

初等数学手册

[苏]M. Я. 威高茨基 著
祖立成 徐明远 译

黑龙江科学技术出版社

初 等 数 学 手 册

〔苏〕М. Я. 威高茨基 著
祖 立 成 徐 明 远 译

黑龙江科学技术出版社

一九八一年·哈尔滨

М. Я. ВЫГОДСКИЙ

**СПРАВОЧНИК
ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ
МАТЕМАТИКЕ**

**МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ЛИТЕРАТУРЫ**

1 9 7 9

初 等 数 学 手 册

**[苏] М. Я. 威高茨基 著
祖立成 徐明远 译**

**黑龙江科学技术出版社出版
(哈尔滨市南岗区分部街28号)**

佳木斯印刷厂印刷 黑龙江省新华书店发行

开本 787×1092 毫米1/32 • 印张 14 • 字数 300,000

1981年12月第1版 1981年12月第1次印刷

印数 1—70,000

书号: 13217·012

定价: 1.20元

内 容 提 要

本手册包括算术、代数、几何(几何作图、平面几何、立体几何)、三角、函数和图象的基本知识和初等数学用表。不仅阐述了概念、法则、公式、定理,而且附有例题,说明应用的方法及如何避免常犯的错误。同时,还对部分数学术语的意义作了解释,介绍了有关历史资料,使之起到数学辞典作用。

本手册适合中学师生、技校师生和自学初等数学的人学习、参考。

本书根据《СПРАВОЧНИК

致 读 者

1. 这本手册有两种用途：

(1) 可以使读者很快查到诸如正切是什么，怎样计算百分数，平方根公式是什么等等。所有的定义、法则、公式和定理都同时附有例题。指出了需要在什么情况下和怎样应用这样或那样的法则，需要避免什么错误等等。

(2) 这本手册，就作者意图来说，是使它成为复习初等数学，甚至学会它的实际应用的通俗易懂的参考书。

2. 这本手册不同于教科书。当读者阅读和学习时，它能够使你唤起疑问，从绝大多数的读者来信中判断，他们所以能够成功地利用这本手册，在很大程度上就是为了这个目的。

“手册”的名称也许不完全符合这本书的性质。但经过多次出版之后，再改变它的名称也未必合适。虽然这本书的内容，在某种程度上接近于“教科书”或“教学参考书”名称。但就其本身的性质来说，与学校的教科书也有本质的区别。

在学校教科书中，特别是在高年级的教科书中，论证起主导作用，实际材料似乎是从属的逻辑工具。在一般情况下，学生的理解也是这样。这本手册是实际材料起主导作用，但并不表明没有论证。相反，在一些场合下读者会遇到这样或那样的公式的逻辑推理，例如，有时应该着重指出每节的主导思想，有时需要克服对结果持有怀疑的情绪。有的地方可以略去证明，而有的地方作者凭借教学经验在解这个

问题时，则不允许漏掉证明。

3. 如何运用手册。要查有关材料，可以在所有说明该材料的概念与方法的各节中找到参考。罗马数字指篇数；阿拉伯数字指节数，不要忽视一些引证！凡不是偶然需要参考这本书的读者，将所要参考的部分“完全”浏览一遍很必要。

其中，认真读一读每一章节里的历史知识是有益的。这些知识是书里有限的组成部分，在其他书中很少见到，它可促使你更好地理解材料。

将要按本书学习的读者，必须特别注意例题。手册里所省略的证明，读者可以阅读教科书，同时阅读手册，或是晚些读手册。对没有老师教课而学数学的人，作者介绍你们学习安东诺夫、威高茨基、尼柯金和萨金的《初等数学习题集》。

作 者

目 录

致读者

I 表

§ 1. 某些常遇到的常数	(1)
§ 2. 幂, 方根, 倒数等等	(2)
§ 3. 常用对数	(7)
§ 4. 反对数	(13)
§ 5. 三角函数的对数	(18)
§ 6. 正弦和余弦	(28)
§ 7. 正切和余切	(33)
§ 8. 度数化为弧度数	(43)
§ 9. 弧度数化为度数	(44)
§ 10. 6000以内的素数表	(45)
§ 11. 某些数学符号	(47)
§ 12. 一些俄罗斯量制单位	(47)

I 算 术

§ 1. 算术的对象	(49)
§ 2. 整数(自然数)	(49)
§ 3. 计数的范围	(49)
§ 4. 十进位制	(50)
§ 5. 数的概念的发展	(51)

§ 6. 数字	(52)
§ 7. 某些民族的命数法	(52)
§ 8. 大数目的名称	(57)
§ 9. 算术的运算	(58)
§ 10. 运算的次序; 括号	(60)
§ 11. 整除的特征	(62)
§ 12. 素数与合数	(64)
§ 13. 分解为质因数的乘积	(64)
§ 14. 最大公约数	(65)
§ 15. 最小公倍数	(66)
§ 16. 简单分数	(67)
§ 17. 分数的约分与“扩分”	(68)
§ 18. 分数的比较; 通分	(69)
§ 19. 分数的加法与减法	(70)
§ 20. 分数的乘法定义	(71)
§ 21. 分数的乘法法则	(72)
§ 22. 分数的除法	(73)
§ 23. 零的运算	(74)
§ 24. 整体和部分	(75)
§ 25. 小数	(76)
§ 26. 小数的性质	(77)
§ 27. 十进位小数的加法, 减法与乘法	(78)
§ 28. 整数除小数的运算	(79)
§ 29. 小数除小数的运算	(80)
§ 30. 小数化分数及逆运算	(81)
§ 31. 关于分数的历史资料	(82)
§ 32. 百分数	(83)

§ 33. 关于近似计算	(85)
§ 34. 近似数的写法	(86)
§ 35. 四舍五入的规则	(86)
§ 36. 绝对与相对误差	(88)
§ 37. 加减运算时的预先四舍五入	(90)
§ 38. 和与差的误差	(91)
§ 39. 乘积的误差	(94)
§ 40. 乘法时正确位数的计算	(95)
§ 41. 简化乘法	(98)
§ 42. 近似数的除法	(100)
§ 43. 简化除法	(101)
§ 44. 近似数的乘方与开平方	(103)
§44a. 开立方的法则	(106)
§ 45. 平均数值	(108)
§ 46. 算术平均值的简便计算	(110)
§ 47. 算术平均值的精确度	(110)
§ 48. 比和比例	(112)
§ 49. 比例	(113)
§ 50. 比例的实际应用。内插法	(114)

代 数

§ 1. 代数的对象	(117)
§ 2. 关于代数发展的历史资料	(117)
§ 3. 负数	(122)
§ 4. 负数的起源和它的运算法则	(124)
§ 5. 有理数的运算法则	(126)
§ 6. 单项式的运算；多项式的加法和减法	(129)

§ 7. 和与多项式的乘法	(131)
§ 8. 多项式乘法公式	(132)
§ 9. 和与多项式的除法	(133)
§ 10. 多项式除以一次二项式	(135)
§ 11. 二项式 $x^m \mp a^m$ 被 $x \mp a$ 整除	(136)
§ 12. 多项式的因式分解	(138)
§ 13. 代数分式	(139)
§ 14. 比例	(141)
§ 15. 为什么需要方程	(142)
§ 16. 怎样列方程	(144)
§ 17. 关于方程的一般知识	(145)
§ 18. 同解方程、解方程的基本方法	(147)
§ 19. 方程的分类	(149)
§ 20. 一元一次方程	(150)
§ 21. 两个二元一次方程联立	(151)
§ 22. 二元一次方程组的解法	(152)
§ 23. 解二元一次方程组的一般公式	(156)
§ 24. 三元一次方程组	(158)
§ 25. 幂的运算法则	(164)
§ 26. 根的运算	(165)
§ 27. 无理数	(168)
§ 28. 二次方程; 虚数和复数	(170)
§ 29. 二次方程的解法	(172)
§ 30. 二次方程根的性质	(175)
§ 31. 二次三项式的因式分解	(175)
§ 32. 用二次方程来解高次方程	(176)
§ 33. 二元二次方程组	(177)

§ 34. 复数	(179)
§ 35. 关于复数的基本规则	(180)
§ 36. 复数的加法	(181)
§ 37. 复数的减法	(182)
§ 38. 复数的乘法	(182)
§ 39. 复数的除法	(184)
§ 40. 复数的几何表示	(185)
§ 41. 复数的模和幅角	(186)
§ 42. 复数的三角形形式	(189)
§ 43. 复数的加法和减法的几何意义	(190)
§ 44. 复数乘法的几何意义	(192)
§ 45. 复数除法的几何意义	(195)
§ 46. 复数的整数次幂	(196)
§ 47. 复数的开方	(198)
§ 48. 复数的任意实数次幂	(202)
§ 49. 高次代数方程的一些知识	(204)
§ 50. 不等式的一般知识	(206)
§ 51. 不等式的基本性质	(207)
§ 52. 某些重要的不等式	(209)
§ 53. 同解不等式。解不等式的基本方法	(214)
§ 54. 不等式的分类	(215)
§ 55. 一元一次不等式	(215)
§ 56. 联立一次不等式	(216)
§ 57. 最简单的一元一次不等式	(217)
§ 58. 一元二次不等式 (一般情况)	(218)
§ 59. 算术级数	(219)
§ 60. 几何级数	(221)

§ 61. 负数, 零和分数的指数幂	(222)
§ 62. 对数方法的本质; 对数表的编制	(225)
§ 63. 对数的基本性质	(228)
§ 64. 自然对数; 数 e	(230)
§ 65. 常用对数	(233)
§ 66. 人为形式的负对数运算	(234)
§ 67. 从数求对数	(237)
§ 68. 从对数求数	(240)
§ 69. 反对数表	(243)
§ 70. 对数计算例题	(244)
§ 71. 结合	(246)
§ 72. 牛顿二项式	(250)

IV 几 何 学

A. 几何作图

1. 过一已知点作一直线与已知直线平行	(255)
2. 平分已知线段	(255)
3. 将一已知线段分成给定数目的相等部分	(255)
4. 将已知线段分为与已知量成比例的部分	(256)
5. 过一直线上的已知点作这条直线的垂线	(256)
6. 过一直线外的已知点作这条直线的垂线	(256)
7. 已知顶点和射线, 求作一个角等于已知角	(257)
8. 求作 30° 角和 60° 角	(257)
9. 求作 45° 角	(257)
10. 把已知角二等分	(258)
11. 把已知角三等分	(258)
12. 用已知半径作一个圆, 通过两个已知点	(258)

13. 经过三点作一个圆 (258)
14. 求已知圆弧的圆心 (259)
15. 平分已知圆弧 (259)
16. 从某已知线段作含有已知角的点的几何轨迹
..... (259)
17. 过已知点作已知圆的切线 (260)
18. 作两个已知圆的外公切线 (260)
19. 作两个已知圆的内公切线 (261)
20. 作已知三角形的外接圆 (262)
21. 作已知三角形的内切圆 (262)
22. 作已知矩形的外接圆 (262)
23. 作菱形的内切圆 (262)
24. 作已知正多边形的外接圆 (262)
25. 作已知正多边形的内切圆 (263)
26. 按照三条边作三角形 (263)
27. 已知一角和两边, 作一平行四边形 (263)
28. 已知两条边求作一矩形 (263)
29. 已知一边作一正方形 (264)
30. 已知一对角线作正方形 (264)
31. 在已知圆内作一内接正方形 (264)
32. 作已知圆的外切正方形 (264)
33. 作已知圆的内接正五边形 (264)
34. 作已知圆的内接正六边形及正三角形 (265)
35. 作已知圆的内接正八边形 (265)
36. 作已知圆的内接正十边形 (265)
37. 作已知圆的外切正多边形 (266)
38. 已知一条边求作正 n 边形 (266)

Б. 平面几何学

§ 1. 几何学的对象	(267)
§ 2. 关于几何学发展的历史资料	(268)
§ 3. 定理, 公理, 定义	(270)
§ 4. 直线, 射线, 线段	(271)
§ 5. 角	(272)
§ 6. 多边形	(274)
§ 7. 三角形	(275)
§ 8. 两三角形全等的条件	(276)
§ 9. 三角形中一些重要的线和点	(277)
§ 10. 正投影, 三角形三条边的相互关系	(280)
§ 11. 平行线	(282)
§ 12. 平行四边形和梯形	(284)
§ 13. 平面图形的相似, 两个三角形相似的条件	(286)
§ 14. 轨迹, 圆与圆周	(289)
§ 15. 圆内的角, 圆周与弧的长度	(290)
§15a. 秋金斯弧长公式	(293)
§ 16. 圆内角的度量	(294)
§ 17. 点的幂	(296)
§ 18. 根轴, 根心	(297)
§ 19. 内接与外切多边形	(299)
§ 20. 正多边形	(301)
§ 21. 平面图形的面积	(303)
§21a. 弓形面积的近似公式	(306)

В. 立体几何学

§ 1. 概述	(307)
§ 2. 基本概念	(307)

§ 3. 角	(308)
§ 4. 射影	(311)
§ 5. 多面角	(312)
§ 6. 多面体; 棱柱; 平行六面体; 棱锥	(313)
§ 7. 柱	(317)
§ 8. 锥	(319)
§ 9. 圆锥曲线	(320)
§ 10. 球	(322)
§ 11. 球面多边形	(324)
§ 12. 球的部分	(326)
§ 13. 球的切面, 柱的切面与锥的切面	(327)
§ 14. 立体角	(329)
§ 15. 正多面体	(331)
§ 16. 对称	(332)
§ 17. 平面图形的对称	(335)
§ 18. 物体的相似	(337)
§ 19. 物体的体积与表面积	(339)

V 三 角

§ 1. 三角的对象	(342)
§ 2. 三角的发展史	(343)
§ 3. 角的弧度量法	(345)
§ 4. 度数与弧度的互化	(347)
§ 5. 锐角的三角函数	(349)
§ 6. 从角求三角函数	(351)
§ 7. 从角的三角函数求角	(353)
§ 8. 直角三角形的解法	(355)

§ 9. 三角函数的对数表	(357)
§ 10. 从角度求三角函数的对数	(358)
§ 11. 从三角函数的对数求角度	(360)
§ 12. 利用对数解直角三角形	(362)
§ 13. 解直角三角形的实际应用	(364)
§ 14. 同一角的三角函数的相互关系	(365)
§ 15. 任意角的三角函数	(366)
§ 16. 简化的公式	(368)
§ 17. 和角与差角的公式	(372)
§ 18. 倍角与半角公式	(372)
§ 19. 和差化积公式	(373)
§ 20. 三角形各角的和差化积	(375)
§ 21. 某些重要关系式	(376)
§ 22. 三角形各元素间基本关系	(377)
§ 23. 斜三角形的解法	(380)
§ 24. 反三角函数	(385)
§ 25. 反三角函数的基本关系	(388)
§ 26. 三角函数表的编制	(389)
§ 27. 三角方程	(391)
§ 28. 三角方程的解法	(393)

Ⅶ 函数, 图象

§ 1. 常量与变量	(400)
§ 2. 两个变量间的函数关系	(400)
§ 3. 反函数	(402)
§ 4. 用表和公式来表示函数	(402)
§ 5. 函数的表示法	(403)