$= \frac{F_0}{i\omega k} (e^{i\omega T} - e^{-i\omega T}) = \frac{2F_0 \sin \omega T}{\omega k}$$

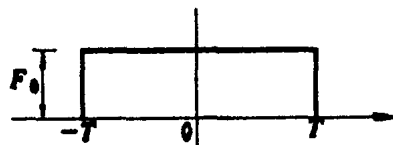


图 1.1-10 矩形脉冲激励