

中学 ZHONGXUESHUXUEYINANXITIJIE 数学疑难习题解

● 陈 家 达
● 颜 昌 辉
● 陈 练 明

①

广西民族出版社

中学数学疑难习题解

(上册)

陈家达 颜昌辉 陈练明

广西民族出版社

中学数学疑难习题解

(上册)

陈家达 颜昌辉 陈练明 编



广西民族出版社出版

广西新华书店发行 广西柳铁印刷厂印刷



开本 787×1092 1/32 印张 12.6875 295千字

1985年4月第1版 1987年2月第2次印刷

印数: 100,001—165,500册

I S B N 7—5363—0048—4 书号: 7138·122
G · 0018 定价: 1.95元

出版说明

《中学数学疑难习题解》是按现行中学课本的疑难习题的顺序编排的，是现行课本的一个补充，同时，编者增加难度较大的习题部分也是紧紧围绕现行中学数学课本的基本要求，对巩固、加深理解课本的有关内容，对中学生的课外学习有着一定的帮助。

本书的编者都是多年从事数学教学的知识分子，本书的出版得到了广西大学数学系副教授、系主任李世余、讲师陶培华合力精心审校。在此，致以深深的感谢。

• 编辑 •

1987.3.

帮助中学生掌握好数学课本要求的基础知识，是贯彻《全日制十年制学校数学教学大纲》（试行草案）的一个主要方面，除加强课堂教学之外，课外加强各种形式的辅导，解决他们的疑难问题，也是数学教学中不可忽视的。本书的编写就出于这种目的，在学生掌握了基本内容的基础上，帮助和引导他们去独立解决课本中要求较高、难度较大的习题，领会中学数学解题的思路、方法和技巧。编写本书，希望能为他们课外的学习多提供一点“解疑”的条件，为全面学好课本内容提供一点帮助。

本书的题目，选自现行的中学的数学课本（新旧版）。这部分题目：有难度大、灵活性较强的；有较费解、入手较难的；还有一部分，计算量大，不易准确算出的。我们在长期的教学实践中体会到，对这些题目，学生普遍感到困难。在解题时，我们力求做到，典型题目，给出“分析”，阐明解题思路和方法；费解且难入手的题，在“说明”中加以解释；具有一般规律性的题选，在“说明”中加以概括小结；计算量大的题目，我们算出其准确计算结果。

本书分初中部分及高中部分两册，前者为上册，后者为下册，题选是按册、按章依次排列的。

编写本书，时间较仓促，我们水平有限，解题方法也不一定是最好的，可能还有错漏，敬希读者多多指正。

编 者

一九八五年一月

目 录

初中代数第一册

- 1、有理数..... (1)
- 2、整式的加减..... (5)
- 3、一元一次方程..... (9)
- 4、一元一次不等式..... (16)

初中代数第二册

- 5、二元一次方程组..... (20)
- 6、整式乘除..... (29)
- 7、因式分解..... (33)
- 8、分式..... (41)

初中代数第三册

- 9、数的开方和二次根式..... (53)
- 10、一元二次方程..... (61)
- 11、指数..... (77)

初中代数第四册

- 12、直角坐标系..... (82)
- 13、解三角形..... (88)
- 14、函数及其图象..... (97)
- 15、统计初步..... (107)

16、初中代数总复习参考题.....	(117)
--------------------	-------

初中几何第一册

1、基本概念, 相交线、平行线.....	(187)
2、三角形.....	(190)
3、四边形.....	(195)
4、面积、勾股定理.....	(203)

初中几何第二册

5、相似形.....	(216)
6、圆.....	(272)
7、直线和圆的方程.....	(309)
8、总复习题.....	(329)
9、附录.....	(375)

1984年北京市高中招生数学试题及参考答案

1984年上海市高中招生数学试题及参考答案

1984年广西壮族自治区初中数学竞赛试题及参考答案

初中代数第一册

【1】计算： $1\frac{1}{2} \times [3 \times (-\frac{2}{3})^2 - 1] - \frac{1}{3} \times (-2)^3$

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{8}{3} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{8}{3} \\ &= 3\frac{1}{6}\end{aligned}$$

【2】计算： $-3 - [-5 + (1 - 0.2 \times \frac{3}{5}) \div (-2)]$

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= -3 - [-5 + \frac{22}{25} \times (-\frac{1}{2})] \\ &= -3 + 5 + \frac{11}{25} \\ &= 2\frac{11}{25}\end{aligned}$$

说明：去括号时，要注意括号前面为负号时，括号中的每一个数要变号。去括号后，先进行三级运算（乘方、方根）；次进行二级运算（乘、除）；最后进行一级运算（加、减）。

【3】计算： $-1^4 - (1 - 0.5) \times \frac{1}{3} \times [2 - (-3)^2]$

$$\begin{aligned}
 \text{解: 原式} &= -1^4 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times (-7) \\
 &= -1 + \frac{7}{6} \\
 &= \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

说明: 连乘积的符号由乘数中负数个数来决定. 有偶数个负数时, 积为正. 有奇数个负数时, 积为负.

【4】计算:

$$\left[\frac{2.4 + 1\frac{5}{7} \times 4.375}{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}} - \frac{2.75 - 1\frac{5}{6} \times 21}{8\frac{3}{20} - 0.45} \right] + \frac{67}{200}$$

解: 原式

$$\begin{aligned}
 &= \left(\left(\frac{12}{5} + \frac{12}{7} \right) \times \frac{35}{8} + \frac{1}{2} - \left(\frac{11}{4} - \frac{11}{6} \right) \times 21 + \left(8\frac{3}{20} - \frac{9}{20} \right) \right) \\
 &\quad + \frac{67}{200} \\
 &= \left(18 + \frac{1}{2} - \frac{77}{4} + \frac{77}{10} \right) + \frac{67}{200} \\
 &= 100
 \end{aligned}$$

说明: 繁分数实际上是分数除法的另一种写法, 所以可化成分数除法的一般形式, 按除法法则及分数的基本性质进行计算.

【5】有理数 -3 、 $+8$ 、 $-\frac{1}{2}$ 、 $+0.1$ 、 0 、 $\frac{1}{3}$ 、 -10 、

5 、 -0.4 中哪些属于整数集合, 哪些属于分数集合, 哪些

属于正数集合，哪些属于负数集合？

解：-3, +8, 0, -10, 5, 属于整数集合；
 $-\frac{1}{2}$, $+0.1$, $\frac{1}{3}$, -0.4, 属于分数集合；+8, $+0.1$,
 $\frac{1}{3}$, 5, 属于正数集合；-3, $-\frac{1}{2}$, -10, -0.4, 属于负数集合。

【6】(1) 两个有理数相乘，在什么情况下积是正数？是负数？是零？

(2) 两个有理数相除，在什么情况下商是1？是-1？是零？无意义？

解：(1) 两个有理数相乘，两数同号时积为正；两数异号时积为负；被乘数或乘数中有一为零者其积为零。

(2) 两个有理数相除，被除数与除数相同（但不为0）时商为1；两个互为相反数（零除外）相除时商为-1；被除数为零而除数不为零其商为零；除数为零的两个有理数相除没有意义。

【7】把表示下列各数的点画在数轴上，再按从大到小的顺序，用“>”号把这些数连起来：

$$+3, -5, +5\frac{1}{2}, -2\frac{1}{2}, -4, +4, 0.$$

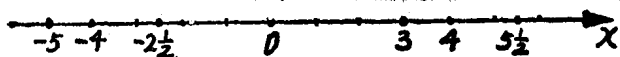
解：把各数从大到小排列：

$$+5\frac{1}{2}, +4, +3, 0, -2\frac{1}{2}, -4, -5.$$

用“>”号连接：

$$+5\frac{1}{2} > +4 > +3 > 0 > -2\frac{1}{2} > -4 > -5$$

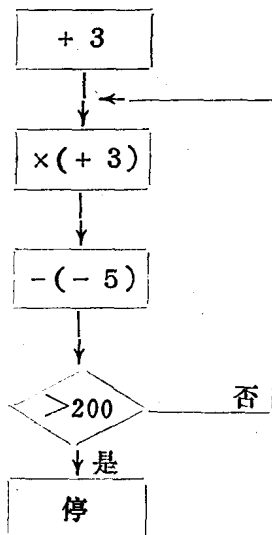
在数轴上表示：



(第7题)

【8】按下列程序进行计算，并把各次结果填入表内
〔如第一次 $(+3) \times (+3) - (-5)$ 得14不大于200，第二次再做 $14 \times (+3) - (-5)$ 等等〕：

输入



输出

计算次数	计算结果
1	14
2	47
3	146
4	443

说明：这题给出了一个电子计算机程序设计的框图（流程图），它能较直观和简明地表示一个计算的程序，该程序

说明了：第一次输入初始值+3，按程序进行，算得14，由于该值不大于200，按“否”运算程序用14作为第二次计算的初始值，再按原程序进行计算，这样循环下去，直到第4次结果出现443大于200时止，按“是”的程序停止循环计算，输出结果443。

【9】设甲数为 x ，乙数为 y ，用代数式表示：

- (1) 甲乙两数乘积的倍；
- (2) 甲乙两数和的平方与甲乙两数差的平方的积
- (3) 甲数的2倍与乙数除以3的差；
- (4) 甲乙两数的平方和与甲乙两数乘积的和。

解：代数式分别是：

$$(1) \quad 3xy \qquad (2) \quad (x+y)^2 (x-y)^2$$

$$(3) \quad 2x - \frac{y}{3} \qquad (4) \quad (x^2 + y^2) + xy$$

【10】有浓度为20%的盐水 n 公斤，含纯盐多少公斤？
含水多少公斤？

解：(1) n 公斤盐水中，含纯盐 $\frac{20}{100} n$ 公斤。

(2) n 公斤盐水中，含水 $(n - \frac{20}{100} n)$ 公斤。

说明：“浓度为20%的盐水”就是指1公斤这样的盐水：含纯盐 $\frac{20}{100}$ 公斤，含水 $\frac{80}{100}$ 公斤。

【11】开挖一条渠道，甲生产队单独 a 天可以完成，甲生产队挖了3天，余下的由其他生产队完成，用代数式表示

余下的任务。

解：设整个渠道工程为1，甲队挖1天完成 $\frac{1}{a}$ ，3天完成 $\frac{3}{a}$ ，依题意得余下的任务：

$$\left(1 - \frac{3}{a}\right)$$

【12】 m 个球队进行单循环比赛（所有参加比赛的球队都与其他各队比赛一次）总共比赛的场数是用代数式 $\frac{m(m-1)}{2}$ 计算的，现在有4个球队进行比赛，总共赛几场？

解：当 $m=4$ 时，

$$\frac{m(m-1)}{2} = \frac{4(4-1)}{2} = 6$$

答：总共比赛6场。

说明：公式 $\frac{m(m-1)}{2}$ 可作如下推导： m 个球队两两比赛，每一个队都要与其他 $(m-1)$ 队各赛一次， m 个队共要比赛 $m(m-1)$ 次，但单循环比赛，每两队之间只比赛一次，所以比赛场数是 $m(m-1)$ 的一半即：

$$\frac{m(m-1)}{2}.$$

【13】求下列各式的值：

$$(1)(3x^2 - 4) - (2x^2 - 5x + 6) + (x^2 - 5x),$$

$$\text{其中 } x = -1\frac{1}{2};$$

$$(2) \quad 3x^2y - [2x^2y - (2xyz - x^2z) - 4x^2z] - xyz,$$

其中 $x = -2$, $y = -3$, $z = 1$.

$$\text{解: (1) 原式} = 3x^2 - 4 - 2x^2 + 5x - 6 + x^2 - 5x \\ = 2x^2 - 10$$

当 $x = -1\frac{1}{2}$ 时:

$$\text{原式} = 2x^2 - 10 = 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 10 = -5\frac{1}{2}$$

$$(2) \text{ 原式} = 3x^2y - [2x^2y - 2xyz - 3x^2z] - xyz \\ = 3x^2y - 2x^2z + 2xyz + 3x^2z - xyz \\ = x^2y + xyz + 3x^2z$$

当 $x = -2$, $y = -3$, $z = 1$ 时:

$$\text{原式} = x^2y + xyz + 3x^2z \\ = (-2)^2 \cdot (-3) + (-2)(-3) \cdot 1 + 3 \cdot (-2)^2 \cdot 1 \\ = 6$$

说明: (1) 先把原式化简再求值; (2) 去括号时, 如果括号前面是负号, 应注意括号内各项变号; (3) 去括号应从内到外同时合并同类项.

【14】三个连续偶数, 中间的一个是 $2n$, 用代数式表示这三个偶数的平方和, 当 $n = 2$ 时, 求这三个偶数的平方和.

解: 设另外两个偶数是 $2n - 2$, $2n + 2$, 三个偶数平方和的代数式:

$$(2n - 2)^2 + (2n)^2 + (2n + 2)^2$$

当 $n = 2$ 时:

$$\begin{aligned}\text{原式} &= (2 \times 2 - 2)^2 + (2 \times 2)^2 + (2 \times 2 + 2)^2 \\ &= 56\end{aligned}$$

【15】写出任意五个连续自然数的和，这个和能被5整除吗？用代数式表示五个连续自然数并求出它们的和，这个和等于5与什么代数式的积？

解：（1） $4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30$ ，30能被5整除。

（2）设任意五个连续自然数为： $n, n+1, n+2, n+3, n+4$ 。

五个连续自然数的和的代数式是：

$$\begin{aligned}n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4) \\ = 5n + 10 = 5(n+2)\end{aligned}$$

$\therefore$ 任意五个连续自然数的和等于5与 $n+2$ 的积。

【16】写出任意一个两位数，然后把它的十位数字与个位数字交换位置，则所得到的数与原来的数的和能被11整除吗？用代数式表示一个两位数，把这个两位数的十位数字与个位数字交换位置，则所得到的数与原来的数的和等于11与什么代数式的积？

解：（1）设一个两位数为：23。个位数字与十位数字交换位置得：32。

$$\because 23 + 32 = 55$$

$\therefore$ 交换位置后所得的数与原来的数的和能被11整除。

（2）设个位数字为 x ，十位数字为 y ，则这个两位数为 $(10y+x)$ ，交换位置后，所得的数为 $(10x+y)$ ，依题意得：

$$(10x+y) + (10y+x) = 11x + 11y = 11(x+y)$$

所得到的数与原来的数的和等于11与 $x+y$ 的积.

【17】解下列方程:

$$(1) \quad \frac{x-3}{2} + \frac{6-x}{3} = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1+2x}{4}\right)$$

$$(2) \quad \frac{3}{2} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{x}{4} - 1 \right) - 2 \right] - x = 2$$

解: (1) $6(x-3) + 4(6-x) = 8 + 2(1+2x)$

$$6x - 18 + 24 - 4x = 8 + 2 + 4x$$

$$-2x = 4$$

$$\therefore x = -2$$

$$(2) \quad \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \left(\frac{x}{4} - 1 \right) - 2 \times \frac{3}{2} - x = 2$$

$$\frac{x}{4} - 4 - x = 2$$

$$-3x = 24$$

$$\therefore x = -8$$

说明: 解一元一次方程的一般步骤是: (1) 去分母; (2) 去括号; (3) 移项; (4) 合并同类项, 化成最简方程 $ax=b$ ($a \neq 0$) 的形式; (5) 方程的两边都除以未知数的系数, 得出方程的解 $x = \frac{b}{a}$.

【18】某种干饲料加水发酵后, 重量可以增加150%. 为了得到360斤发酵饲料, 需要多少斤干饲料?

解: 设需要 x 斤干饲料, 根据题意, 得

$$x + \frac{150}{100}x = 360$$

解这个方程，得 $x = 144$

答：需要144斤干饲料。

【19】某机械厂要直径为120毫米的圆钢锻造直径为300毫米，厚为32毫米的圆盘，应截取多长的圆钢？

分析：把圆钢锻造成零件圆盘，虽然长度和底面直径发生了变化，但锻造前后的体积是相等的，也就是有等式：

圆钢体积 = 零件圆盘的体积

如果设应截取的圆钢长为 x 毫米，从而可以按照上述相等关系列出方程。

解：设应截取的圆钢 x 毫米长，根据题意，得

$$\pi \cdot \left(\frac{120}{2}\right)^2 \cdot x = \pi \cdot \left(\frac{300}{2}\right)^2 \cdot 32$$

解这个方程，得 $x = 200$

答：应截取200毫米长的圆钢。

【20】甲、乙两人骑自行车同时从相距65公里的两地相向而行，经去2小时相遇，已知甲比乙每小时多走2.5公里，求乙每小时走多少公里？

解：设乙每小时走 x 公里，根据题意，得

$$2(2.5 + x) + 2x = 65$$

解这个方程，得 $x = 15$

答：乙每小时走15公里。

【21】一种混凝土由水、水泥、黄沙、碎石搅拌而成。这四种原料的重量的比是0.7 : 1 : 2 : 4.7。搅拌这种混凝土2100公斤，各种原料分别需要多少公斤？