

中等专业学校教材

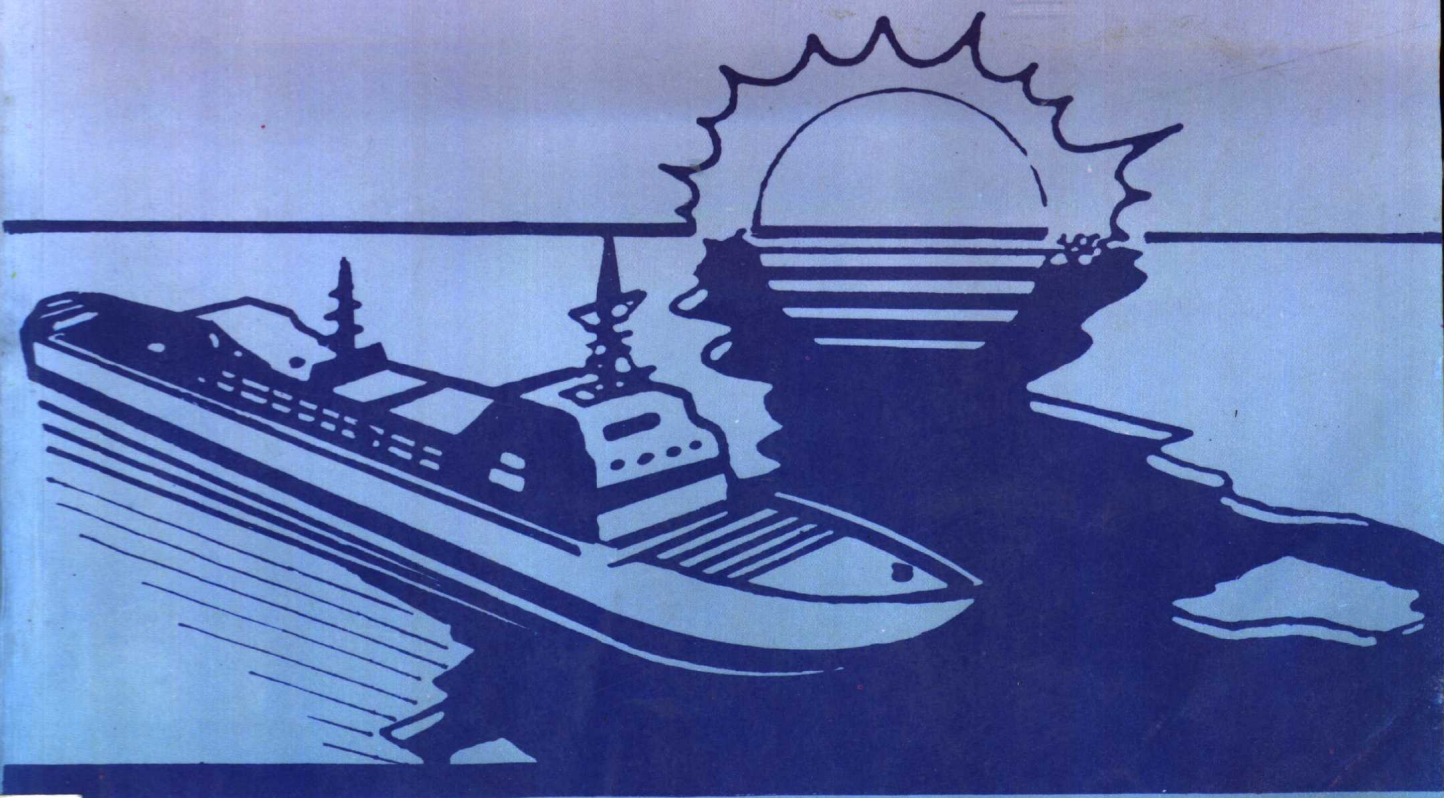
船舶原理

(上册)

(第二版)

荀治国 主编

沈俊 主审



人民交通出版社

中等专业学校教材

Chuanbo Yuanli
船 舶 原 理

(上 册)

(第 二 版)

荀治国 主编
沈 俊 主审

人 民 交 通 出 版 社

内 容 提 要

本书较系统地论述了船舶原理中船舶静力学部分的基本原理,主要对船舶的浮性、稳性和抗沉性进行了阐述,并介绍船舶静水力性能的计算和船舶稳性校核的计算,且附有每章的练习题。全书深入浅出,删繁就简,通俗易懂。

本书为交通系统中等专业学校教材,可作为各种水运、航运学校造船、管理及驾驶专业的教学用书,也可供各类修、造船厂,科研设计单位及各类航运企业的职工参考。

中等专业学校教材

船舶原理

上 册

(第二版)

荀治国 主编

沈 俊 主审

人民交通出版社出版

(100013 北京和平里东街10号)

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经销

三河市印刷一分厂印刷

开本:787×1092 1/16 印张:9.25 字数:227千

1990年6月 第1版

1996年6月 第2版

1996年6月 第2版 第1次印刷 总计第2次印刷

印数:2001—5000册 定价:7.80元

ISBN 7-114-02218-2

U·01524

前 言

本书是在1990年第一版的基础上,根据各校多年使用经验修改而成的,计划学时154。

船舶原理是指导船舶设计、建造、修理及使用的学科,是船舶制造与修理专业的一门主要专业课。第二版除保留第一版深入浅出、注重应用及河海兼顾的特色外,在内容上删繁就简,并增加了部分例题;同时保留了适当的选学内容,以利各类学校选用。

本书内容分船舶静力学和船舶动力学两部分。前者主要讲述船舶的浮性、稳性和抗沉性,并着重于船舶静水力性能计算和船舶稳性校核计算;后者主要讲述船舶的快速性和船舶摇摆及操纵性,并着重于船舶阻力计算和船舶螺旋桨设计。考虑中专实际,在船舶动力学部分,还介绍了一些有关流体力学的基础知识。

本书仍采用国际单位制;书中符号及名称,尽可能采用国家标准和ITTC(国际船模试验池会议)推荐的符号。这些在书后均有附表,以便查阅,书后还附有习题,供练习参考。

本书分上下两册。上册为船舶静力学,由荀治国编写;下册为船舶动力学,其中船舶阻力和流体力学基础由荀治国编写,船舶推进和摇摆及操纵性由郭春兰编写,最后由郭春兰统稿。

本书由江苏省无锡船舶工业学校沈俊主审;各使用学校对本书也提出了许多宝贵意见。在编写过程中,还得到部教材指导委员会船舶工程学科委员会主任华乃导的大力支持,在此一并致谢。

鉴于编者水平及时间仓促,书中难免有缺点和错误,恳请读者批评指正。

编 者

目 录

第一篇 船舶静力学

概述	1
第一章 船体几何要素及近似计算	2
第一节 船体几何要素	2
第二节 船体型线图	7
第三节 船体近似计算方法	8
第四节 提高近似计算精确度的方法	17
第五节 梯形法在船体计算中的应用	19
第二章 浮性	27
第一节 船舶的浮态及平衡条件	27
第二节 船舶重量和重心位置的计算	30
第三节 正浮状态排水体积和浮心位置的计算	32
第四节 浮性曲线	36
第五节 船舶在纵倾状态下排水体积和浮心位置的计算	41
第六节 水密度改变时船舶浮态的变化	44
第七节 储备浮力及载重线标志	45
第三章 初稳性	47
第一节 稳性的一般概念	47
第二节 浮心的移动、稳心及稳心半径	48
第三节 初稳性公式和稳心高度	52
第四节 船舶静水力曲线图	55
第四章 船舶在各种装载情况下的浮态及初稳性计算	60
第一节 载荷移动对船舶浮态及初稳性的影响	60
第二节 装卸小量载荷对船舶浮态及初稳性的影响	64
第三节 装卸大量载荷对船舶浮态及初稳性的影响	68
第四节 自由液面对初稳性的影响	70
第五节 悬挂载荷对初稳性的影响	72
第六节 各种装载情况的浮态及初稳性计算	73
第七节 船舶倾斜试验	76
第五章 大倾角稳性	83

第一节	概述	83
第二节	静稳性曲线的计算	84
第三节	上层建筑及自由液面对稳性曲线的影响	98
第四节	静稳性曲线的特性	103
第五节	动稳性	105
第六节	静稳性曲线和动稳性曲线的应用	108
第七节	船舶在各种装载情况下的稳性校核计算	112
第八节	极限重心高度曲线	116
第九节	改善船舶稳性的主要措施	118
第六章	抗沉性	121
第一节	舱室进水后船舶浮态及稳性的计算	121
第二节	可浸长度的计算	128
第三节	分舱因素及许用舱长	133
附录一	主要符号及名称	135
附录二	习题	136

第一篇 船舶静力学

概 述

船舶原理是研究船舶航海性能的一门科学,它可以划分为船舶静力学和船舶动力学两部分:前者以流体静力学为基础,研究船舶在不同条件下的平衡问题,具体说就是研究船舶在不同条件下的浮性、稳性及抗沉性等问题;后者以流体动力学为基础,研究船舶的阻力、推进、摇摆及操纵等运动问题。

但是应该注意,有些传统上由静力学处理的问题,例如船舶在波浪上的稳性及船舶下水等,实际上包含有动力学的内容。因此,将船舶原理划分为静力学和动力学两部分不是绝对的,只是为了研究方便罢了。

船舶静力学的任务是:

(1)研究船舶浮性和稳性要素的计算原理,以及这些要素与船舶的主要尺度、船型和载荷分布之间的关系;制定计算这些要素的实用计算方法;应用浮性和稳性的基本理论来解决生产实际问题。

(2)研究船舶抗沉性的计算原理和有关问题。

(3)研究船舶下水的计算原理和有关问题。

船舶静力学的许多计算,量大而且繁琐,这是它的一个特点。近代利用计算机取代手工完成这些计算是一大革新,但是,船舶静力学的基本原理和计算方法仍然没有较大改变。

船舶静力学中讨论的问题是船舶设计、建造、营运及管理中经常遇到的基本知识,因此,它是船体专业的一门重要的基础课。

第一章 船体几何要素及近似计算

船体的几何形状对于船舶的航海性能有很大的影响。近似计算方法在船舶静力学中占有重要的地位。本章首先介绍船体形状的表达方法,即船舶的特征尺度定义及船体形状的图形表示方法,然后主要讨论船体的近似计算方法。

第一节 船体几何要素

船体几何要素主要包括船体的主尺度、主尺度比和船型系数。它们是表征船体大小、形状和丰满程度的重要参数,这些参数对于船舶设计、建造、使用和分析其性能非常有用。

为了表示这些参数,一般利用型线图的三个基本平面(中线面、中站面、基平面)作为确定它们的依据,如图 1-1 所示。

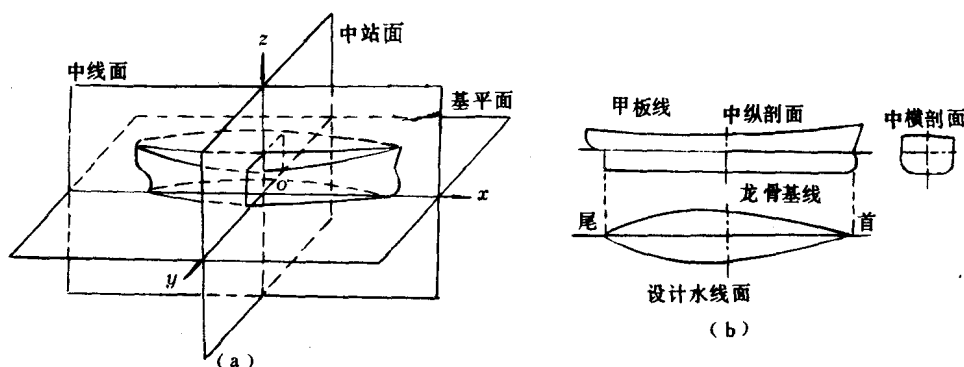


图 1-1 型线图的三个基本平面

为了正确地度量这些参数,根据“金属船体构件理论线”的规定,船体的主尺度是用量到钢质船体外壳板内表面(型表面)的尺度,即所谓型尺度(或称模尺度)来表示的。

一、船体主尺度

船体主尺度(亦称主要尺度)是船舶外形大小的基本量度,它主要包括船长、型宽、型深和吃水等。主尺度一般根据《钢质海船入级与建造规范》或《内河钢船建造规范》中规定的定义量取,其定义及符号如图 1-2 所示。

1. 船长(L)

通常选用的船长有三种,即总长、垂线间长和设计水线长。

(1)总长(L_{OA}):指包括两端上层建筑在内的船体型表面最前端与最后端之间的水平距离。

(2)垂线间长(L_{PP}):垂线间长又称两柱间长,它是指首垂线与尾垂线之间的水平距离。首垂线是通过设计水线与首柱前缘的交点所作的垂线;尾垂线一般在舵柱后缘,如无舵柱,则取

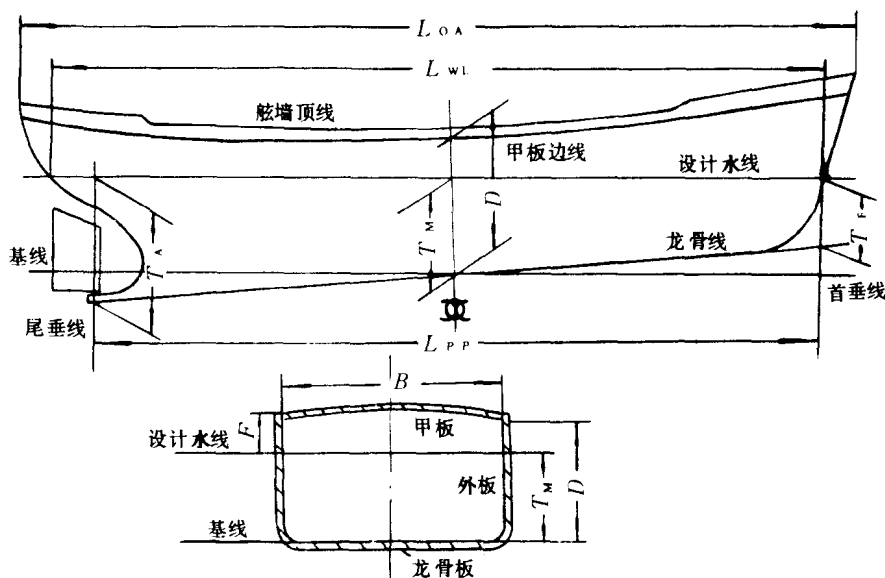


图 1-2 船体主尺度

在舵杆中心线上。如无特别说明,习惯上所说船长常指垂线间长。

(3) 设计水线长(L_{WL}):设计水线长指设计水线与船体型表面首尾端交点之间的水平距离。对于民用船舶,满载水线长常为设计水线长。

在船舶静水力性能计算中,一般采用垂线间长,在分析阻力性能时常采用设计水线长,而在船舶修造、靠泊码头或通过船闸时则应注意其总长。

2. 型宽(B)

型宽指船体两侧型表面之间垂直于中线面的最大水平距离。对于舷侧无倾斜的直壁式船型,型宽等于设计水线宽。

另外,还有最大宽度,它是指包括外板和两舷的护舷材、舷伸甲板等在内,并垂直于中线面的最大水平距离。

3. 型深(D)

在船舶中横剖面处,自基线量至上甲板边线的垂直距离称为型深。通常,甲板边线的最低点在中横剖面处。

4. 吃水(T)

吃水指基线至设计水线间的垂直距离。在有设计纵倾的情况下,首尾吃水不同,则有首吃水、尾吃水及平均吃水之分。平均吃水可表示为:

$$T = \frac{1}{2}(T_F + T_A)$$

式中: T ——平均吃水,也就是中横剖面处的吃水;

T_F ——首吃水,指首垂线上自设计水线至基线的延长线之间的距离;

T_A ——尾吃水,指尾垂线上自设计水线至基线的延长线之间的距离。

5. 干舷(F)

干舷泛指船舶浮于静止水面时,自水面至露天甲板上表面舷边处的垂直距离。一般船舶通常为船侧中横剖面处,自设计水线至上甲板边板顶面的垂直距离。因此,干舷等于型深与吃水

之差再加上甲板边板的厚度。

二、主尺度比

船舶的主尺度只表示船舶的大小,而为了研究船舶的性能,常用主尺度比来粗略地表示船体形状特征。常用的主尺度比有长宽比 $\left(\frac{L}{B}\right)$ 、宽度吃水比 $\left(\frac{B}{T}\right)$ 、型深吃水比 $\left(\frac{D}{T}\right)$ 及长度吃水比 $\left(\frac{L}{T}\right)$ 等等。它们与船舶的性能、强度以及经济性等有密切的关系。

1. 长宽比

一般指垂线间长(或设计水线长)与设计水线宽的比值。它对船舶的快速性影响显著,例如高速船这一比值通常较低速船为大。

2. 宽度吃水比

一般指设计水线宽与设计吃水的比值。它对船舶的稳性、快速性和航向稳定性都有影响。一般说,比值大稳性好;但比值过大则快速性下降;同时过大的 $\frac{B}{T}$ 可使长宽比变小,并影响到船舶的航向稳定性。

3. 型深吃水比

一般指船舶的型深与设计吃水的比值。它对船舶的稳性、抗沉性、船体的坚固性以及船体的容积都有影响。此值大,则干舷高,抗沉性就好;但此值过大,对稳性不利,并且会浪费舱容。

4. 长度吃水比

一般指垂线间长(或设计水线长)与设计吃水的比值。此值对船舶的操纵性有影响,此值小,船舶的回转性好。

上述比值虽反映了它们对船舶尺度和航海性能的一定影响,但还不能反映船体形状及其对航海性能的全面影响,在使用时必须将它们和船型系数结合起来考虑。

三、船型系数

船型系数是表示船体水下部分面积或体积丰满程度的无因次系数,主要包括水线面系数、中横剖面系数、方形系数和纵向棱形系数及垂向棱形系数等。这些系数对分析船型和船舶的航海性能有很大用处。

1. 水线面系数(C_{WP} 或 α)

水线面系数是平行于基平面的任一水线面的面积 A_w 与该水线面对应的水线长 L 、对应的水线宽 B 的乘积之比,见图 1-3(a),即

$$C_{WP} = \frac{A_w}{L \times B}$$

C_{WP} 的大小表示水线面的丰满程度,它与船舶的快速性和稳性有关。

2. 中横剖面系数(C_M 或 β)

中横剖面系数表示中横剖面浸水型面积 A_M 与对应的水线宽 B 、型吃水 T 的乘积之比,如图 1-3(b),即

$$C_M = \frac{A_M}{B \times T}$$

C_M 的大小表示水线下的中横剖面的丰满程度,它与船舶的快速性有关。

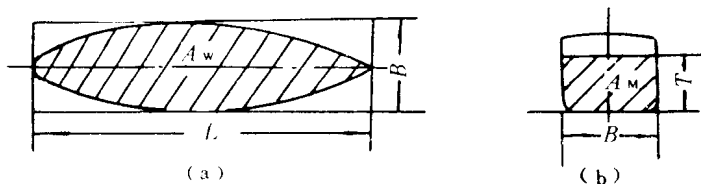


图 1-3 水线面及中横剖面

3. 方形系数(\$C_B\$ 或 \$\delta\$)

方形系数表示与基线平行的任一水线下,型排水体积\$\nabla\$与对应的水线长\$L\$、最大横剖面处的水线宽\$B\$和型吃水\$T\$三者乘积之比,见图 1-4,即

$$C_B = \frac{\nabla}{L \times B \times T}$$

\$C_B\$ 的大小表示船舶水下体积的丰满程度,其值大小将影响船舶的快速性。

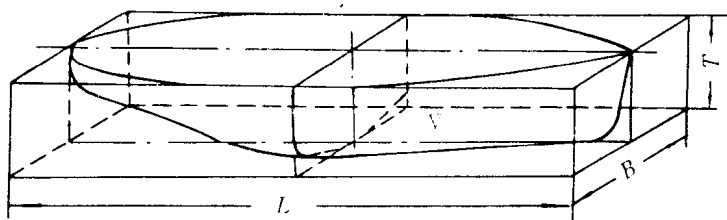


图 1-4 排水体积与箱形体积

4. 纵向棱形系数(\$C_P\$ 或 \$\phi\$)

纵向棱形系数表示与基线平行的任一水线下,型排水体积\$\nabla\$与对应的水线长\$L\$、最大横剖面浸水面积\$A_M\$乘积之比,见图 1-5,即

$$C_P = \frac{\nabla}{A_M \times L} = \frac{\nabla}{C_M \times B \times T \times L} = \frac{C_B}{C_M}$$

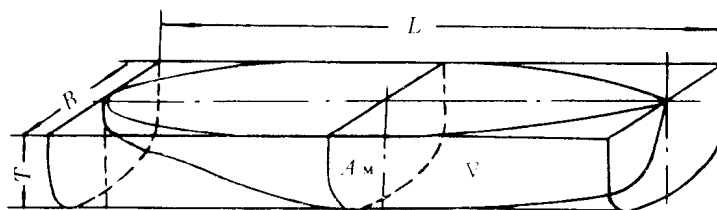


图 1-5 排水体积与纵向棱柱体

\$C_P\$ 的大小表示排水体积沿船长的分布情况,亦即表示船体中部相对于两端的丰满程度,与船舶的快速性和适航性有关。

5. 垂向棱形系数(\$C_{VP}\$ 或 \$\phi_V\$)

垂向棱形系数表示与基线平行的任一水线下,型排水体积\$\nabla\$与对应的水线面面积\$A_w\$、最大横剖面处的型吃水\$T\$乘积之比,见图 1-6,即

$$C_{VP} = \frac{\nabla}{A_w \times T} = \frac{\nabla}{C_{WP} \times L \times B \times T} = \frac{C_B}{C_{WP}}$$

\$C_{VP}\$表示排水体积沿吃水的分布情况。

应该注意,上述各系数的定义,如果没有特别指明,通常均指设计水线处而言;另外,在计算不同水线处的各系数时,其船长和船宽通常用垂线间长(或设计水线长)和设计水线宽,不随

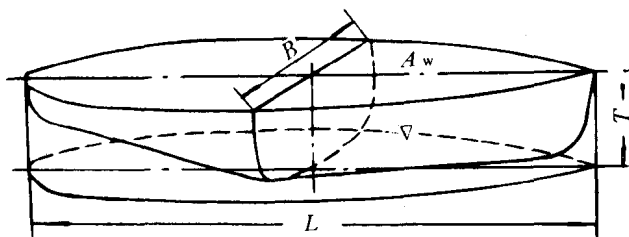


图 1-6 排水体积与垂向棱柱体

吃水而变化。

下面举两例说明船型系数的计算以及其物理意义。

例一：某消防船的水下体积 $\nabla = 370\text{m}^3$ ，长宽比 $L/B = 4.1$ ，宽度吃水比 $B/T = 2.7$ ，中横剖面系数 $C_M = 0.78$ ，纵向棱形系数 $C_P = 0.63$ ，垂向棱形系数 $C_{VP} = 0.64$ 。按

以上各已知数据计算下列各值：船长 L ，船宽 B ，吃水 T ，水线面系数 C_{WP} ，方形系数 C_B ，所求吃水 T 时的水线面积 A_w 。

1. 求 C_B

由 $C_P = \frac{C_B}{C_M}$ 可得

$$C_B = C_P \times C_M = 0.63 \times 0.78 = 0.49$$

2. 求 C_{WP}

由 $C_{VP} = \frac{C_B}{C_{WP}}$ 可得

$$C_{WP} = \frac{C_B}{C_{VP}} = \frac{0.49}{0.64} = 0.77$$

3. 求 L, B, T

由 $L/B = 4.1$ 可得

$$L = 4.1B$$

由 $B/T = 2.7$ 可得

$$T = \frac{B}{2.7}$$

将以上两式及 C_B 值代入公式 $C_B = \frac{\nabla}{L \times B \times T}$ 可求得 B 值，即

$$0.49 = \frac{370}{4.1B \times B \times \frac{B}{2.7}}$$

$$B = 7.92\text{m}$$

由 B 值可算得 L 和 T 值，即

$$L = 4.1B = 4.1 \times 7.92 = 32.47\text{m}$$

$$T = \frac{B}{2.7} = \frac{7.92}{2.7} = 2.93\text{m}$$

4. 求 A_w

由公式 $C_{WP} = \frac{A_w}{L \times B}$ 可得

$$A_w = 0.77 \times 32.47 \times 7.92 \approx 198\text{m}^2$$

例二：若两船的水下形状分别为三棱柱体和首尾尖瘦的棱形体，其尺寸如图 1-7 所示。试根据船型系数分析其水下形状特征。

根据定义，对于水下形状为三棱柱体的船可知

$$C_{WP} = 1.0, C_M = 0.5, C_B = 0.5,$$

$$C_P = \frac{C_B}{C_M} = \frac{0.5}{0.5} = 1.0, C_{VP} = \frac{C_B}{C_{WP}} = \frac{0.5}{1.0} = 0.5$$

对于首尾尖瘦的棱形体船则有

$$C_{WP} = 0.5, C_M = 1.0, C_B = 0.5,$$

$$C_P = \frac{C_B}{C_M} = \frac{0.5}{1.0} = 0.5, C_{VP} = \frac{C_B}{C_{WP}} = \frac{0.5}{0.5} = 1.0$$

由上述所求船型系数看出,它们的排水体积虽然相同(C_B 相等),但水线面系数 C_{WP} 和中横剖面系数 C_M 却是不同的,三棱柱体的水线面较棱形体丰满,而棱形体的中横剖面较三棱柱体丰满;又从棱形体 $C_P=0.5$ 较三棱柱体 $C_P=1.0$ 为小看出,其水下体积集中在船的中部,首尾两端较尖瘦,而三棱柱体则分布均匀;三棱柱体的 C_{VP} 较棱形体为小,故其水下体积集中在上部,而棱形体则分布均匀。这些特征从图上可以很明显地得到证实。

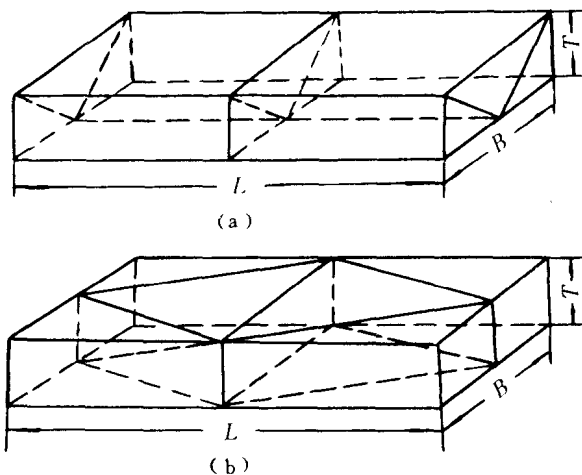


图 1-7 三棱柱体与棱形体

第二节 船体型线图

船舶航海性能的好坏与船体几何形状密切相关,优良的船型一般均是流线型体。型线图是表示其形状的最基本的图形,它是船舶设计、性能计算和建造的重要依据。

型线图表达船体形状的基本原理是,首先选取图 1-1 所示的三个基本投影面,按照正投影方法,在三个基本投影面上可得表示船体外形轮廓的三视图。由于这三个投影尚不能将船体外形完整地表达出来,因此在型线图中,又采用与上述三个基本投影面相平行的三组剖切平面剖切船体,从而得到三组剖线,即纵剖线、水线和横剖线。显然,以上三组剖线表示了船体形状在船长、船宽和吃水方向的变化。如此,即构成了表达船体形状的型线图,如图 1-8 所示。

由上述可知,型线图由三个视图组成:

1. 纵剖线图——由纵剖线、水线和横剖线等在中线面上的投影所组成,相当于主视图。纵剖线在该图上为反映真形的曲线,它显示了船体纵向曲度的变化。水线和横剖线在该图上均为不反映真形的直线。而甲板边线和舷墙顶线等均为不反映真形的曲线。

2. 半宽水线图——由水线、纵剖线和横剖线等在基平面上的投影所组成,相当于俯视图。由于船体左右对称,各水线只需画一半即可,故称半宽水线图。水线在该图上为反映真形的曲线,它显示了船体水线面沿吃水的变化。纵剖线和横剖线在该图上均为不反映真形的直线。而甲板边线和舷墙顶线等均为不反映真形的曲线。

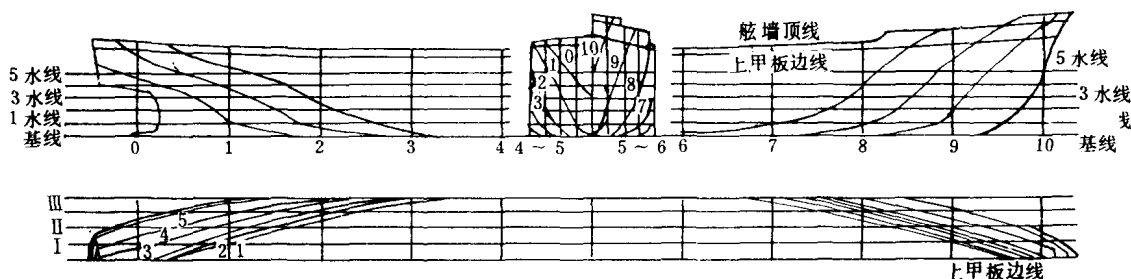


图 1-8 型线图

3. 横剖线图——由横剖线、纵剖线和水线等在中站面上的投影所组成,相当于侧视图。横剖线在该图上为反映真形的曲线,它显示了船体横向曲度的变化。纵剖线和水线在该图上均为不反映真形的直线。而甲板边线和舷墙顶线等均为不反映真形的曲线。横剖面一般选取 10 或 20 个,且由于船体左右对称,每一横剖线只需画一半即可,通常将船尾至船中的横剖线画在横剖线图的左边,将船首至船中的横剖线画在横剖线图的右边。

型线图除一组视图外,还编制有型值表。型值表中的各数值称为型值,型值决定船体型线空间位置的坐标。型值表与型线图配合使用,是型线图的一个重要组成部分。表 1-1 为某船的型值表。

表 1-1

站 号	距中线面之半宽值(mm)									距基平面之高度值(mm)					
	700 水线	1400 水线	2100 水线	设计 水线	3500 水线	上甲板 边线	尾楼甲 板边线	首楼甲 板边线	舷墙 顶线	1500 纵剖线	3000 纵剖线	上甲板 边线	尾楼甲 板边线	首楼甲 板边线	舷墙 顶线
尾封板	—	—	—	—	1390	2280	3080	—	3140	3600	6100	4170	6270	—	—
0	—	—	—	850	2080	2850	3620	—	3660	3180	4390	4100	6200	—	6275
1	560	860	1410	2400	3300	3810	4200	—	4200	2150	3250	4050	6150	—	6225
2	2150	2720	3150	3550	3920	4150	4250	—	4250	250	1850	4000	6100	—	6175
3	3520	3940	4100	4170	4220	4250	—	—	4250	80	300	4000	—	—	5450
4	4100	4200	4250	4250	4250	4250	—	—	4250	80	180	4000	—	—	4900
5	3770	4110	4250	4250	4250	4250	—	—	4250	80	200	4000	—	—	4900
6	2930	3500	3810	4000	4120	4190	—	—	4250	80	790	4020	—	—	4920
7	1960	2580	3020	3340	3580	3800	—	—	4090	270	2050	4170	—	—	5070
8	1020	1530	1950	2340	2660	3150	—	—	3600	1370	4190	4440	—	—	5350
9	320	560	810	1090	1460	2110	—	3180	3330	3180	6360	4790	—	6690	6940
10	—	—	—	70	280	840	—	1740	1960	6620	—	5240	—	7140	7560

第三节 船体近似计算方法

在船舶静力学计算中,常需要根据型线图来计算船体水下部分的体积和形心位置,为此就需要计算出各个水线面面积或横剖面面积,以及它们对某一坐标轴的静矩。为了计算船舶的稳性,还需计算各个水线面积对某一轴的惯性矩等等。这些计算是船舶设计中最基本的工作之一。

在理论上,平面图形的计算均可视为两个界限间的定积分计算。静矩和惯性矩的计算也可归结为定积分或重积分计算。如果船体是一简单几何体,这些计算是很容易完成的。但是大多

数船体是一个相当复杂的几何体,船体型线不易用简单的数学式表示,因此静力学的计算一般也不能用解析方法来解决,而只能根据型线图进行近似积分计算。

目前采用的近似计算方法有很多,它们必须满足下面几个要求:

1. 能根据船体型线图可能量到的或型值表上可查到的数据进行计算;
2. 计算方法不能过于繁复以致工作量过大,并且容易产生误差;
3. 保证计算结果可以达到一定的精确度。

船舶静力学中常用的近似计算方法有以下几种:

1. 近似数值积分公式——即在图形一定的横坐标处量取一些纵坐标,然后把把这些纵坐标值代入公式进行积分计算;

2. 仪器积分法——即应用面积仪、积分仪等仪器来求图形的面积及其对某一轴的静矩和惯性矩;

3. 图解积分法——即应用几何作图法来绘制图形的积分曲线。

在船舶静力学计算中,一般以应用近似数值积分公式为主,其他方法应用较少。近似数值积分的各种公式的基本原理相同,都是设想用许多根纵坐标把曲线包围的图形分为若干部分,这样每部分的曲线都较短而且形状简单,因此可以将各段曲线用一定的数学曲线代表而不致有很大的误差,然后求各个数学曲线代表的函数的积分值,从而求得整个图形各部分的面积。由于假定的曲线和数学形式不同,因而就有多种近似数值积分公式。梯形法、辛浦生法(辛氏法)和乞贝雪夫法(乞氏法)为最常见的几种。

一、梯 形 法

梯形法是一种较简便的近似计算方法。它的基本原理是:用若干直线线段组成的折线近似地代替曲线,如图 1-9 所示。这样,求曲线与坐标轴所围面积,就转化为求由折线与坐标轴所围的面积,而折线与坐标轴所围面积可视为众多梯形面积之和。

设曲线 CD 为船体某型线的一段,它与坐标轴所围面积的梯形计算方法如下:

先将线段 OB (称为图形底边) 分成 4 等分(也可分为更多等分),各等分之间的距离为 l ,从等分点作底边的垂线并与曲线 CD 相交于 E 、 F 、 G 诸点,分别以 y_0 、 y_1 、 y_2 、 y_3 和 y_4 表示所量得的纵坐标值。顺次连接 C 、 E 、 F 、 G 、 D 诸点,则从图上看,折线 $CEFGD$ 与曲线 CD 十分接近,因而该折线与坐标轴所围面积近似等于曲线与坐标轴所围面积。

这样,曲线 CD 与坐标轴所围面积就可分为 4 个等高(高为 l)的梯形面积,即

$$A_1 = \frac{1}{2}(y_0 + y_1)l$$

$$A_2 = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)l$$

$$A_3 = \frac{1}{2}(y_2 + y_3)l$$

$$A_4 = \frac{1}{2}(y_3 + y_4)l$$

曲线 CD 与坐标轴所围面积 A 近似等于上述各梯形面积之和,即

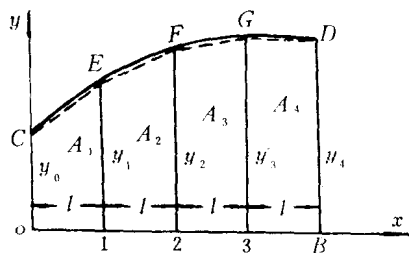


图 1-9 梯形法

$$\begin{aligned}
A &= A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \\
&= \frac{1}{2}l[(y_0 + y_1) + (y_1 + y_2) + (y_2 + y_3) + (y_3 + y_4)] \\
&= l\left[(y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4) - \frac{1}{2}(y_0 + y_4)\right]
\end{aligned}$$

如果想提高计算精确度,则可将底边 oB 分成 n 等分,这时梯形法的面积计算公式可写作

$$A = l\left[(y_0 + y_1 + \cdots + y_{n-1} + y_n) - \frac{1}{2}(y_0 + y_n)\right] \quad (1-1)$$

或

$$A = \frac{L}{n}\left[(y_0 + y_1 + \cdots + y_{n-1} + y_n) - \frac{1}{2}(y_0 + y_n)\right] \quad (1-2)$$

式中: L —— 所求图形底边的总长度;

n —— 等分数;

l —— 等分坐标间距。

另外,从图形可以看出,如果曲线上凸,则梯形法所计算的面积数值偏小,而如果曲线下凹,则所得面积偏大。

在实际应用梯形法进行计算时,常采用表格形式进行,为使表格简便,公式(1-2)改写成如下形式:

$$A = \frac{L}{n}\left[\sum_{i=0}^n y_i - \epsilon\right] \quad (1-3)$$

式中: $\sum_{i=0}^n y_i$ —— y_0 至 y_n 各纵坐标的“总和”;

ϵ —— 称为修正值, $\epsilon = \frac{1}{2}(y_0 + y_n)$ 。

表 1-2 为梯形法计算面积的表格,在表中 $\sum' = \sum_{i=0}^n y_i$, $\sum = \sum_{i=0}^n y_i - \epsilon$ 。

上述梯形法公式不仅可以计算曲线 $y=f(x)$ 所围图形面积,而且,若曲线 $y=f(x)$ 代表一面积曲线,即纵坐标 y 代表面积,那么,利用梯形法计算所得该曲线与坐标轴所围面积,即代表该面积曲线范围内的体积。同理,应用梯形法公式还可以计算静矩、惯性矩等等。

梯形法计算表 表 1-2

坐标号 (站号)	坐标值 (y)
0	y_0
1	y_1
2	y_2
$\vdots$	$\vdots$
$n-1$	y_{n-1}
n	y_n
总和 $\sum'$	
修正值 ϵ	
修正后总和 $\sum$	

二、辛浦生法

辛氏法是以抛物线代替原曲线的计算方法,也称抛物线法。以二次抛物线代替原曲线的计算方法称为辛氏一法,以三次抛物线代替原曲线的计算方法称为辛氏二法。因船体的大部分型线与抛物线相近,因此用辛氏法进行船体计算所得结果有较高的精确度,故得到了广泛的应用。在实际应用中多采用辛氏一法。下面介绍辛氏一法的计算原理。

如图 1-10 所示,曲线 AB 为船体上某一段型线,若用二次抛物线代替该曲线,其方程为

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 \quad (1-4)$$

式中 a_0 、 a_1 、 a_2 均为系数。那么该抛物线与坐标轴所围面积可由定积分公式计算,即

$$\begin{aligned}
 A &= \int_0^{2l} y dx \\
 &= \int_0^{2l} (a_0 + a_1 x + a_2 x^2) dx \\
 &= 2a_0 l + 2a_1 l^2 + \frac{8}{3} a_2 l^3 \quad (1-5)
 \end{aligned}$$

公式(1-5)中的系数 a_0, a_1, a_2 是待定系数, 它们可由指定的横坐标 x 和对应的纵坐标 y 求出, 例如按公式(1-4)可得三个联立方程, 即

$$\text{当 } x_0 = 0 \text{ 时, } y_0 = f(x_0) = a_0$$

$$x_1 = l \text{ 时, } y_1 = f(x_1) = a_0 + a_1 l + a_2 l^2$$

$$x_2 = 2l \text{ 时, } y_2 = f(x_2) = a_0 + 2a_1 l + 4a_2 l^2$$

这样由已知的纵坐标 y_0, y_1, y_2 和间距 l 可解出 a_0, a_1, a_2 , 将它们代入公式(1-5)便可求得面积表达式。但上述过程和形式较复杂, 为了得到简便形式的计算公式, 现令面积表达式为

$$A = \int_0^{2l} y dx = \alpha y_0 + \beta y_1 + \gamma y_2 \quad (1-6)$$

式中 α, β, γ 为求积分值时各纵坐标应乘的系数。若能得到这些系数的简单表达式, 则利用该公式计算面积就方便了。下面将 y_0, y_1, y_2 诸值代入公式(1-6)得

$$\begin{aligned}
 A &= \int_0^{2l} y dx \\
 &= \alpha a_0 + \beta(a_0 + a_1 l + a_2 l^2) + \gamma(a_0 + 2a_1 l + 4a_2 l^2) \\
 &= a_0(\alpha + \beta + \gamma) + a_1 l(\beta + 2\gamma) + a_2 l^2(\beta + 4\gamma) \quad (1-7)
 \end{aligned}$$

由于公式(1-7)和(1-5)都表示同一面积, 则两式恒等, 因此两式中 a_0, a_1, a_2 各对应项的系数应分别相等, 即

$$\alpha + \beta + \gamma = 2l$$

$$\beta + 2\gamma = 2l$$

$$\beta + 4\gamma = \frac{8}{3}l$$

解上面联立方程组可得

$$\alpha = \frac{1}{3}l, \beta = \frac{4}{3}l, \gamma = \frac{1}{3}l$$

将 α, β, γ 诸值代入公式(1-6)便得

$$A = \frac{1}{3}l(y_0 + 4y_1 + y_2)$$

令面积底边 $ob = L = 2l$, 则上式可写作

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{L}{6}(y_0 + 4y_1 + y_2) \\
 &= \frac{L}{\Sigma_s \cdot M}(y_0 + 4y_1 + y_2) \quad (1-8)
 \end{aligned}$$

公式(1-8)中, 括号内各纵坐标前的系数(1, 4, 1)称为辛氏乘数, 辛氏乘数之和恰与括号外分母的数值相等, 辛氏乘数之和记作 $\Sigma_s \cdot M$ 。这个公式用于船体计算时便称为辛氏一法。

公式(1-8)是将图形底边两等分所得的计算公式。如果将此法推广应用, 即将图形底边 n 等分(n 必须为偶数, 也即纵坐标数目为奇数), 如图 1-11 所示。那么, 曲线 AB 与坐标轴所围面

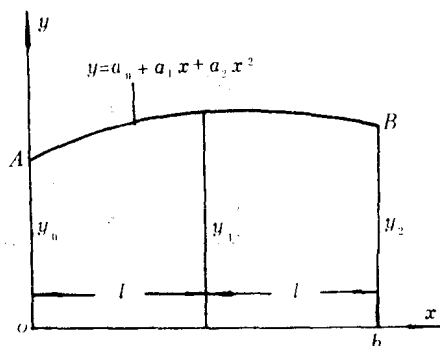


图 1-10 底边两等分的辛氏一法