

非线性控制系统分析

[英] J. C. 威斯特著 徐俊荣译

上海科学技术出版社



英 J. C. 威斯特 著

徐俊荣 译

非綫性控制系統分析

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书討論非綫性控制系統的工程分析方法。主要論述相平面法、描述函数法和随机信号测试法。对各种方法进行了一定的比較和联系。

本书可供自动控制专业的大专师生和有关工程技术人员参考。

ANALYTICAL TECHNIQUES FOR NON-LINEAR CONTROL SYSTEMS

John C. West

The English Universities Press Ltd., 1960

非綫性控制系統分析

徐 俊 榮 譯

上海科学技术出版社出版 (上海瑞金二路 450 号)
上海市书刊出版业营业许可证出 093 号

上海市印刷四厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 850×1168 1/27 印张 7 17/27 排版字数 180,000
1964 年 8 月第 1 版 1964 年 8 月第 1 次印刷 印数 1—5,000

統一書号 15119·1781 定价(科七) 1.30 元

原 序

本书討論有关閉环自动控制系统工作特性的分析問題。在电气-机械系统的动态分析中一定会牵涉到微分方程,而且在研究实际自动控制系统时所遇到的方程式往往不一定有数学解。目前这类系统在理論上的广泛发展是以綫性微分方程为基础的,这些方程式的适用程度只是近似的,但是对它們求解却很容易;这种“綫性”理論的基础是应用了拉普拉斯和海維賽特运算微积,以及傳遞函数的分析法。

对于一阶和二阶非綫性微分方程的数学研究,从十九世紀就已开始,当时的题目为“非綫性力学”,其中大部分內容对分析伺服机械來說是有用的。

一般讲,常常会牵涉到高于二阶的非綫性微分方程,而这类方程不知道可用什么数学方法求解。本书就是针对这类情况写的,并将着重討論工程分析方法。本书的題材是从现实观点出发来考虑的,因此选择了一些以物理概念为基础的近似法,而不以数学的严密性为依据。整个內容貫串着这样一种态度,即任何比在純粹綫性假定下所能获得的更近似的尝试,都可认为是有价值的,問題只要能增进对实际設備工作情况的理解。虽然本书大部分內容是理論性的,但是都曾在实际非綫性系统和电子模拟装置上进行过試驗,所以是有所根据的。

在非綫性特性不作規定的情形下,要从一种理論得出一般性的結論是不大可能的,因此就可能把題材降低成为記載各种不同系统的唯一解法的一本目录。本书打算把一些普遍采用的分析方法加以改进,但是用来说明这些方法的例子,当然是为了工程目的而研究的几种特殊系统。

目前,在这領域內存在着大量不同类型的非綫性系统研究工作,因此要編集一本研究成果的小册子几乎是不可能的。由于这原因,就不打算广泛介紹文献,而只涉及一些主要的文章,在这些文章中所用的分

析方法是比較普遍的,而且希望发展成为解决問題的一般方法。

这本书主要是为那些希望具备比綫性自动控制系統的經典理論較高知識的控制工程工作者写的。所以估計讀者对綫性伺服机械的基础理論都是知道的,但对非綫性微分方程并不一定很熟练。

作 者

目 录

原 序

第一章 緒 論	1
1-1 理論的发展史	1
1-2 非綫性特性	1
1-3 非綫性分析方法	2
第二章 負反饋	3
2-1 綫性理論概述	3
2-2 非綫性放大器	4
2-3 作图法	6
2-4 頻率响应特性	10
第三章 綫性电路分析的复习	11
3-1 引 言	11
3-2 迭加原理	12
3-3 暂态行为和运算微积	13
3-4 迭加积分	14
3-5 稳态頻率响应特性	16
3-6 正弦波响应与脉冲响应間的关系	17
3-7 能量和功率	19
3-8 綫性系統的頻譜	20
3-9 平均輸出功率	21
第四章 相平面分析法	22
4-1 簡單的綫性系統	22
4-2 临界阻尼情形	26
4-3 一般綫性情形	29
4-4 非綫性系統	30

4-5	变换成标准形式	33
第五章	饱和效应	35
5-1	继电器系统的工作状况	35
5-2	带有速度反馈的继电器系统	40
5-3	带有饱和的线性控制系统	42
5-4	相位超前锁定	47
5-5	利用瞬时速度反馈锁定的系统	51
第六章	非线性元件的利用	57
6-1	误差限制	57
6-2	临界界限	60
6-3	最佳暂态响应行为	61
6-4	误差符号-误差模方根(Serme)系统	65
6-5	有力矩限制时饱和的效应	67
6-6	误差积分受限制的控制	71
第七章	非线性特性和直线近似法	73
7-1	三次方特性	73
7-2	直线近似法	78
7-3	硬弹簧特性的直线近似	78
7-4	在先后各段线性界线上的等倾线	81
第八章	持续振荡	84
8-1	引言	84
8-2	线性系统中的振荡	85
8-3	非线性系统	89
8-4	应用描述函数的简单例子	93
8-5	线性近似法的合法化	96
8-6	一些特殊非线性的描述函数	97
第九章	描述函数的应用	100
9-1	饱和的一般效应	100
9-2	瞬时速度反馈	101
9-3	积分控制系统	103

9-4	频率响应特性的确定	105
9-5	简单系统的频率响应特性	107
9-6	“跳跃”现象	111
第十章	双输入描述函数	114
10-1	考虑双输入的需要	114
10-2	双输入描述函数	115
10-3	增量频率响应轨迹	118
第十一章	双输入描述函数的应用	124
11-1	双输入描述函数的解释	124
11-2	稳定工作区域	126
11-3	分谐波振荡	127
11-4	谐波含量的确定	132
11-5	两个非线性	133
第十二章	随机信号测试	136
12-1	引言	136
12-2	幅度概率密度分布	137
12-3	概率分布的一阶和二阶矩	142
12-4	两个信号之和的概率分布	145
12-5	非线性对幅度概率密度的效应	146
第十三章	系统在随机输入下的响应特性	149
13-1	非线性元件的等效增益	149
13-2	在有噪音时随机信号的等效增益	153
13-3	功率频谱密度	154
13-4	等效增益系统的响应特性	157
13-5	具有硬弹簧型非线性的一阶系统	158
13-6	带有饱和的二阶系统	160
13-7	混杂的信号和噪音	163
第十四章	频谱畸变分析	165
14-1	引言	165
14-2	相关函数	166

14-3 特种畸变.....	169
----------------	-----

附 录

I 线性二阶系统相平面方程式的解.....	175
II A. 相位超前系统的暂态响应特性	179
B. 相位超前网络在不同输入函数下的响应特性	180
III 傅里叶级数.....	182
IV 双输入描述函数的增益.....	185
V 产生某种信号频率的可能组合.....	188
VI 两个高斯信号之和.....	190
VII 等效增益的普遍情形.....	192
参考文献	193
中英术语对照	197

緒 論

1-1 理論的發展史

自動機械的歷史可能在三百年前就已開始，但是直到第二次世界大戰期間，卻沒有見到過完整的自動控制理論。近十年來，有關這題目的教科書已出版了七十多種^[1]。這門新興學科還在迅速發展。要建立一種完整而廣泛的自動控制理論，其中包括綜合和分析，只有在線性的假定下才可能。線性控制理論現在已成為公認的一門工程學科。

近年來，人們對在實踐中發現的非線性對系統工作特性的效應，開始日益感到興趣。大家想知道為什麼在許多場合用簡單的線性理論能很準確地斷定非線性系統的工作特性；又想知道什麼時候線性理論是失效的。非線性控制系統的研究是從非線性微分方程這個數學分支分出來的，但又有相當大的差別，後者就是所謂非線性力學，而且大約已有一百多年歷史。在自動控制領域中的早期工作是由 P. J. Daniel^[58] 和 A. Tustin^[58, 50] 在第二次世界大戰期間開始的。特別是 Daniel 所提出的基諾波法乃是目前普遍應用的描述函數法的先驅。

1-2 非線性特性

考慮非線性元件在控制系統工作中的作用，不能認為是對線性分析理論的精煉，因而只有學術性的意義。已經證明，這種考慮有很大的實際意義，它使理論更接近真實情況；而且在線性假定下不能說明的許

多現象現在都可以解釋了。

用數學方法研究非綫性系統是非常困難的，而且往往不值得這樣做。工程人員必須發展各種偏重於物理直覺和機械見解的近似分析法，而不在于數學的嚴密性。有時，這些近似法是粗糙而原始的；但是，如果能從這些近似法得到以前從未獲得的解答，那就是有價值的。

非綫性控制系統的分析還處於早期階段。不論從數學和物理觀點看，都需要創造和發明，才能把這課題進一步發展。

1-3 非綫性分析方法

可能的非綫性特性種類是無窮無盡的，但是本書的宗旨不是想把不同特性的研究結果編成一本目錄。事實上討論的只是少數幾種非綫性特性。目的在於論述一些已經獲得發展的而且看來能適用於大多數系統的方法。

我們討論三種主要的分析形式。首先討論系統在階躍輸入下的行為。其中將介紹“相平面”的觀念，主要只限於“二階”系統。這方法又推廣用來研究高階系統，並對相平面在此情形下的作用作了說明。第二種形式是在正弦測試信號輸入下的穩態行為的分析。其中將介紹各種有關非綫性系統穩定性的新的基本觀念，並將說明許多非綫性現象。

最後討論的是系統行為的統計分析法。這時輸入信號是一種隨機函數，它的統計性質是和實踐中在系統上所加信號的統計性質相同的。這方法對非綫性分析來講是很新的，因此決不是已達到了定論。

負反饋

2-1 綫性理論概述

假定在某种特殊应用中需要一个增益“ a ”的放大器。很可能一个具有所需增益的简单放大器，它的增益不够稳定，增益“ a ”的数值会随着老化、温度、负载或任何其他的变化性扰动而超出允许的变化范围。这时如在放大器上跨接负反馈就能使增益稳定。

图1所示是某一反馈系统的方框图。有增益“ a ”的原始放大器的输入信号 x 和输出 e_0 间的关系为

$$e_0 = ax \quad (2-1)$$

另一附加放大器的增益为 G ，它的输入和输出信号分别为 e 和 x

$$x = Ge \quad (2-2)$$

信号 e_0 通过无源网络 β 进行反馈，并构成反馈信号 βe_0 。

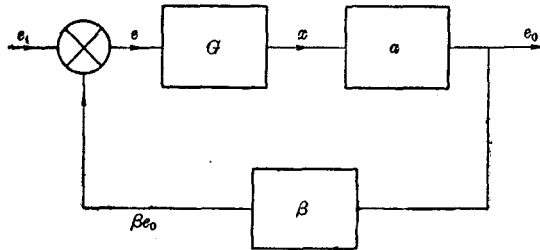


图1 基础性反馈系统

比較器或誤差檢測器在图中用一个圓圈表示，它的供給信号包括輸入信号 e_i 和反饋信号 βe_o ，并形成另一信号

$$e = e_i - \beta e_o \quad (2-3)$$

我們希望整个系統能象一个具有增益“ a ”的放大器一样工作，而它的可靠性能有所改善。合并式(2-1)和(2-2)，得

$$e_o = aGe$$

利用这方程可将式(2-3)中的 e 消去，并得

$$e_o(1 + aG\beta) = aGe_i \quad (2-4)$$

如果因子 $aG\beta$ 很大，举例說大于 100（在实际情况下可能比这数值还要大几倍），則可略去括号内的 1，上式就成为

$$e_o = \frac{1}{\beta} e_i \quad (2-5)$$

于是，系統的增益就实际上与 G 和“ a ”的数值无关，而仅取决于简单无源网络的傳遞函数 β 。所以它的增益将比原始放大器更为稳定。

要求总的增益仍然是“ a ”；所以

$$\beta = 1/a \quad (2-6)$$

当式(2-4)中的 β 取这数值时，总的增益就成为

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{aG}{1 + G} \quad (2-7)$$

由此可見，附加放大器的增益愈大，总的增益愈接近于“ a ”。

2-2 非綫性放大器

假定原来放大器的非綫性特性将引起不允許的畸变。可以証明，采取同样的負反饋措施也能减小畸变。

設原来放大器的幅度特性如图 2 所示，并可用下式表示

$$e_o = y = f(x) \quad (2-8)$$

坐标原点的斜率代表所需的增益“ a ”，即对小的 x 值讲

$$\frac{df(x)}{dx} = f'(x) = a$$

并如图 3 所示。

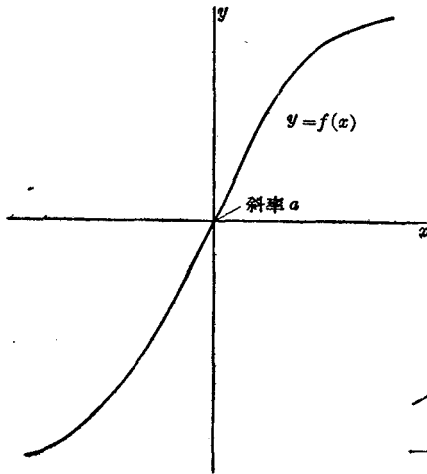


图2 一种非线性特性

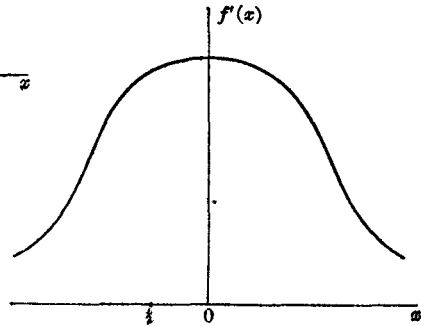


图3 非线性的斜率特性

整个系统仍然可用图1来表示,但这时放大器的“ a ”是非线性的。

从式(2-2)和(2-3)可得非线性特性的输入信号为

$$x = Ge_i - G\beta e_o \quad (2-9)$$

因此

$$e_o = f(Ge_i - G\beta e_o)$$

对 e_i 微分,得

$$\frac{de_o}{de_i} = \frac{df}{dx} \cdot \frac{dx}{de_i} = f'(x)G \left(1 - \beta \frac{de_o}{de_i}\right)$$

因此

$$\frac{de_o}{de_i} = \frac{Gf'(x)}{1 + \beta Gf'(x)} \quad (2-10)$$

所以如果在工作幅度下, $\beta Gf'(x)$ 比1大得多,则所得的斜率就趋近于

$$\frac{de_o}{de_i} = \frac{1}{\beta}$$

上式所代表的是一种线性特性。

图3表明在大的 x 值下 $f'(x)$ 趋近于零,因此不管 G 的数值怎样大,因子 $\beta Gf'(x)$ 最后必然变成很小,因此, $\frac{de_o}{de_i}$ 将趋向零。

在非线性特性前的巨大增益 G 的效应,就是使总的增益在 x 的很

寬變化範圍內保持不變。 G 的數值愈大，則能獲得綫性運行的 x 和 e_0 的範圍愈寬。但是，要是曲綫 $y=f(x)$ 真的有飽和，而在某一信號幅值以上 $f'(x)=0$ ，則對這種特殊的非綫性採用有限的 G 值不能得到校正。

所以，負反饋只能在飽和極限以內消除非綫性的效應。這一點通過特殊例子才能更好地理解。

2-3 作圖法

我們在實踐中發現，非綫性特性很難用解析式來表示，而用圖示法則比較適宜。如果輸入 e_i 是固定的，則在這輸入下聯繫非綫性輸出 e_0 的有二個表达式。第一個是非綫性元件的“幅度”特性，可繪成圖 2 所示的曲綫形式。第二個就是式 (2-9)，這方程可在以 e_0 和 x 為坐標（並取 e_i 為常數）的圖上繪成一條直綫。這直綫也可以繪在 $f(x)$ 的同一圖上，從它們的交點可得出在所選定的 x_i 值下的 e_0 值，如圖 4 所示。直綫的斜率為 $-1/G\beta$ ，與橫軸交於 Ge_i 點。這樣可作出一族平行的直綫，其中每一條代表輸入信號的一個不同數值。

在這種作圖法中^[4]，非綫性元件輸入和輸出信號間的兩種關係曲

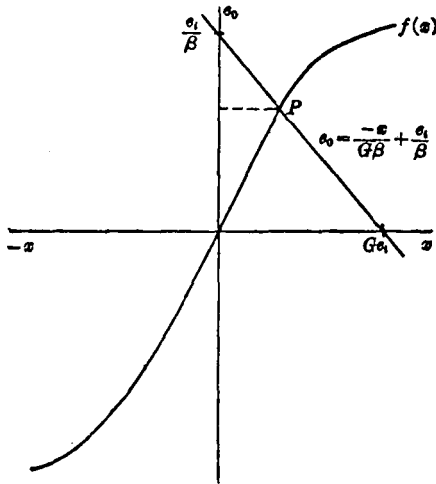


圖 4 非綫性反饋工作狀況的作圖法

綫被迭繪在一起,其中一条曲綫代表非綫性本身,而另一曲綫則为其余的綫性反饋环路部分。在含有受頻率影响的元件的較复杂系統中,这种方法是广泛采用的。

1. 飽和特性 第一个例子是用来说明:图5所示的飽和形式特性在即使增益 G 不很大时的效应,在图5中当輸出水平达 ± 10 时将完全飽和。綫性部分的斜率为2,因此

$$\alpha = 2$$

$$\beta = \frac{1}{2}$$

設 $G=10$, 直綫方程式将为

$$e_0 = -\frac{x}{5} + 2e_i$$

在图5中繪有 e_i 分别为 0、1、2、3 等数值时的各条直綫。由这种直綫与曲綫的交点可得出相应的工作点 (e_0, e_i) 。将这些点繪在图6上,由图可見,在飽和范围以内的曲綫部分更接近直綫。如取更大的 G 值,綫性程度将更进一步改善。可以看出,特性的斜率不是一下就能想象到

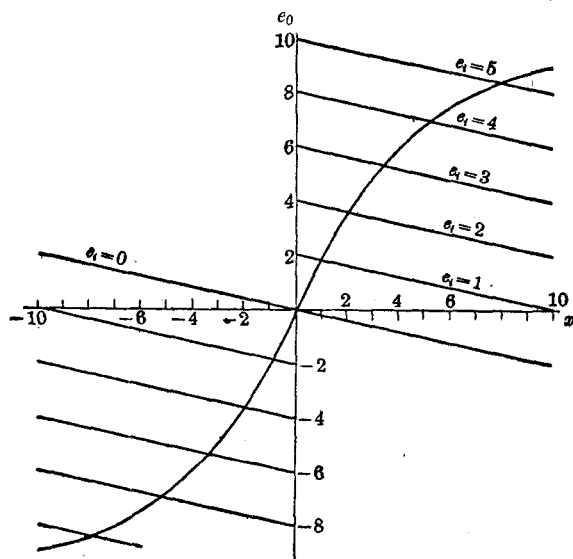


图5 飽和型非綫性特性

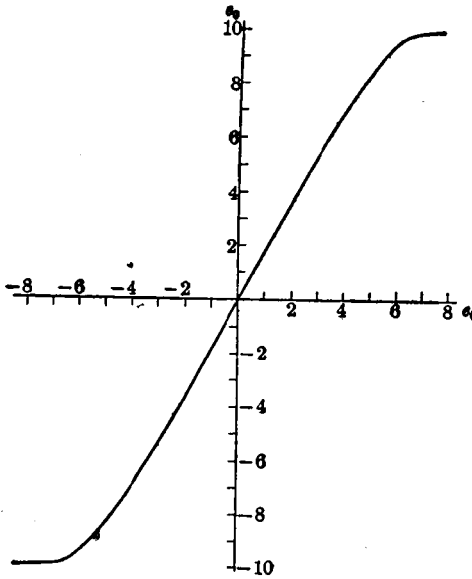


图6 反饋对图5特性的效应

的为2。因为 G 的值仅取为10时，式(2-10)中因子 $\beta G f'(x)$ 的大小与1相比还不能略去。所以，在原点附近的斜率将由精确式(2-10)决定

$$\frac{de_o}{de_i} = \frac{20}{1+10} \approx 1.82$$

因为这增益比照原来特性讲，可在 e_o 的更宽范围内维持不变，然后将较小的输入信号水平下达到饱和。

2. 磁滞特性 第二个例子是用来说明：非线性特性的线性化效应的，这里的非线性不象第一个例子那么简单，它在某一工作范围内，对同一输入数值讲可得到两种可能的输出值，真正的输出值与前面的输入数值有关。设某一磁滞特性如图7所示，回环侧边的斜率为2。同第一个例子一样， G 和 β 取10和 $\frac{1}{2}$ 。由图可见，现在这情形下直线可能与磁滞特性交于两点。 e_o 和 e_i 间的关系如图8所示。有两个重要因素需着重指出。第一，原来图7特性的两种不同斜率已更接近相等。第二，磁滞特性的宽度缩小了。

在许多实际应用中，磁滞的不良效应可利用局部负反馈来减弱。