

646161

研究生入学考试 电学试题精选详解

(下)

自动控制原理

电力系统

电机学

吉林科学技术出版社

研究生入学考试 电学试题精选详解

(下)

天津大学电力及自动化工程系 编

吉林科学技术出版社

**研究生入学考试
电学试题精选详解
(下)**

天津大学电力及自动化工程系 编

*

吉林科学技术出版社出版 吉林省新华书店发行
桦甸县印刷厂印刷

*

78×1092毫米16开本 15.5印张 379,000字

1986年8月第1版 1987年6月第2次印刷

印数: 2,466—7,646册

统一书号: 13376.40 定价: 3.20元

ISBN 7-5384-0039-7/N·II

目 录

12.2 —

总共五快 每天五页, 2小时

第三部分 自控理论	(1)
一、数学模型	(1)
二、频率响应法	(15)
三、根轨迹法	(31)
四、非线性控制系统	(52)
五、离散控制系统	(2)
六、现代控制理论基础	(101)
第四部分 电力系统	(131)
一、电路	(131)
二、稳态运行	(159)
三、继电保护	(167)
第五部分 电机学	(177)
一、直流电机	(177)
二、变压器	(191)
三、交流绕组	(201)
四、异步电机	(209)
五、同步电机	(226)

第三部分 自控理论

一、数 学 模 型

3-1-1 试求图 3-1-1(a)所示机械运动系统的传递函数。假设 A 点所加的力 f 为输入， A' 点的位移 y 为输出。(大连工业学院，1985年)

解 当以力 f 作用于 A 点时，根据力的传递关系， A' 点的受力 f_0 为：

$$f_0 = \frac{l_1}{l_2} f \quad (1-1-1)$$

从而，图 3-1-1(a)就可按图 3-1-1(b)所示的系统处理。根据牛顿定理：

$$ma = \Sigma F \quad (1-1-2)$$

在此
$$ma = m \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (1-1-3)$$

$$\Sigma F = f_0 - Ky - B \frac{dy}{dt} \quad (1-1-4)$$

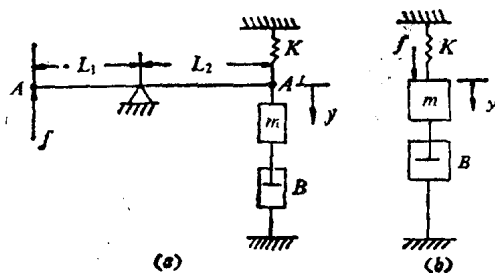


图 3-1-1

将式(1-1-3)和(1-1-4)代入(1-1-2)并考虑式(1-1-1)则得到系统的微分方程式：

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} + Ky = \frac{l_1}{l_2} f \quad m s^2 y(s) + B s y(s) + K y(s) = \frac{l_1}{l_2} f(s) \quad (1-1-5)$$

对(1-1-5)式取拉氏变换，并根据传递函数的定义，可得到该系统的传递函数：

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{l_1 l_2}{m s^2 + B s + K}$$

3-1-2 求出图 3-1-2 所示机械系统的传递函数

$G(s) = Y_c(s)/Y_r(s)$ 。(南京航空学院，1983年)

解 y_r 为 m_1 的位移， y_c 为 m_2 的位移。根据牛顿定理，其力的平衡方程式分别为(1-2-1)和(1-2-2)

$$m_1 \frac{d^2 y_r}{dt^2} + f_1 \left(\frac{dy_r}{dt} - \frac{dy_c}{dt} \right) + f_2 \frac{dy_r}{dt} = 0 \quad (1-2-1)$$

$$m_2 \frac{d^2 y_c}{dt^2} + f_1 \left(\frac{dy_c}{dt} - \frac{dy_r}{dt} \right) + K y_c = 0 \quad (1-2-2)$$

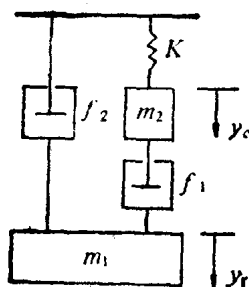


图 3-1-2

将方程(1-2-1)和(1-2-2)分别进行拉氏变换并联立，考虑到传递函数的定义，可得到系统的传递函数为：

$$G(s) = \frac{Y_c(s)}{Y_r(s)} = \frac{S(m_1 S + 2f_1 + f_2)}{m_2 S^2 + 2f_1 S + K}$$

3-1-3 已知机电系统如图 3-1-3(a)所示, 试求传递函数 $G(s) = X(s)/E(s)$ 。(提示: 假定电磁线圈的反电势 $e_b = K_1 \frac{dx}{dt}$, m 产生的力为 $F_0 = K_2 I$) (华中工学院, 1985年)

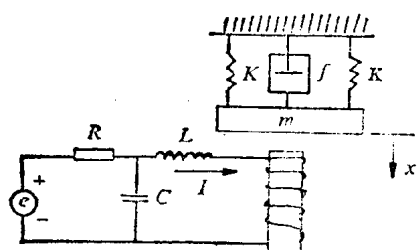


图 3-1-3 (a)

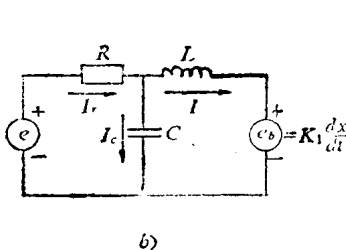
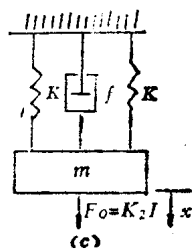


图 3-1-3



解 本题可采用如下两种方法求解。

方法(一) 将机、电分开, 分别列举出电气部分(如图 3-1-3(b)所示)的动态方程和机械部分(如图 3-1-3(c)所示)的动态方程, 然后消去中间变量, 即可得到传递函数 $G(s) = X(s)/E(s)$ 。

对于电气部分的等效原理电路图 3-1-3(b)有如下动态方程式:

$$E(s) + I_r R - I_c \cdot \frac{1}{CS} = 0 \quad (1-3-1)$$

$$LSI + E_b(s) - I_c \cdot \frac{1}{CS} = 0 \quad (1-3-2)$$

$$I_r - I_c - I = 0 \quad (1-3-3)$$

对于机械部分的等效原理图 3-1-3(c)有如下的平衡方程式:

$$(ms^2 + fs + 2K)X(s) = F_0 = K_2 I \quad (1-3-4)$$

将方程(1-3-1), (1-3-2), (1-3-3)和(1-3-4)联立并考虑到: $E_b(s) = K_1 SX(s)$, 去中间变量可得到以 $E(s)$ 为输入、 $X(s)$ 为输出的传递函数:

$$G(s) = K_2 \cdot [mLRCs^4 + (fLRC + mL)S^3 + (2KLRC + Lf + mR - K_1 K_2 R)S^2 + (fR + 2KL - K_1 K_2)S + 2KR]^{-1}$$

方法(二) 就机电系统本身直接按信号传递方向画出系统的方块图(如图 3-1-3(d)所示), 然后按方块图化简求解的方法可同样得到上述结果, 求解过程从略。

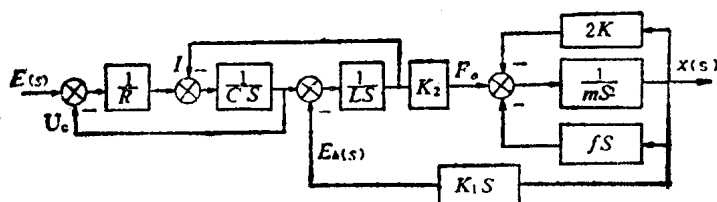


图 3-1-3 (d)

3-1-4 试确定图 3-1-4(a) 所示液面系统的传递函数 $H_2(s)/Q_1(s)$ ，并用结构图表示各量的关系。假设 q_1 为输入量，液面高设 h_2 为输出量， R_1 和 R_2 表示阻抗。（大连工业学院，1985 年）

解 对于液面控制系统，需明确“液容”这一概念，其与容积不同，液箱的液容等于液箱的横断面积，所以对于该系统 A_1 和 A_2 即分别为两个液箱的液容。从而可列举出系统的动态方程式：

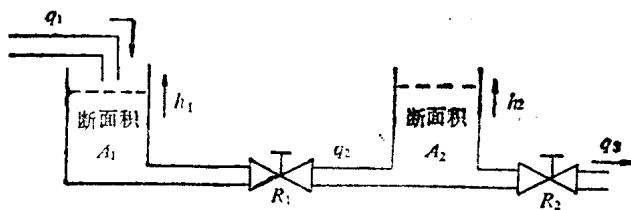


图 3-1-4 (a)

$$\frac{h_1 - h_2}{R_1} = q_2 \quad (1-4-1)$$

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = q_1 - q_2 \quad (1-4-2)$$

$$\frac{h_2}{R_2} = q_3 \quad (1-4-3)$$

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = q_2 - q_3 \quad (1-4-4)$$

当以 q_1 为输入、 h_2 为输出时，以算子形式表示的系统结构图如图 3-1-4(b) 所示。

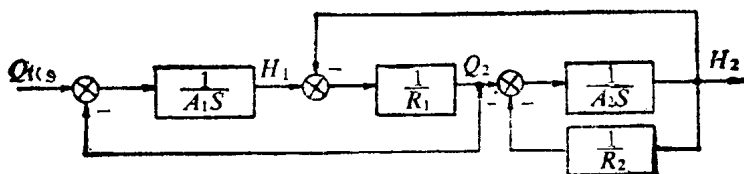


图 3-1-4 (b)

从图 3-1-4(b) 不难求出系统的传递函数：

$$G(s) = \frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{R_2}{A_1 A_2 R_1 R_2 S^2 + (A_1 R_1 + A_2 R_2 + R_2 A_1) S + 1}$$

3-1-5 某平衡电桥如图 3-1-5 所示，试证明其传递函数为：

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = K \frac{TS}{TS + 1}$$

式中 $K = \frac{r_2}{r_1 + r_2}$ ， $T = \frac{L}{r_L + r_3}$ 。（太原工业学院，1984 年）

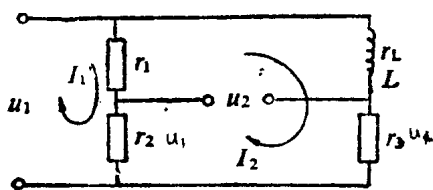


图 3-1-5

解 本题可考虑在 U_2 开路时直接用基尔霍夫定律列出回路方程：

$$U_1(s) = I_1(r_1 + r_2) \quad (1-5-1)$$

$$U_1(s) = I_2(r_L + SL + r_3) \quad (1-5-2)$$

$$U_2(s) = I_1 r_2 - I_2 r_2 \quad (1-5-3)$$

将方程式(1-5-1)，(1-5-2)和(1-5-3)联立并整

理, 可得到传递函数为:

$$G(s) = \frac{SLr_2 + r_2r_L - r_1r_3}{(r_1 + r_2)(r_L + SL + r_3)}$$

考虑到电桥平衡时 $r_2r_L = r_1r_3$, 即有:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{r_2LS}{(r_1 + r_2)(SL + r_L + r_3)} = \frac{r_2}{r_1 + r_2} \frac{\frac{L}{r_L + r_3}S}{(\frac{L}{r_L + r_3}S + 1)} \\ &= K \frac{TS}{(TS + 1)} \quad K = \frac{r_2}{r_1 + r_2} \quad T = \frac{L}{r_L + r_3} \end{aligned}$$

3-1-6 绘制图 3-1-6(a) 所示 RC 电路的方块图, 并根据方块图举出传递函数 $U_c(s)$ 、 $U_r(s)$ 。(哈尔滨工业大学, 1982 年)

解 画方块图应按信号传递的方向进行, 为此应先设定足够数量的信号, 如 i_1 和 i_2 (见图 3-1-6(a)), 从而可画出以 u_r 为输入、 u_c 为输出的方块图如图 3-1-6(b) 所示。

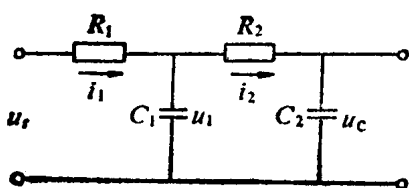


图 3-1-6 (a)

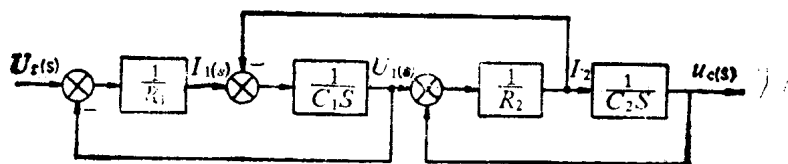


图 3-1-6 (b)

根据方块图的通用化简方法可得到系统的传递函数为:

$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2S^2 + (R_1C_1 + R_2C_2 + R_1C_2)S + 1}$$

3-1-7 求图 3-1-7(a) 所示系统的传递函数 $U_c(s)/U_r(s)$ 。(哈尔滨工业大学, 1984 年)

解 对于由运算放大器组成的系统, 可按照反馈阻抗与输入阻抗之比即为传递函数的概念, 先求各级的传递函数, 然后再按系统的连接方式画出相应的方块图以求系统总的传递函数。

本系统由两级运算放大器组成, 第一级为一惯性环节, 其传递函数为:

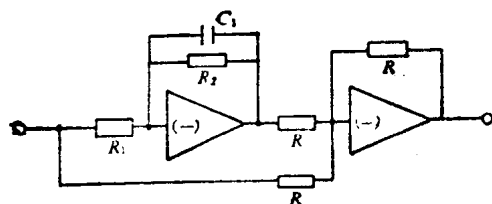


图 3-1-7 (a)

$$G_1(s) = \frac{1}{R_1C_1S + 1}$$

第二级为比例环节，其传递函数为 $G_2(s) = \frac{R}{R} = 1$

该系统相应的方块图为图 3-1-7(b)所示。

系统的总的传递函数为：

$$\begin{aligned} G(s) &= 1 - \frac{1}{R_1 C_1 S + 1} \\ &= \frac{R_1 C_1 S}{R_1 C_1 S + 1} \\ &= \frac{\tau S}{\tau S + 1}, \quad \tau = R_1 C_1 \end{aligned}$$

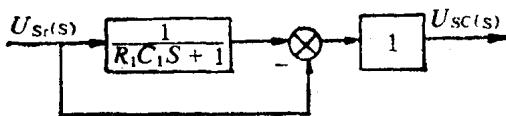


图 3-1-7 (b)

3-1-8 试验用模拟线路如图 3-1-8(a)所示，试画出方块图推导其闭环传递函数。改变

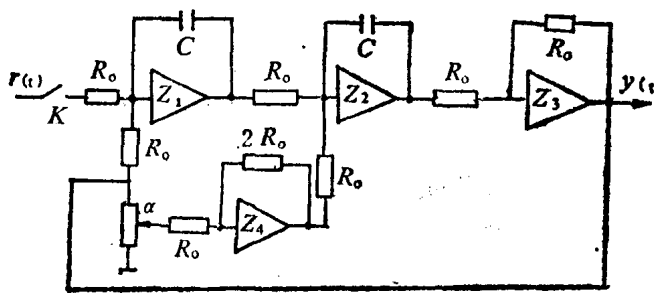


图 3-1-8 (a)

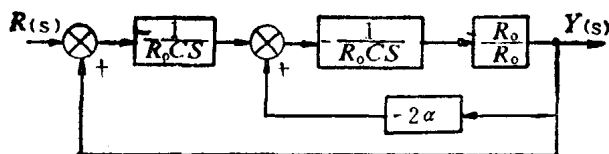


图 3-1-8 (b)

分压系数 α 及电容 C 系统如何变化？将系统调至临界振荡后，断开给定开关 K ，系统仍振，但若关闭工作电源后重新送电，但不加给定则不振荡，从求解系统的响应来分析上述现象的原因。（重庆建筑工程学院，1984年）

解（1）这是一个带有两个纯积分，一个反向器和内环为比例反馈的单位反馈系统，其方块图如图 3-1-8(b)所示：

（2）由方块图不难求出系统的传递函数：

$$\phi(s) = \frac{1}{\tau^2 S^2 + 2\alpha \tau S + 1}$$

$$\tau = R_0 C$$

（3）为了分析在 α 和 C 改变时系统的变化规律，可将其化成典型二阶系统

$$\phi(s) = \frac{1/\tau^2}{S^2 + 2\alpha/\tau \cdot S + 1/\tau^2} = \frac{\omega_n^2}{S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2}$$

显然 $\omega_n = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{R_0 C}, \quad \xi = \frac{1}{2\omega_n} \cdot \frac{2\alpha}{\tau} = \alpha$

分析：（a）由于 α 为分压系数，其取值范围为 $0 \leq \alpha \leq 1$ 从而可知：

当 $\alpha = 0$ 时， $\xi = 0$ ，系统处于临界振荡状态；

当 $\alpha = 1$ 时， $\xi = 1$ ，系统处于临界阻尼状态；

当 $0 < \alpha < 1$ 时， $0 < \xi < 1$ ，系统处于欠阻尼状态。 α 愈小系统振荡愈严重，系统的超调量愈大，在 τ 不变，即 ω_n 不变时，系统的快速性变好，但过渡过程加长。

（b）若 α 保持不变，加大 C ， ω_n 减小，系统的快速性变差，调节时间加长，反之， C 减

小, ω_n 增加, 快速性变好, 调节时间缩短, 而超调量不受影响。

(4) 将系统调至临界振荡后, 断开开关 K , 由于积分器的保持作用, 使系统保持振荡状态。当关闭工作电压后, 使系统输出为零, 积分器作用消失, 即使再给上工作电压而不闭合开关 K , 系统无激励能量则不会振荡。

3-1-9 求图 3-1-9(a) 电路的传递函数。

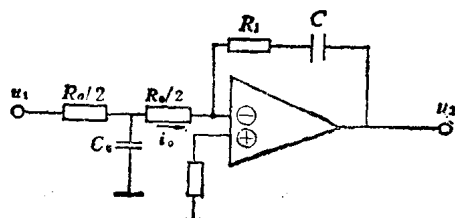


图 3-1-9 (a)

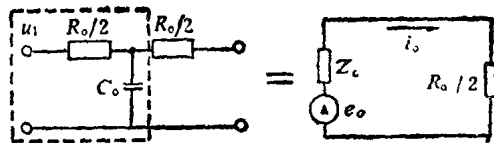


图 3-1-9 (b)

解 这是一个带有给定滤波器的 PI 调节器, 其传递函数的求取可分两步进行:

(1) 应用等效发电机定理 (戴维南定理) 推出以 u_1 为输入, i_0 为输出的传递函数, 其等效电路如图 3-1-9(b) 所示

$$\text{等效电势: } E_0(s) = \frac{U_1(s)}{\frac{R_0}{2} + \frac{1}{C_0 S}} \cdot \frac{1}{C_0 S} = \frac{U_1(s)}{\frac{R_0}{2} C_0 S + 1}$$

$$\text{等效内阻抗: } Z_0 = \frac{\frac{R_0}{2} \cdot \frac{1}{C_0 S}}{\frac{R_0}{2} + \frac{1}{C_0 S}} = \frac{\frac{R_0}{2}}{\frac{R_0}{2} C_0 S + 1}$$

$$\text{电流: } I_0(s) = \frac{E_0(s)}{Z_0 + \frac{R_0}{2}} = \frac{U_1(s)}{\frac{R_0^2}{4} C_0 S + R_0}$$

从而可得到传递函数

$$G_1(s) = \frac{I_0(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{R_0 \left(\frac{1}{4} R_0 C_0 S + 1 \right)} = \frac{1}{R_0} \cdot \frac{1}{\tau_0 S + 1}, \text{ 其中 } \tau_0 = \frac{1}{4} R_0 C_0$$

(2) 以 i_0 为输入, u_2 为输出时的传递函数为:

$$G_2(s) = \frac{U_2(s)}{I_0(s)} = \frac{R_1 C_1 S + 1}{C_1 S} = \frac{R_1 (R_1 C_1 S + 1)}{R_1 C_1 S} = \frac{R_1 (\tau S + 1)}{\tau S}$$

其中: $\tau = R_1 C_1$

(3) 系统总的传递函数为:

$$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s) = \frac{R_1}{R_0} \cdot \frac{\tau S + 1}{\tau S (\tau_0 S + 1)} = \frac{1}{\tau_0 S + 1} \cdot K_p \frac{\tau S + 1}{\tau S}$$

其中 $K_p = \frac{R_1}{R_0}$

3-1-10 求如图 1-1-10(a) 电路的传递函数。(哈尔滨工业大学, 1982 年)

解 本题可视为一个以 U_1 为输入 U' 为输出的积分环节和以 U' 为输入 U_2 为输出的

惯性环节串联的单位反馈系统，可画出其等效方块图如图3-1-10(b)所示。

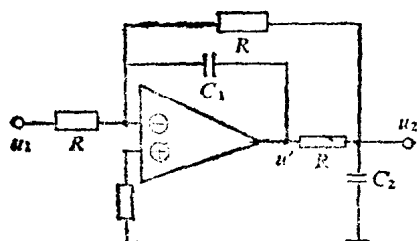


图 3-1-10(a)

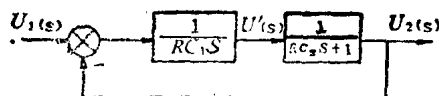


图 3-1-10(b)

则系统的传递函数为：

$$G(s) = \frac{1}{RC_1 S(RC_2 S + 1) + 1} = \frac{K}{S(\tau_2 S + 1) + K}$$

其中 $K = \frac{1}{RC_1} = \frac{1}{\tau_1}$ $\tau_2 = RC_2$

3-1-11 已知某负反馈系统结构图如图3-1-11(a)。(1) 试求出系统的开环及闭环传递函数。其中： $R_1 = R_2 = R_3 = 20 \text{ K}$ ，

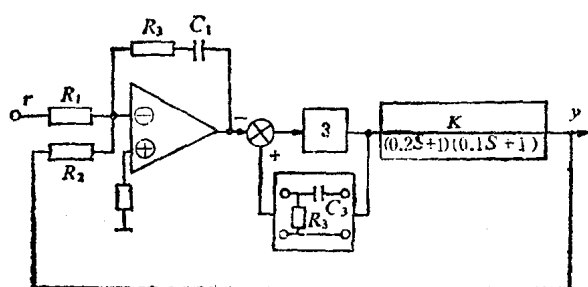


图 3-1-11(a)

$C_1 = 20 \mu\text{F}$ ， $C_2 = 5 \mu\text{F}$ ， $K = 2/3$ ；(2) 求出系统的阻尼比 ξ 值及阻尼振荡频率 ω_d ；(3) 试定性比较当 $K = 2/3$ 及 $K = 4/3$ 时系统的稳态误差和动态品质（调节时间和超调量）。（天津大学，1984 年）

解 系统结构图如图3-1-11(b)所示。

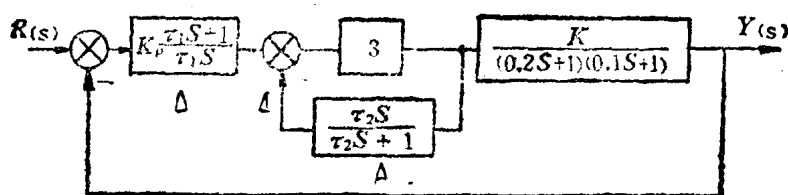


图 3-1-11(b)

其中： $K_p = \frac{R_3}{R_1} = 1$ ， $\tau_1 = R_3 C_1 = 0.4$ ， $\tau_2 = R_3 C_2 = 0.1$ ， $K = 2/3$

将已知数据代入图3-1-11(b)，并化简则有图3-1-11(c)。

由图3-1-11(c)可得如下结论：

(1) 系统的开环传递函数：

$$G(s) = \frac{25}{S(S+5)} = \frac{5}{S(0.2S+1)}$$

(2) 系统的闭环传递函数：

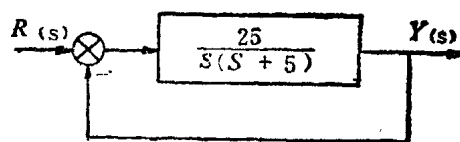


图 3-1-11(c)

$$\phi(s) = \frac{25}{s^2 + 5s + 25}$$

(3) 系统的无阻尼自然振荡频率 $\omega_n = 5$ 、 $\xi = 0.5$ ，从而可求出阻尼振荡频率

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = 5 \sqrt{1 - 0.5^2} = 4.33$$

(4) 当 $K = 4/3$ 时，系统的闭环传递函数为： $\phi(s) = \frac{50}{s^2 + 5s + 50}$

此时， $\omega_n = \sqrt{50} = 7.07$ ， $\xi = 0.35$ 。

显然，与 $K = 2/3$ 比较，开环增益增大一倍，即稳态误差减小一倍， ξ 减小使超调量加大，但由于 $\xi\omega_n$ 的乘积不变，因而调节时间不变。

3-1-12 简化图 3-1-12(a) 结构图，求出 $Y(s)$ 的表达式。(广西大学，1985年)

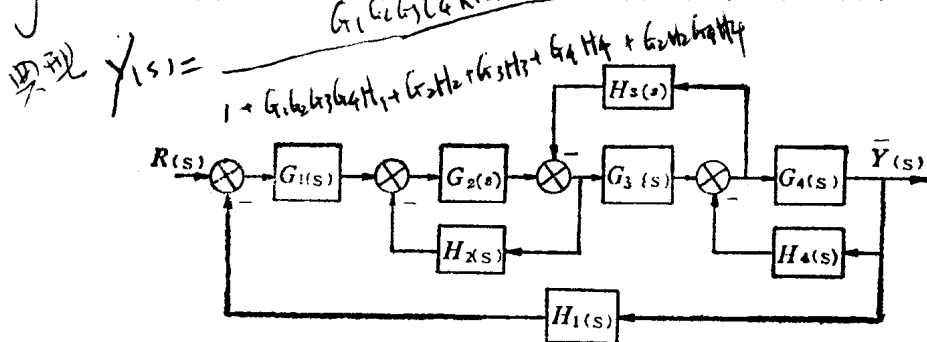


图 3-1-12(a)

解 本题为交叉网络，在结构图化简中首先要解除交叉，若将 $H_3(s)$ 回路的引出点后移，同时将其综合点（比较点）前移，可一次解除交叉，其相应的简化结构图如图 3-1-12(b) 所示。

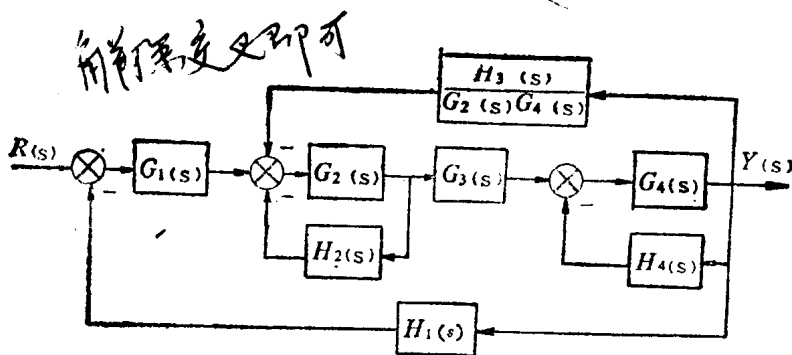


图 3-1-12(b)

按图 3-1-12(b) 本着先化简内环，后求外环的方法，可求取系统的输出 $Y(s)$ ，即：

$$Y(s) = G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)R(s) \left[1 + G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)H_1(s) + G_2(s)H_2(s) + G_3(s)H_3(s) + G_4(s)H_4(s) + G_2(s)G_4(s)H_2(s)H_4(s) \right]^{-1}$$

3-1-13 试用结构图简化法求出图 3-1-13(a) 所示系统的传递函数 $Y(s)/N(s)$ 。(需简要画出简化步骤) (南京航空学院，1983年)

解 本题可将 $H_2(s)$ 的综合点后移, 这样对以 $N(s)$ 为输入, 以 $Y(s)$ 为输出就形成两个独立回环的控制系统, 其简化过程如图 3-1-3(b) 所示。

则系统的传递函数为:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{N(s)}$$

$$= \frac{G_3(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)G_3(s)H_1(s) + G_2(s)G_3(s)H_2(s)}$$

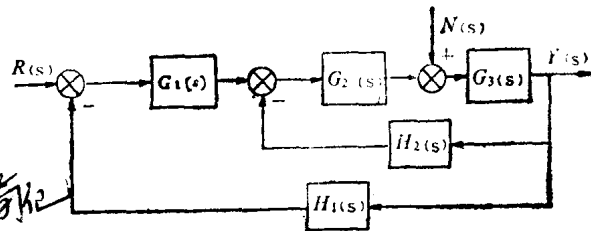


图 3-1-13(a)

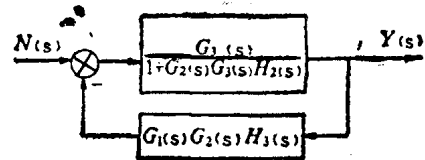
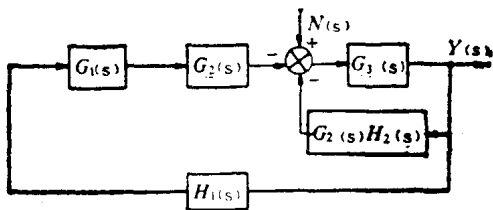


图 3-1-13(b)

3-1-14 已知系统的方块图如图 3-1-14(a) 所示, 试求传递函数 $G(s) = Y(s)/N(s)$ 。
(天津大学, 1981年)

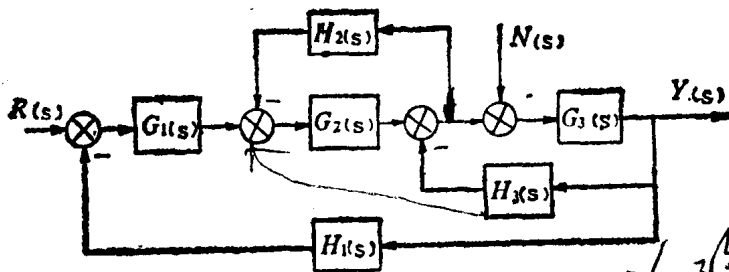


图 3-1-14(a)

解 采用方块图化简的方法及过程如图 3-1-14(b)、(c) (d) 所示。

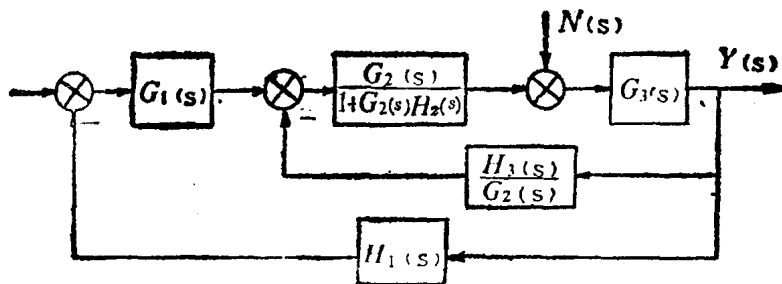


图 3-1-14(b)

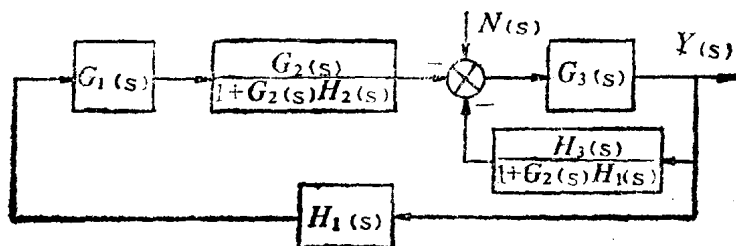


图 3-1-14(c)

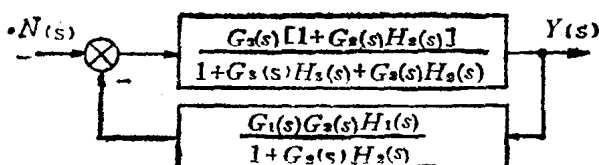


图 3-1-14(d)

从而可求出系统的传递函数:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s) [1 + G_2(s)H_2(s)]}{1 + G_1(s)G_2(s)G_3(s)H_1(s) + G_2(s)H_2(s) + G_3(s)H_3(s)}$$

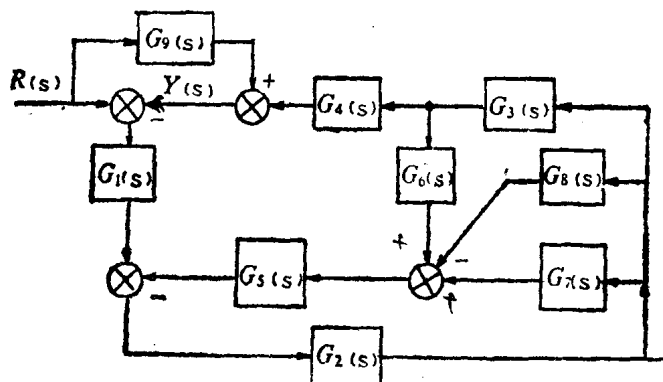


图 3-1-15(a)

3-1-15 有多环系统如图 3-1-15(a)所示。

(1) 用结构图简化法求出传递函数 $Y(s)/R(s)$; (2) 画出相应的信号流图并用 Mason 公式求其总增益。(同济大学, 1983年)

解 (1) 若将图 3-1-15(a) 画成通常的习惯图形 (如图 3-1-15(b)、(c)所示), 将使求解变的比较清晰。

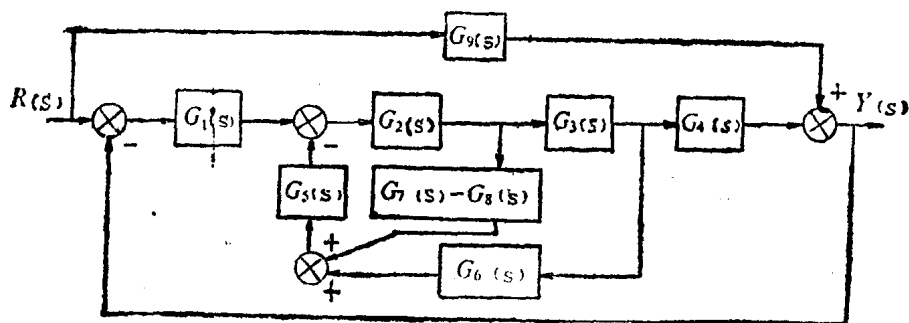


图 3-1-15(b)

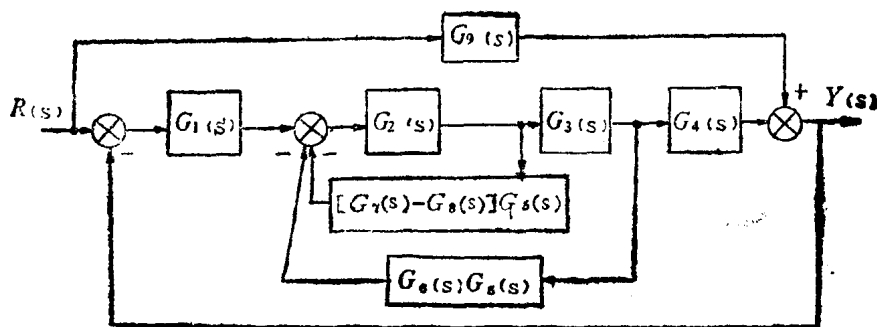


图 3-1-15(c)

从而可以看出该系统即为单环系统利用先内环后外环的简化法则可求出系统的传递函数为:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G'(s)}{\Delta}$$

其中

$$G'(s) = G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s) + G_9(s) [1 + G_2(s)G_5(s)(G_7(s) - G_8(s) + G_3(s)G_6(s))]$$

$$\Delta = 1 + G_2(s)G_5(s)[G_7(s) - G_8(s)] + G_2(s)G_3(s)G_5(s)G_6(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)$$

(2) 系统的信号流图如图 3-1-15(d)所示。

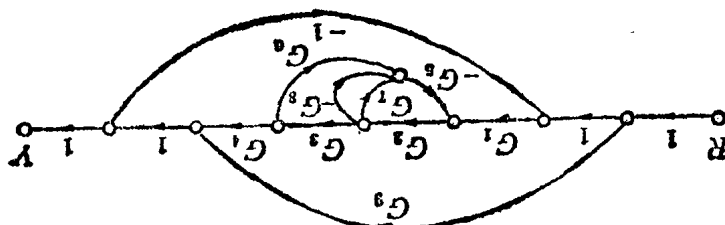


图 3-1-15(d)

前向通路数 $K = 2 \begin{cases} P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4 \\ P_2 = G_9 \end{cases}$

单独回环: $L_1 = -G_1 G_2 G_3 G_4$ $L_2 = -G_2 G_5 G_7$
 $L_3 = G_2 G_5 G_8$ $L_4 = -G_2 G_3 G_5 G_6$

特征式: $\Delta = 1 + G_1 G_2 G_3 G_4 + G_2 G_5 G_7 - G_2 G_5 G_8 + G_2 G_3 G_5 G_6$

特征子式: $\Delta_1 = 1$, $\Delta_2 = 1 + G_2 G_5 G_7 - G_2 G_5 G_8 + G_2 G_3 G_5 G_6$

所以系统的总增益:

$$G = \frac{\sum P_k \Delta_k}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 + G_9 (1 + G_2 G_5 G_7 - G_2 G_5 G_8 + G_2 G_3 G_5 G_6)}{1 + G_1 G_2 G_3 G_4 + G_2 G_5 G_7 - G_2 G_5 G_8 + G_2 G_3 G_5 G_6}$$

3-1-16 已知控制系统的方块图如图 3-1-16(a)所示, 求传递函数 $G(s) = Y(s)/R(s)$ 。

(天津大学, 1985年)

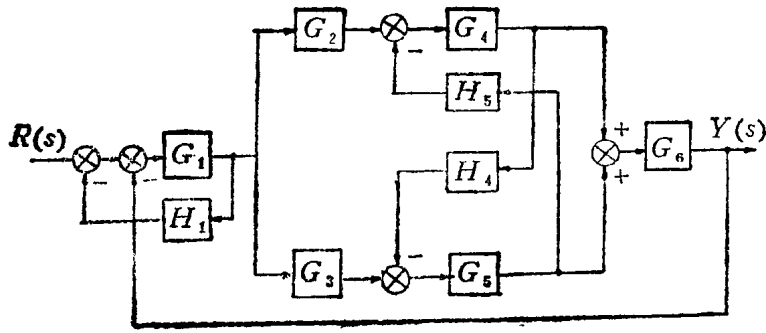


图 3-1-16(a)

解 对于本题来说采用方块图化简的方法是难于求解的,若采用信号流图则简便得多,其相应的信号流图如图 3-1-16(b)所示。

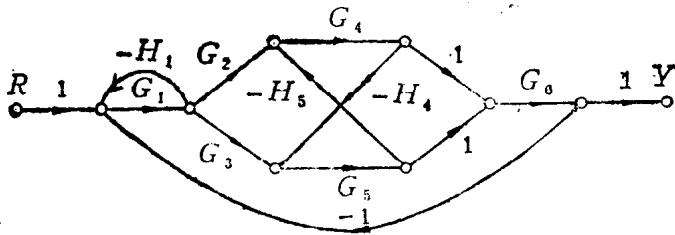


图 3-1-16(b)

前向通道 $K = 4$

$$P_1 = G_1 G_2 G_4 G_6$$

$$P_2 = G_1 G_3 G_5 G_6$$

$$P_3 = -G_1 G_2 G_4 H_4 G_5 G_6$$

$$P_4 = -G_1 G_3 G_5 H_5 G_4 G_6$$

独立回路:

$$L_1 = -G_1 H_1$$

$$L_2 = -G_1 G_2 G_4 G_6$$

$$L_3 = -G_1 G_3 G_5 G_6$$

$$L_4 = G_1 G_2 G_4 H_4 G_5 G_6 \quad L_5 = G_1 G_3 G_5 H_5 G_4 G_6 \quad L_6 = G_4 H_4 G_5 H_5$$

互不接触回路: $L_7 = -G_1 H_1 G_4 H_4 G_5 H_5$

系统的特征式: $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6) + L_7$

系统的特征子式: $\Delta_k = 1 \quad (k = 1, 2, 3, 4)$

$$\text{所以, 系统的传递函数为: } G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2 + P_3 \Delta_3 + P_4 \Delta_4}{\Delta} = \frac{\sum P_k \Delta_k}{\Delta}$$

$$\text{其中 } \sum_{k=1}^4 P_k \Delta_k = G_1 G_2 G_4 G_6 + G_1 G_3 G_5 G_6 - G_1 G_2 G_4 H_4 G_5 G_6 - G_1 G_3 G_5 H_5 G_4 G_6$$

$$\Delta = 1 + G_1 H_1 + G_1 G_2 G_4 G_6 + G_1 G_3 G_5 G_6 - G_1 G_2 G_4 H_4 G_5 G_6 - G_1 G_3 G_5 H_5 G_4 G_6 - G_4 H_4 G_5 H_5 - G_1 H_1 G_4 H_4 G_5 H_5$$

3-1-17 试求取 3-1-17(a) 所示控制系统的传递函数 $Y(s)/R(s)$ 。(哈尔滨船舶工程学院, 1985年)

解 本题只能采用信号流图由 Mason 公式求解, 其相应的信号流图如图 3-1-17(b)所示。

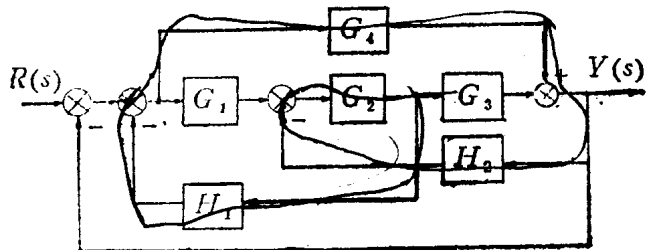


图 3-1-17(a)

由信号流图不难得出:

$$\sum_{k=1}^2 P_k \Delta_k = G_1 G_2 G_3 + G_4$$

$$\Delta = 1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 + G_4 - G_4 H_2 G_2 H_1$$

从而可求取系统的传递函数:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\sum P_k \Delta_k}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 G_3 + G_4}{1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 + G_4 - G_4 H_2 G_2 H_1}$$

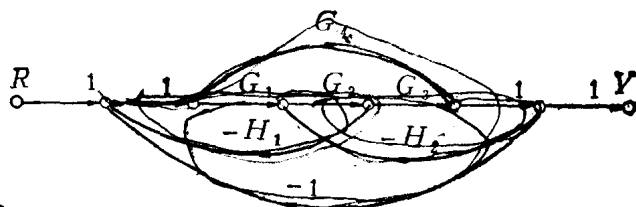


图 3-1-17(b)

3-1-18 求图 3-1-18(a) 的传递函数。

(大连工业学院, 1985年)

解 本题若以信号流图表示, 则求系统的传递函数将较方便, 其相应的信号流图如图 3-1-18(b) 所示。

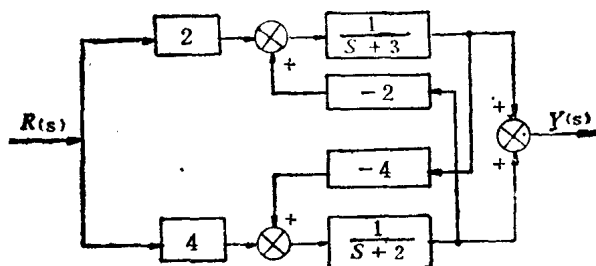


图 3-1-18(a)

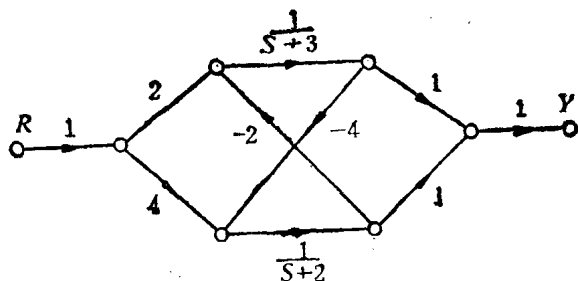


图 3-1-18(b)

由图 3-1-18(b) 不难得出:

$$\sum_{k=1}^4 P_k \Delta_k = \frac{2}{s+3} + \frac{4}{s+2}$$

$$= \frac{8}{(s+2)(s+3)} + \frac{8}{(s+3)(s+2)}$$

$$= \frac{6s}{(s+2)(s+3)}$$

$$\Delta = 1 - \frac{8}{(s+2)(s+3)} = \frac{s^2 + 5s - 2}{(s+2)(s+3)}$$

$$\text{系统的传递函数: } G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\sum P_k \Delta_k}{\Delta} = \frac{6s}{s^2 + 5s - 2}$$

3-1-19 已知信号流图如图 3-1-19 所示, 试求传递函数 x_5/x_1 。(天津大学, 1982年)

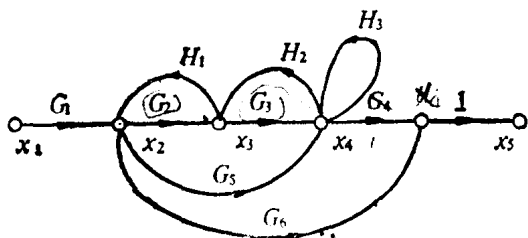


图 3-1-19

解 (1) 前向通路数 $K = 3$,

$$\text{即: } P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4, P_2 = G_1 G_5 G_4,$$

$$P_3 = G_1 G_6.$$

(2) 单独回路数为 4 个

$$\text{即: } L_1 = G_2 H_1, L_2 = G_3 H_2, L_3 = H_3,$$

$$L_4 = G_5 H_2 H_1.$$

(3) 互不接触回路为:

$$L_1 \cdot L_3 = G_2 H_1 H_3.$$

(4) 系统的特征式:

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + L_1 \cdot L_3 = 1 - (G_2 H_1 + G_3 H_2 + H_3 + G_5 H_2 H_1) + G_2 H_1 H_3$$