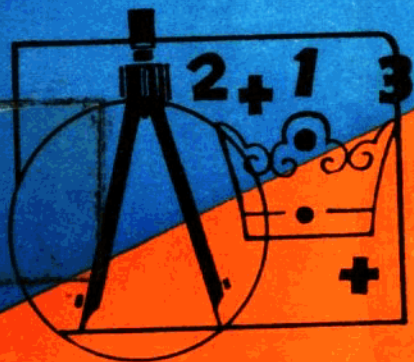


发明——现代与未来

数学纵横谈



新蕾出版社

现代与未来

发明——现代与未来

数学纵横谈

蔡 上 鹤



0000069696

342249

新 蕾 出 版 社

责任编辑：赵 颖

发明——现代与未来

数学纵横谈

蔡上鹤 编著

•

新华出版社出版

天津新华印刷四厂印刷

新华书店天津发行所发行

开本787×1092毫米 1/32 印张5.75 插页2 字数99,000

1989年4月第1版 1989年5月第1次印刷

印数：1—6,000

ISBN 7-5307-0417-6/N·10

定 价：1.85 元

发明——人类先进和文明 的必由之路

写在《发明——现代与未来》出版之前

新蕾出版社在国庆40周年、建社10周年之际，向广大读者奉献了这套《发明——现代与未来》丛书。

《发明——现代与未来》包括有《数学纵横谈》、《物理博采篇》、《化学觅踪集》、《天文探奇记》、《生物启示录》五册。它以生动的故事，丰富的史料，向读者展现了上述五个学科中的知识、概念、定义和定理产生的背景、发现过程，及科学家锲而不舍的求索精神，使广大青少年领略了科学研究、探索、发明和发现的甘甜蜜辣，并启人心智，激发广大青少年的学习兴趣，点拨他们的创造潜能。

细读每册篇目，既配合了中学理科教学，帮助中学生巩固课堂学到的基础概念，又开阔视野，丰富知识；而统观丛书，尽管涉及到的只是中学阶段的知识，但却能使读者看到科学发明中的艰难历程，科学家们奇思异想、独立思考、勇于拼搏的步步足迹。

发明——过去的、现代的及未来的发明，几乎带有诱人 and 神秘的色彩。掩卷深思，不难从中悟出这样的道理：它是人类走向先进和文明的必由之路。不难设想，如果没有过去

那些科学家们的幻想、求索、成功，乃至失败的经验，就使难有当今世界的物质文明。从这个意义上看，科学发明确实是社会发展的钥匙。

如今，科学的发展，已经扩展到更广阔的宇宙空间，深入到更精细的微观世界。在中学课堂里学习的青少年，是未来的主人，是高度现代化的建设者。他们一定会在前人的基础上，用自己的知识去探索更为文明、更为神奇的未来，去摘取科学研究中的桂冠和金牌，为人类开创更为美好、更为舒适的生活环境。

愿更多的青少年在本书的启迪下，让智慧的潜能，发出奇光异彩、灿烂光华。

周培源

1988年12月

目 录

数的诞生.....	(1)
谈谈罗马数字.....	(4)
十进制的胜利.....	(7)
多才多艺的60.....	(12)
$+$ $-$ $\times$ $\div$ 的由来.....	(15)
神奇的幻方.....	(18)
分数和小数来到人间.....	(22)
我国古代的正负数.....	(26)
0 颂.....	(29)
代数最早的意义.....	(32)
数学巨著——《九章算术》.....	(36)
博学多才的祖冲之.....	(39)
方程和语言.....	(42)
牛顿的“吃草的牛数问题”.....	(46)
丢番都的墓碑之谜.....	(50)
阿基米德如何算出王冠的成分.....	(54)
韩信点兵和不定方程.....	(57)
挑三李四橄榄七.....	(61)

十万马克悬赏证明的“定理”	(65)
400多年前的数学竞赛	(68)
多产数学家杨辉	(72)
幂的趣话	(76)
几何, 由测地学兴起	(80)
无理数的发现和代价	(83)
虚数出现了	(87)
金字塔与三角形	(91)
数学思想的一大进步——证明	(94)
勾股定理——中国数学史上的伟大成果	(97)
整勾股数组	(100)
正方形与圆	(103)
益智图	(106)
“对数”在数学中的贡献	(109)
用三个2表示任意自然数	(112)
笛卡儿和他的坐标系	(116)
函数概念, 数学中的辩证法	(119)
三角简史	(122)
刘徽与他的“割圆术”	(125)
巧合与必然	(128)
单侧的默比乌斯带	(132)
四色地图定理	(135)
哥尼斯堡七桥问题	(138)

0.618法与黄金分割	(141)
“线性规划”浅谈	(145)
从田忌赛马谈到对策论	(148)
“虎”口余生	(151)
营址最优策略	(154)
什么是哥德巴赫猜想	(157)
二进制和电子计算机	(160)
“统筹方法平话”的引子	(163)
奇妙的逻辑代数	(167)
算盘、计算尺、计算机	(170)
电子计算机的未来	(173)
各门科学的数学化	(176)

数的诞生

数学——自然科学之父，起源于用来计数的自然数的伟大发明。

若干年以前，人类的祖先为了生存，往往几十人在一起，过着群居的生活。他们白天共同劳动，搜捕野兽、飞禽或采集果薯食物；晚上住在洞穴里，共同享用劳动所得。在长期的共同劳动和生活中，他们之间逐渐到了有些什么非说不可的地步，于是产生了语言。他们能用简单的语言夹杂手势，来表达感情和交流思想。随着劳动内容的发展，他们的语言也不断发展，终于超过了一切其他动物的语言。其中的主要标志之一，就是语言包含了算术的色彩。

人类先是产生了“数”的朦胧概念。他们狩猎而归，猎物或有或无，于是有了“有”与“无”两个概念。连续几天“无”兽可捕，就没有肉吃了，“有”、“无”的概念便逐渐加深。

后来，群居发展为部落，部落由一些成员很少的家庭组成。所谓“有”，就分为“一”、“二”、“三”、“多”等四种（有的部落甚至连“三”也没有）。任何大于“三”的数量，他们都理解为“多”或者“一堆”、“一群”。有

些酋长虽是长者，却说不出他捕获过多少种野兽，看见过多少种树。如果问巫医，巫医就会编造一些词汇来回答“多少种”的问题，并煞有其事地吟诵出来。然而，不管怎样，他们已经可以用双手说清这样的话（用一个指头指鹿，三个指头指箭）：“要换我一头鹿，你得给我三枝箭。”这是他们当时仅有的算术知识。

大约在1万年以前，冰河退却了。一些从事游牧的石器时代的狩猎者在中东的山区内，开始了一种新的生活方式——农耕生活。他们碰到了怎样记录日期、季节，怎样计算收藏谷物数、种子数等问题。特别是在尼罗河谷、底格里斯河与幼发拉底河流域发展起更复杂的农业社会时，他们还碰到交纳租税的问题。这就要求数有名称，而且计数必须更准确些，只有“一”、“二”、“三”、“多”，已远远不够用了。

底格里斯河与幼发拉底河之间及两河周围，叫做美索不达米亚，那儿产生过一种文化，与埃及文化一样，也是世界上最古老的文化之一。美索不达米亚人和埃及人虽然相距很远，但却以同样的方式建立了最早的书写自然数的系统——在树木或者石头上刻痕划印来记录流逝的日子。尽管数的形状不同，但又有共同之



处，他们都是用单划表示“一”。

后来（特别是以村寨定居后），他们逐渐以符号代替刻痕，即用1个符号表示1件东西，2个符号表示2件东西，依此类推，这种记数方法延续了很久。大约在5000年以前，埃及的祭司已在一种用芦苇制成的草纸上书写数的符号，而美索不达米亚的祭司则是写在松软的泥板上。他们除了仍用单划表示“一”以外，还用其它符号表示“十”或者更大的自然数；他们重复地使用这些单划和符号，以表示所需要的数字。

公元前1500年，南美洲秘鲁印加族（印第安人的一部分）习惯于“结绳记数”——每收进一捆庄稼，就在绳子上打个结，用结的多少来记录收成。“结”与痕有一样的作用，也是用来表示自然数的。根据我国古书《易经》的记载，上古时期的中国人也是“结绳而治”，就是用在绳上打结的办法来记事表数。后来又改为“书契”，即用刀在竹片或木头上刻痕记数，用一划代表“一”。直到今天，我们中国人还常用“正”字来记数，每一划代表“一”。当然，这个“正”字还包含着“逢五进一”的意思。

不过，“结绳”除了可以记载外，由于“结”在绳上，还有几何上的作用，下面我们还要讲到。

谈谈罗马数字

公元前500年左右，罗马人还处于文化发展的初期，他们用手指来计数——伸出1个、2个、3个手指分别表示1件、2件、3件东西，伸出1只、2只手分别表示5件、10件东西。后来，他们逐渐用符号来代替手和手指——用符号I代替1个手指，用符号V代替1只手，用符号X（相当于将一个正写的V和一个倒写的Λ叠在一起）代替2只手。为了表示更多的数，他们又用符号L、C、D、M分别表示50，100，500，1000，并确定了以下三条表示数的原则：

（1）“重复写，表叠加”。这就是说，将某符号重复写 n ($n \leq 3$) 次，相当于把 n 个该符号所表示的数叠加。例如，XXX表示将3个10叠加，就是30；MM表示将2个1000叠加，就是2000。

（2）“右边加，左边减”。如果在表示大数的符号的右边附写表示小数的符号，那么相当于用大数加上小数。例如：VI表示5加上1，就是6；XXII表示20加上2，就是22；DC表示500加上100，就是600。如果在表示大数的符号的左边附写表示小数的符号，那么相当于用大数减去小数。例如：IV表示5减去1，就是4；IX表示10减去1，就是

9; XL表示50减去10, 就是40; CDLXV I I表示 $(500 - 100) + (50 + 10) + (5 + 2) = 476$ 。

(3) “顶加线, 表乘千”。如果在某符号上边加一条横线, 那么相当于把该符号所表示的数乘以1000。例如, $\overline{XV}$ 表示 15×1000 , 就是15000; $\overline{D}$ 表示 500×1000 , 就是500000。如果在某符号上边加两条横线, 那么相当于把该符号所表示的数乘以 1000^2 即1000000。例如, $\overline{\overline{CLXV}}$ 表示 165×1000^2 , 就是165000000。

现在我们可以大致归纳一下, 并提供几点注意。

1. 罗马数字就是罗马人使用7个符号

I V X L C D M

(1) (5) (10) (50) (100) (500) (1000)

及其组合表示的自然数。前12个自然数表示如下:

I II III IV V VI VII VIII

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8)

IX X XI XII

(9) (10) (11) (12)

2. “左边减”不能“跳级”。例如99要用XCIX来表示, 即100减去10再加上9, 这里与C相邻的下一级符号是X。我们不能用IC来表示99, 因为从符号C到符号I, 中间跳过了符号X。

3. “左边减”只能减去1个符号所表示的数, 而“右边加”可以加上1个、2个或3个相同符号所表示的数。例如8要用VIII来表示, 而不能写成IIIX。

4. 罗马数字不能表示“0”，而且它能表示的最大数十分有限。这可能与罗马人当时生产活动的发展程度有关，也与罗马人的认识能力有关。由于不能表示0，而且在7个符号及其组合中，找不出“逢几进一”的规律，所以在罗马数字中不存在进位制的思想。罗马数字记数法是极其简陋的记数方法之一，但它却包含了以下两个重要思想：第一，它第一次用字母表示数；第二，它的实质是每个不太大的自然数都可以表示为几个基本符号所表示的数相加、相减、相乘的方案，所以第一次表示了简单的运算，这比划大痕、小痕来记数进了一步。

罗马数字因为书写烦琐，局限性又很大，后来就慢慢被淘汰了。但由于它庄重美观，给人们一种回顾历史的艺术享受，所以有的大钟表面仍用它来表示时数。此外，有的书稿在安排章、节或科学知识分类时，也喜欢用罗马数字作为某一级标题的序号。我们中学生必须学会用罗马数字表示自然数1，2，……，12，因为这是经常用得到的。

十进制的胜利

当今我们常用的数，是用0，1，2，3，4，5，6，7，8，9这10个阿拉伯数字写出来的。在用这些数字写出的数中，每个数字根据它在这个数中所处的位置决定它的实际数值。例如，296中的6表示6个“个”，9表示9个“十”，2表示2个“百”。所以，

$$296 = 2 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 6 \times 10^0$$

(这里应用了科学记数法)。同样，

$$315.28 = 3 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2},$$

$$0.036 = 0 \times 10^0 + 0 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2} + 6 \times 10^{-3}.$$

就是说，小数点前(向左)各数位上的“单位”依次是 10^0 ， 10^1 ， 10^2 ，…，小数点后(向右)各数位上的“单位”依次是 10^{-1} ， 10^{-2} ， 10^{-3} ，……。

这种记数方法叫做十进制记数法。“十”叫做十进制记数法的基数。用十进制记数法表示的数叫做十进数。在十进制记数法中，进位和退位的规则是“逢十进一，退一当十”。

人有10个手指。伸出不同个数的手指，可以形成10种不

同的“状态”。正是这10个手指为使用十进制记数法奠定了基础，中国有句成语“屈指可数”，也说明了这一点。因此，我们的祖先很早就采用了十进数。他们先用伸出不同个数手指的方法来表示自然数1, 2, ..., 10, 然后用划大痕、小痕或者用大石子、小石子来表示更多的自然数。以后再发展到使用原始的“算盘”，它的原理是用一些筹码表示1, 另一些表示10, 再一些表示100等，这些筹码分别在自右至左的档子上滑动，通过这些筹码的推上推下，人们可以做简单的加、减法，甚至比笔算还快。

不过值得指出，也有些地方的人们起初是并用手指与脚趾来计数的，他们采用的是二十进数。今天，从法语数词 quatre-vingt (80), quatre-vingt-dix (90) 分别表示“4个20”，“4个20再加上10”等等，可看出早期的二十进制记数法的遗迹。此外，商业上也采取“12件为1打”的十二进制记数法，时、分、秒则采取“60秒为1分，60分为1小时”的六十进制记数法。所以，十进制记数法不是独一无二的。

“阿拉伯数字”其实并非起源于阿拉伯，而是起源于印度。

在公元前，印度人就使用了一种由横划组成的数字。当他们用干燥的棕榈叶子作为书写材料并开始发展草体书法的时候，他们把这些数字的笔划连在一起，例如把“二”（两划）写成“Z”，把“三”（三划）写成“≡”。他们用这种方法逐渐表示出了前9个自然数，得到9个数字，这些数

字可以表示算盘上任意一个槽位（或一档）的石子（或筹码）数，它们逐渐发展成为今天1，2，…，9的形式。

更具有划时代意义的是符号“0”的使用。当时世界上已有很多民族采用空位的办法来表示这个数位“无”。公元500年前后，印度人开始用圆点表示空位（读作“苏涅亚”），以后发展成“0”。公元825年前后，阿拉伯数学家穆罕默德·依本思·穆萨·阿勒·花刺子模（巴格达）写了一本关于印度数字的书，把“0”译作“契弗尔”。后来，“0”又从阿拉伯传到欧洲，英语中的“cipher”（读作[ˈsaɪfə]，名词），其第一个词义就是“零（=0）”。这个英语单词与“契弗尔”正好谐音。

从上面可以看出：“0”的概念的发展，需要以数的进位制发展到一定程度作为基础；反过来，只有正式使用了“0”，数的进位制的发展才告一段落。没有“0”，就谈不上完整、科学的进位制。

印度人从创造“0”的概念起，“ZZ”的意思就只能是22，而“Z. Z.”的意思就只能是2020。这种表示法既节省篇幅，又避免了人们对同一组数字的不同理解，是印度数系，也是世界数学史上的一个进步。阿拉伯人曾引用数学史中的一段话一针见血地表明，他们已认识到数字“0”的重要性：“当什么东西都没有剩下（指减法）时，就画一个小圆圈，使那个地位不致于留成空白。”

随着十进数的出现，二十进数、十二进数、六十进数也出现了。在中国古代的度量制中，是以16两作为1斤，100