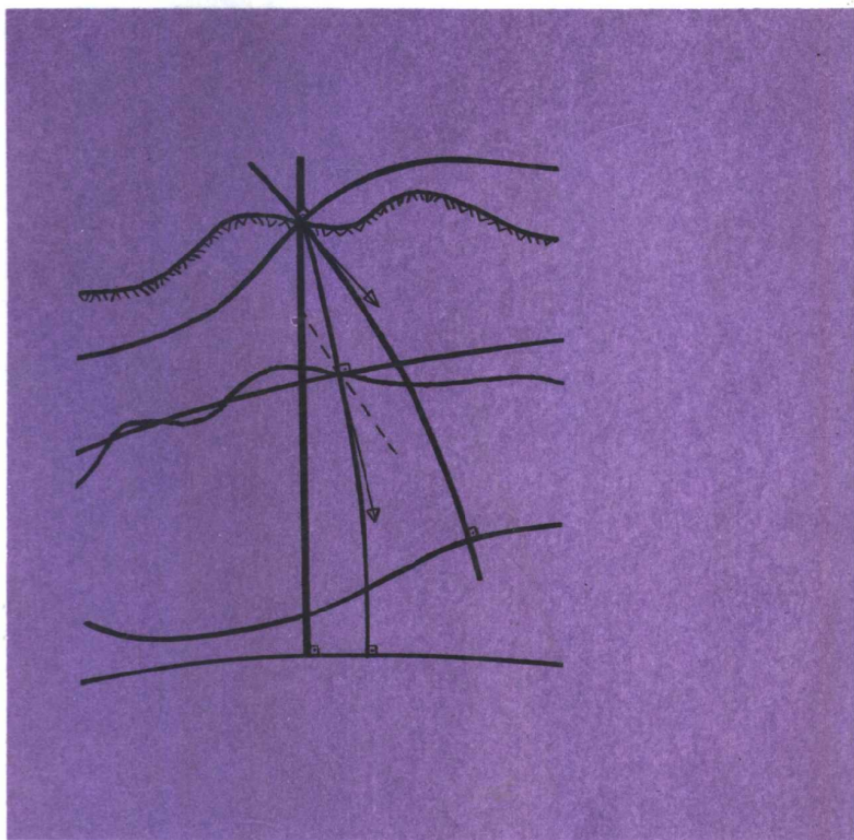


现代测绘科技丛书

局部重力场 逼近理论和方法

管泽霖 管 铮 黄谟涛 翟国君 编著



测绘出版社

责任编辑:李建元

封面设计:赵培壁

ISBN 7-5030-0898-9



9 787503 008986 >

定价:13.00元

现代测绘科技丛书

局部重力场 逼近理论和方法

管泽霖 管 铮 黄谟涛 翟国君 编著

测 绘 出 版 社

• 北 京 •

内 容 简 介

本书首先讨论了大地测量边值问题。其次结合当前研究结果,介绍了用于局部重力场逼近计算的三类方法,即改化 Stokes 积分公式、最小二乘配置和谐分析方法。最后概括了国内外确定重力大地水准面的情况。

本书可供大地测量、地球物理以及空间技术有关方面的科研、教学和生产人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

局部重力场逼近理论和方法/管泽霖等编著.-北京:
测绘出版社,1996

(现代测绘科技丛书)

ISBN 7-5030-0898-9

I. 局… II. 管… III. 大地测量-重力测量-边值问题-计算 IV. P223

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 19991 号

测绘出版社出版发行

(100045 北京市复外三里河路 50 号 (010)68512182)

北京怀柔新华印刷厂印刷·新华书店总店北京发行所经销

1997 年 4 月第一版·1997 年 4 月第一次印刷

开本: 850×1168 1/32·印张: 6.25

字数: 161 千字·印数: 0001—2500 册

定价: 13.00 元

《现代测绘科技丛书》

编委会委员名单

主任委员：陈俊勇

副主任委员：宁津生 高 俊 张祖勋
楚良才 陈永奇 华彬文

委 员（以姓氏笔划为序）：

于来法 方 恒 田应中
朱华统 李德仁 陈绍光
张清浦 林宗坚 陶本藻
钱曾波 黄杏元 梁宜希
喻永昌 廖 克 潘正风

出版说明

《现代测绘科技丛书》是经国家测绘局批准列入我社“八五”重点出书规划的选题之一。其编写宗旨是对 80 年代以来测绘科技领域在新理论、新技术、新工艺等方面所取得的成果进行总结，整理成册，以期对改造传统测绘生产技术，提高劳动生产率和产品质量，形成我国现代测绘技术体系，发挥科技图书应有的作用；同时也为反映我国测绘科学研究水平，丰富我国测绘学术专著宝库服务。出版本套丛书也是为适应加速测绘科技成果转化为现实生产力的需要。

本套丛书按专题成册。专题有两种类型：一类偏重学术性，主要反映我国测绘各专业近十年来在理论研究方面所取得的、能代表我国先进水平的新成就和某些老专家毕生研究成果的专著，以及测绘前沿填补国内空白的著作；另一类偏重应用技术，是本书的主体，其内容是在理论指导下以新技术、新工艺、新材料、新产品研究成果的推广应用为主，个别的配有实用软件。

由于 GPS(全球定位系统)涉及测量界多方面的应用，内容较多，丛书中将分册配套编写，各册主题明确，内容相辅相成，组合起来 GPS 测量内容就显得比较完整，又发挥了各作者的专长。

丛书编委会于 1992 年 1 月成立，全体编委对丛书出版意图、读者对象，乃至每个选题及其内容都作了充分研究和讨论，在全国测绘界选择了有代表性的专家参加各个分册的撰写和审稿工作。按照计划，这套丛书的各分册将根据撰写完成情况先后定稿出版，陆续与读者见面。

前 言

地球重力场逼近理论和方法是物理大地测量学的核心问题。根据研究的区域范围，可以分为全球重力场逼近和局部重力场逼近。全球重力场逼近的研究主要与地球重力位系数模型有关，这一问题已另有专著介绍，本书只讨论局部重力场逼近问题。

随着社会发展的需要以及科技进步和实测数据的累积，研究确定高精度和高分辨率的重力大地水准面已成为现实，并已引起国内外大地测量学者极大的关注。本书的目的是结合国内外学者最近的研究结果，对局部重力场的理论研究和实用方法作一较为全面的介绍。

本书由管铮、黄谟涛和翟国君编写，由管泽霖修改统稿。

鉴于作者收集的参考文献还不够齐全，加上学术水平有限，疏漏之处在所难免，敬希读者批评指正。

作 者

1995 年 6 月

目 录

第一章 绪论	(1)
第二章 重力场逼近的基础理论	
——大地测量边值问题	(6)
§ 2.1 引言	(6)
§ 2.2 边值问题的基本类型及其球面解	(8)
一、边值问题的基本类型	(8)
二、边值问题的存在性	(9)
三、边值问题的球面解	(10)
§ 2.3 Stokes 边值问题	(14)
一、基本概念	(14)
二、Stokes 公式	(15)
三、广义 Stokes 公式	(19)
§ 2.4 Molodensky 边值问题	(22)
一、Molodensky 边值问题严密线性化理论	(22)
二、简化的 Molodensky 问题解	(30)
§ 2.5 Molodensky 与 Stokes 边值问题解的区别	
和联系	(36)
§ 2.6 Hotine 边值问题	(42)
一、Hotine 公式	(42)
二、采用重力异常的 Hotine 公式	(45)
三、关于 Stokes 公式和 Hotine 公式的一些说明	(46)
§ 2.7 Bjerhammar 边值问题	(48)
§ 2.8 大地测量边值问题研究的进展	(52)

第三章 应用改化的 Stokes 积分公式进行重力场逼近计算

近计算	(62)
§ 3.1 引言	(62)
§ 3.2 重力大地水准面计算公式积分核的改化	(62)
一、Stokes 方法	(63)
二、Meissl 方法	(65)
三、Molodensky 方法	(67)
四、Sjöberg 方法	(72)
五、Colombo 方法	(76)
六、Wenzel 方法	(78)
§ 3.3 Vening-Meinesz 公式	(82)
§ 3.4 球面逼近公式中的椭球改正	(85)
第四章 应用最小二乘配置方法进行重力场逼近计算 ...	(92)
§ 4.1 引言	(92)
§ 4.2 最小二乘配置法基本原理	(94)
§ 4.3 扰动位的协方差函数与协方差传播	(99)
§ 4.4 扰动场协方差函数模型与局部结构	(104)
§ 4.5 应用配置法确定大地水准面差距	(114)
§ 4.6 应用整体大地测量方法进行重力场逼近 计算	(119)
一、三维大地测量观测方程	(120)
二、整体大地测量误差方程	(125)
三、整体大地测量逼近重力场的配置解	(129)
四、整体大地测量逼近重力场的其它解法	(130)
第五章 用谱分析方法进行重力场逼近计算	(132)
§ 5.1 引言	(132)
§ 5.2 Stokes 和 Vening-Meinesz 公式的谱表示式	(133)
一、二维平面近似谱表示式	(133)

二、二维球近似谱表示式	(136)
三、多带球面 FFT 方法	(141)
四、一维球面 FFT 方法	(143)
五、几点说明	(145)
§ 5.3 球冠谱分析方法	(147)
一、Sturm-Liouville 方程	(148)
二、Sturm-Liouville 方程的边界条件	(150)
三、球谐函数的 Sturm-Liouville 型方程	(151)
四、球冠谱分析	(153)
§ 5.4 重力归算及其谱解	(156)
一、空间改正	(157)
二、地形影响	(157)
三、均衡改正	(161)
§ 5.5 格网平均重力异常及剩余重力异常	(163)
§ 5.6 谱分析在局部重力场逼近中的应用	(167)
第六章 国内外局部大地水准面进展	(171)
§ 6.1 国外大地水准面概况	(171)
§ 6.2 我国大地水准面	(180)
参考文献	(184)

第一章 绪 论

当牛顿在 1687 年发现万有引力定律的时候，他也许不会想到，在以后的 300 多年中，会有那么多的学者沿着“引力”这条线索百折不回地去思考、去求索，试图彻底揭开地球重力场的奥秘；他也不会想到，会有那么多的国家花费那么多的财力和物力去收集我们这个星球的引力信息，使之为人服务、为人类造福。

引力是宇宙中一切物质存在最普遍的属性之一。地球重力场是地球物质空间分布、运动和变化的一种体现，是地球上一切生物在目前状况下正常生存和活动的物理环境之一，是解释许多自然现象的基础，也是人类在寻求达到更高文明的过程中必须探索的课题。

由于许多代学者在探索地球重力场奥秘的道路上洒下了无数的汗水，使得人类对重力场的认识越来越清楚，逐渐形成物理大地测量这一学科，和其他一些相关学科一起，构成了现代大地测量学科体系的基础。从地球重力场的信息中可以推算出地球这一很不规则的椭球体的形状，于是大地测量学者对此发生了浓厚的兴趣，力求利用它来最精细地描绘出我们赖以生存的这一星球的外貌。从地球重力场的信息中可以反演出地球内部物质的分布状况，于是地球物理学者和地质学者进行了研究，加深了对地球物理性质的理解，力求掌握它的规律，推测我们脚下这片土地丰富的内涵，寻找石油和矿藏为人类提供能源和金属材料。地球重力场的变化限制和影响着一切物体在空中飞行的状态和轨迹，于是航天学者和武器专家致力于计算重力场及其相关的地球形状参数对火箭和导弹飞行轨道的影响，力求让各种飞行器严格地按照人类为它设计的轨道飞行。

然而；要想全面而精确地掌握地球重力场的状况和规律却是一件极其复杂而又艰巨的工作，人类主要在以下四个方面受到约束和限制：

1. 到目前为止，人类获取重力信息的主要途径仍然是依靠各种重力仪在地球的自然表面上测得点状(通过陆地和海底重力仪)或线状(通过海洋重力仪)的重力信息。这些重力仪的测量精度受各个时期技术条件的限制，有一个不断提高的过程。现今在陆地上可以得到数十微伽* (10^{-7}m/s^2)精度的点状重力信息，海洋上可以得到数毫伽(10^{-5}m/s^2)精度的线状重力信息。虽然少量用于地震或固体潮观测的测点上精度会更高一些，远洋恶劣海况下观测的测线上精度要低一些，但总的精度保持在上述水平。这样的精度能够满足某些应用或自然现象的解释，而对于另一些应用或自然现象的解释则还不够。

2. 地球自然表面重力异常的变化在各个方向都应该是连续的，而人类的观测只能是按一定的密度进行点或线的抽样，再依靠数学的方法进行内插或拟合，最终得到地球表面连续的重力信息。由于各个地区抽样的密度不同，所以目前所能得到的地球表面重力异常分辨率也不同。同时，数据的内插或者拟合也会带来误差。面重力异常的精度要比点或线实测重力异常的精度低，在地形变化复杂的山区或海区，这种精度损失会很大。许多自然现象的解释和探索要求重力异常有很高的分辨率，人类在这方面还有许多工作可做。尤其在海洋，由于海洋重力测量本身的特点，不可能像陆地测点布设那样均匀，海洋重力仪特需的高阻尼也使重力异常的分辨率降低，因此，重力信息的分辨率比陆地要低。研究小尺度对流、区分洋脊和非洋脊处的火山现象，需要分辨率为数百公里、精度优于6毫伽的重力信息；研究洋中脊地壳需要分辨率为数十公里、精度为5~8毫伽的重力信息；研究短期变化、

* 伽(Gal)为非国际单位制的单位，暂时还允许使用。 $1\text{Gal}=0.01\text{m/s}^2$

沉积构造和火山现象则需要分辨率为数公里、精度优于 4 毫伽的重力信息。重力信息的分辨率不够将严重影响着不少科研工作的开展。

3. 地球重力场研究需要全球表面的重力信息,而目前人类已探测到的区域远远没有达到覆盖全球的目标。在特大山区和沙漠地区等作业困难地区存在不少空白;南、北极的空白区更大;大洋中许多海域没有实测值;陆海交界的滩涂地区和岛礁地区由于缺乏合适的测量手段,也存在许多空白带。加上受种种条件的限制,重力资料国际间交流的渠道还不畅通,使得所能掌握的地球表面重力资料覆盖面较小,即使加上卫星测高资料推求的海洋区域重力异常,也达不到全球覆盖的目标,不少地区靠推值来弥补,使得精度和可靠性大为降低。

4. 地球重力场是一种空间分布的物理场,人类所能得到的仅是分布在地球表层面的重力信息,这就需要研究在给定边值条件以及相应边值状况下该边界面及其外部引力位的确定问题。这一领域的研究从 19 世纪开始有实质性内容的起步工作。因为地球本身的几何形状和物理性质太复杂,人类所能了解到的各种信息太少,计算手段落后,尽管许多科学家付出了极其艰辛的努力,其进展仍然受到限制。随着数学理论、计算工具、应用研究的不断发展,人类才逐步对地球形状及外部空间引力场加深了了解。

上述四种制约因素中的前三种属于信息获取方面的问题,靠科学技术的发展、测量方法与手段的改进、测量中所使用人力和物力的增加去逐步解决;第四种制约因素属于信息处理方面的问题,靠理论研究的发展、应用研究的开拓、计算方法的改进、计算工具的更新去逐步解决。

虽然距离全面揭开地球重力场的奥秘还有漫长的征途,但是几个世纪以来,各国学者没有停止过探索和钻研。他们在默默地奉献。一年复一年,一代接一代,为人类彻底掌握地球重力场的规律贡献出自己的聪明才智和毕生精力。他们的工作是开拓性的,

是卓有成效的，取得了一个又一个振奋人心的成果，为后来者的研究铺平了道路，为学科的发展奠定了基础。

物理大地测量作为一门新兴学科，它在实际应用方面有两个任务必须完成，那就是建立地球重力位系数模型和局部重力场逼近。这两项研究是建立地球表面重力信息和地球重力场之间关系的关键，在已获取重力信息不变的前提下，这两项研究的深入与否直接关系到人类对地球重力场本质了解的深度。

地球重力位系数模型是以球谐展开形式表示的大地测量边值问题在全球尺度下的解析解，它对大地测量学、地球物理学、地球动力学、海洋学、空间技术与军事应用都有着十分重要的意义，40年来在这一领域研究中进展迅速，模型的完整阶次越来越高、更新周期越来越短、精度越来越高，并在理论模型研究、联合求解方法更新、检验评价模型的准确度和精度等方面继续加强研究的力度，可望推出更多更精密的高阶位模型。

局部重力场逼近是以解析方法或离散逼近方法确定高精度、高分辨率的局部重力场及其派生量，它对地区性的大地测量工作、地球物理和工程应用有重要的意义。本书较系统地对局部重力场逼近的基本理论、经典和现代的各种逼近方法、最新进展和发展趋势作一介绍。有关地球重力场位系数模型将有另书介绍。

在本书中主要讨论下列几个问题：

边值问题的理论是局部重力场逼近的基础，所有的逼近方法都建立在确定某种边值条件的前提下进行。只有在这一基础理论领域取得进展才能研究出更加稳定、更加可靠和更加有效的数值逼近方法。本书的第二章全面介绍了边值问题理论及进展。

Stokes 积分和 Molodensky 积分是局部重力场逼近计算中的基本出发公式。为了在实际计算中可以直接应用这两个积分，使其既能使计算结果保持很高的精度，又能使计算的过程简捷，国内外许多学者对此进行了改化，出现了多种改化的 Stokes 公式。作为示例，本书在第三章中介绍了最常见的六种改化公式。

最小二乘配置是综合不同类型的多种观测数据，以最佳的形式进行重力场的逼近计算。也正是由于它有综合应用各种数据中的重力场信息的特点，得到了广泛的采用，本书在第四章内将讨论这种方法。由于整体大地测量也是综合多种观测数据进行几何量和物理量的解算，并与最小二乘配置有内在的联系，因此在这一章内顺便介绍了整体大地测量的基本概念。

近几年来频谱分析方法在重力场的逼近计算中得到了迅速发展和广泛使用，它不仅使计算结果保持很高的精度和运算过程快捷的特点，而且可以在地区内按一定的间距、一次完成高分辨的大地水准面及其派生量的计算。其中快速 Fourier 变换(FFT)已很成熟地用于实际计算中。本书的第五章将介绍常用的四种按 FFT 计算 Stokes 积分的方法，以及由此法演变而成的快速 Hartley 变换(FHT)。

本书最后一章主要介绍国内外在局部重力场逼近计算中的实例，并由此可以看出目前各国(或地区)确定大地水准面的概况。

第二章 重力场逼近的基础理论

——大地测量边值问题

§ 2.1 引言

在大地测量中,地球重力场的研究在理论上归结为解算大地测量边值问题。大地测量边值问题是物理大地测量学的主要理论支柱,是研究地球重力场的理论基础,自然也是局部重力场逼近的基本理论。这一边值问题可简单表述为:在大地水准面或地球自然表面上给定边值条件及相应的边值(如重力向量和重力位的测定值),确定该边界面及其外部引力位,使其满足边值条件并在无限空间内是调和函数。位的概念最早是由法国数学家 Legendre 在 1785 年首先提出的,这一概念将引力或重力的三个分力合并为一个单独的位函数来处理,将地球形状和重力场的研究结合起来,为研究地球形状和重力场开辟了方便的途径。位理论后来又经过 Green 和 Gauss 等数学家和大地测量学家的研究获得了很大的发展,进一步揭示了表征位场的基本数学关系,达到了十分完备的地步。

但是,真正把地球形状和位理论结合起来研究直到 19 世纪才算开始。这一时期欧洲的大地测量(三角测量)已普遍展开,需要更精确的地球形状概念,以便为确定地面点位建立一个大地测量参考坐标系。Listing 于 1837 年首次引进了地球形状新概念——大地水准面,后来将最接近大地水准面的旋转椭球面作为大地测量坐标系的参考面,把大地水准面作为计算正高的基准面。英国数学家 Stokes 为研究和确定大地水准面作出了奠基性贡献,他

发展和完善了 Newton 和 Clairaut 关于地球形状的理论, 于 1849 年建立了著名的 Stokes 定理: 如果一个包含着全部物质的水准面的形状是已知的, 又已知物质的总质量以及它围绕着某一固定轴而旋转的角速度, 则可以唯一地确定该水准面上及其外部空间任意一点的重力值。这个定理将地球形状和它表面的重力值联系起来。Stokes 同时解决了这个定理的逆定理: 如果已知一个封闭水准面上的重力值, 且其外部无质量, 就可以确定这个面的形状。以大地水准面为边界面的 Stokes 问题是第一次提出的大地测量边值问题, 并由此导出了著名的 Stokes 公式。Stokes 理论大大超前于当时的重力测量水平, 差不多过了 100 年, 直到 1934 年芬兰的 Hirvonen 第一次应用 Stokes 公式对大地水准面进行了研究。大地水准面在 Stokes 问题中起关键作用, 但也正是因为将大地水准面作为边界面, 才给 Stokes 问题本身带来了不可避免的理论缺陷, 现时还没有一种排除大地水准面外部质量的归算方法对地球本身重力场不产生影响, 而且这种归算都要求有密度分布假设。尽管如此, 这种缺陷带来的误差在经典大地测量精度要求范围内一般是容许的, 在重力场逼近中, Stokes 方法仍将保留它的理论研究价值和很强的应用价值, 它的优点是数学形式简单, 是一种最简单的大地测量边值问题。

1945 年 Molodensky 对 Stokes 问题作了重大修改, 决定性的一点是屏弃传统的大地水准面, 代之以地球自然表面, 提出直接使用不加归算的地面重力观测值(重力向量和重力位)同时确定地球表面及其外部位, 由此产生了 Molodensky 边值问题, 它从根本上克服了 Stokes 问题需要假设地壳密度的困难。Molodensky 边值问题可定义为: 假设(1)地球是一个刚体, 以定常角速度绕相对于地球固定的自转轴旋转; (2)自转轴通过地球质心; (3)地球的引力场不随时间而变化, 在地球表面 S 外部是调和的; (4)在 S 面上每一点的重力向量和重力位是已知的。求解(1) S 面; (2) S 面外部的引力位。Molodensky 问题和经典大地测量实践取得了一致,