

中国科普名家名作

名家精品集萃

SHUXUEHUAYUAN
MANYOUJI

数学花园漫游记

—— 马希文教授献给少儿的礼物

最新版

MAXIWEN ZHU



马希文◎著

中国少年儿童出版社

名家精品集萃

数学花园漫游记

—— 马希文教授献给少儿的礼物

最新版



马希文◎著

中国少年儿童出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学花园漫游记 / 马希文著. — 北京: 中国少年儿童出版社, 2003.9

(中国科普名家名作)

ISBN 7-5007-6755-2

I. 数… II. 马… III. 数学-少年读物
IV. 01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第073606号

SHUXUEHUAYUANMANYOUJI



出版发行: 中国少年儿童出版社
出版人:

作者: 马希文 插图: 晓西 装帧设计: 田家雨
责任编辑: 薛晓哲 等 美术编辑: 颜雷
责任校对: 鸿玉 责任印务: 宋世祁

社址: 北京东四十二条21号 邮政编码: 100708
电话: 086-010-64032266 传真: 086-010-64012262
24小时销售咨询服务热线: 086-010-84037667

印刷: 河北新华印刷一厂 经销: 新华书店

开本: 850×1168 1/32 印张: 5
2003年9月河北第1版 2003年9月河北第1次印刷
字数: 73千字 印数: 11000册

ISBN 7-5007-6755-2/O·76 定价: 8.00元

图书若有印装问题, 请随时向本社出版科退换。

版权所有, 侵权必究。

目 录

序	1
数数问题	3
关于考试的话	9
地图上的数学	13
北京市的面积有多大	20
四色问题	24
如果我们住在土星的光环上	30
通向“色数”的桥梁——欧拉公式	35
四色问题的副产品——墨比乌斯环	38
试验田里的数学	42
如果找不到大块田	47
再走一步——回到了几何学中	52
图的世界	59
最短路程问题	65
最大流问题	72
请你当车间主任	78
秘诀在哪里	83
从最简单的情况起步走	88

“ $\smile$ ”和“ $\frown$ ”是什么呀	95
向前迈进	99
该跟踪谁	104
斗智的结果——找到了平衡点	109
利用混合策略造成平衡点	114
侦察员的策略	118
奇怪的无穷多	124
无穷多的美妙特性	130
模糊数学	136
不可能问题	143
等待着人们去试探	147
和你告别	152

序

打开这本书,我将带你到数学的花园里去漫步。

你已经学了不少数学知识。这些知识都在数学花园的大门口,或者在进门不远的地方。这些地方已经修起了许多美丽的花坛花棚,盖起了许多高楼大厦。你学过的数学知识,是这些建筑的基础。

这一次,让我们尽可能走得远一些,去观赏一下数学花园里的新景色!

数学的花园很大,分成许多小区,这些小区叫做数学的分支。你学习的代数、几何,就是数学的分支。每一个分支,又分成许多小的分支。不论大的分支,小的分支,几乎都有我们的同胞在工作;有的分支,还留下了我们祖先深深的脚印。你一定想知道,这些能工巧匠在那里干些什么。

他们在锄地,灌水,栽花。他们在维修、改建和新建一座座精美的建筑。

随我一路走过去吧!各种各样的景色会引起

你的喜爱和关心。

新奇的问题层出不穷,每一个分支里都有它独特的问题。有的你一眼就能看出它的实用价值;有的你会感到它是严肃的理论研究;有的你会觉得它是有趣的智力测验;有的还可能和你平时的看法不一致。

这些问题,在它们自己的分支里都是有资格的代表。

为了解决这些问题,人们已经花费了许多时间和精力。他们反复琢磨,有的提出了新的观点和思想,有的想到了新的方法和技巧。

看看他们的成绩,听听他们的议论,你就可以接触到现代数学的脉搏,感觉到它是在怎样跳动着。

希望你不要只是满足于看看而已。

每当遇到一个新的问题,你应当想一想,这是一个什么性质的问题,你能解决它吗?

每当听到一种新的思想,你应当想一想,这种思想的本质是什么,对你有没有启发?

每当看到一种新的方法,你应当想一想,这种方法妙在哪里,你能用它来解决其他问题吗?

不然的话,你会入宝园而空回。

数数问题



谁不会数数？这也算个问题？

当然啰，人有几个手指，屋子里有几把椅子，这谁都会数。

但是也有一些数，不能靠“1、2、3……”这样简单的办法去数。

比如中国有 10 多亿人口，如果 1、2、3……这样地数，就算 1 秒钟数 2 个，1 天 24 小时不停地数，也只能数 $24 \times 60 \times 60 \times 2 = 172800$ 个，1 年数 $172800 \times 365 = 63072000$ 个，10 多亿个就要数 20 多年。在这段时间内，不知有多少人死去，多少人出生，怎么数得清呢？

又比如教室里有多少座位，我们一般不是一个一个地数，而是数数有多少排，每一排有多少个座位，然后用乘法来计算。

有一些数字很大，又只需要一个比较粗略的近似值，这时候，我们就要利用种种办法进行估

计。一本书有多少字？大体上可以用页数乘上每页的行数，再乘上每行的字数来估计。

不过，即使是估计，有时候也需要认真思考，才能找到一个切实可行的好办法。

例如，你头上有多少根头发？

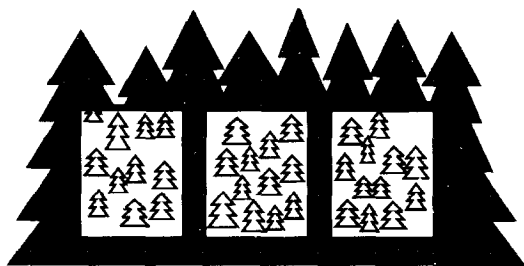


据说，人的头发有几十万根之多，当然不可能一根一根地去数。你想用乘法来计算，可是头发不是成行成垅、整整齐齐地排好的。

一种切实可行的办法，是测量一下长着头发的皮肤面积有多大，再数一数 1 平方厘米的头皮上有多少根头发，这是可以数得清的。

当然啰，头上这 1 平方厘米和那 1 平方厘米的头发可能不一样多。我们可以仔细观察一下，选有代表性的 1 平方厘米。

数头发并不重要，数森林中的树有多少棵，可是一件重要的事。这两个问题十分相似，可以用相同的办法去解决。



但是，森林中的树长得有稀有密，我们很难走遍整个林区，来挑选一块最典型的地方。这怎么办呢？

最好的办法是任意挑选若干块地方，分别计算，然后求出平均数来。数学的研究说明，平均数总是更加接近实际。

研究这类问题的数学叫做数理统计。这是现代数学中一个非常活跃的分支。这里用的方法，叫做抽样方法。

我们再举一个例子，来说明数理统计的用途。

水库里养了鱼，每年要捕捉一些供应市场需要，爱吃鱼的人很多，最好多捕一些。捕得太多了，剩得就少，会影响鱼的繁殖，明年就捕不到多少鱼了。

为了掌握好捕鱼的数量,就需要知道水库里到底有多少鱼。这个问题看来和上面的问题很相像,其实要困难得多。因为鱼是游来游去的,而我们也难以选出 1 平方米水面,来数一数下面有多少鱼。

渔业人员想出了一个巧妙的办法,他们捕上 1000 条鱼,给每条鱼都做上记号,比如在尾巴上剪去一个小角,然后放回水中。

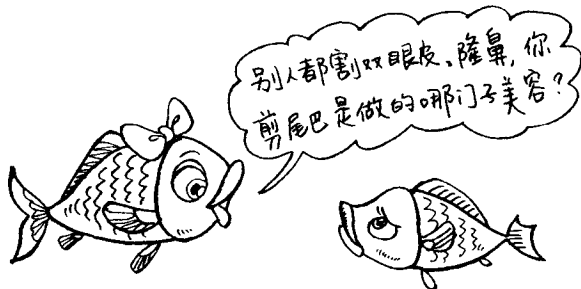
鱼儿到了水里就四散游开去。过了几天,这些鱼均匀地散布在水库的各个地方了。

渔业人员再捕上 1000 条鱼,一看,其中有 20 条是做过记号的。

他们想,如果水库中共有 X 条鱼,其中有 1000 条被我们做过记号,那么,做过记号的鱼占全部 X 条鱼的几分之几呢?当然是 $\frac{1000}{X}$ 了。现在捕了 1000 条鱼,其中有 20 条做过记号,也就是说,在这 1000 条鱼中,有记号的鱼占 $\frac{20}{1000} = \frac{1}{50}$ 。这个比和前面那个比的值,大体上应该是一样的。所以, $\frac{1000}{X} \approx \frac{1}{50}$ 。这样一来,就计算出 $X \approx 50000$ 了。

5 万条鱼,今年捕上三四万条,大概没问题吧!这个问题,简直像一个简单的比例问题,其实

不然。你也去那里捕 1000 条鱼，数数有几条是做过记号的，你敢保证也是 20 条吗？不敢吧！



实际情况必然是这样，每捕 1000 条鱼，其中做过记号的鱼的数目，不会是一成不变的。

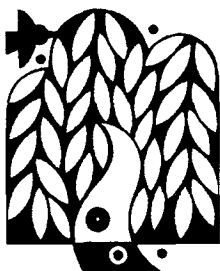
比如说，你捕的 1000 条鱼中有 25 条是做过记号的，你列出的方程就会是 $\frac{25}{1000} \approx \frac{1000}{X}$ ，算出的结果是 $X \approx 40000$ ，比刚才算的少了 1 万条。那么，水库里到底有多少条鱼呢？

数理统计可以帮助我们解决这个问题。它告诉我们，在后捕上来的 1000 条鱼中有多少条做过记号，这个数目虽然不是固定不变的，但它



有一定的变化规律。一旦掌握了这个变化规律，我们不但可以用比例的办法来估计出水库中鱼的总数，而且可以掌握这个估计会有多大的误差。数理统计还给我们提供了一些更好的办法，来帮助我们尽可能减少这种误差。

这样，就在数理统计的基础上，发展出一整套调查动植物资源和研究许多其他问题的方法。



关于考试的话



考试成绩公布了,大家都很关心。

考试得分多,固然好,得分少,也不必太难受。因为考试是对某一阶段教学的检查,不但检查学生学得好不好,也检查老师教得好不好。不好怎么办呢? 学生得想法子改进学习方法,老师也得想法子改进教学方法。

还有个问题,考试能不能真正反映教学成绩,还得看出题的人的水平。

我们请出题的人出 2 份性质一样的题,让 50 个学生重复考 2 次。如果出题的人水平很高,出的题目确实能够考出学生的学习成绩来,那么,每个学生在两次考试中得的分数应该基本相同。

说基本相同,就是不能绝对化。考分有偶然的成分。一个考 90 分的学生,不一定比考 95 分的学生差;在另一次考试中,他们俩的考分很可能调个个儿。但是无论如何,如果两份题性质一样,每个学生的两个考分应该是接近的。

我们把两次考试的成绩做一个统计:

第二次 第一次	98 100	95 97	92 94	89 91	86 88	83 85	80 82	77 79	74 76	71 73	68 70	65 67	62 64
98-100	2	1											
95-97	1	4	2										
92-94	1	2	1										
89-91		1	1	1	1	1			1				
86-88				3	1	1	1				1		
83-85				1	1	2							
80-82					2	2							
77-79										1			
74-76						1	1	1					
71-73						1				2	2		
68-70									1				
65-67							1			1			
62-64									1				2

当然啰,其中也有个别例外,比如有一个同学第一次考试分数在 86 ~ 88 之间,第二次却跑到 68 ~ 70 之间去了。这可以算做一种偶然情况。

这是 50 个学生在 2 次考试中的成绩统计表。两份考题的性质是一样的。箭头指出的“2”是两个学生在第一次考试中得了 80 分 ~ 82 分,在第二次考试中得了 86 分 ~ 88 分,这表示 2 次考分的关系是很密切的。用数理统计的方法,可以算出 2 次考分的相关系数高达 0.96。这好比说,出题人的水平是 96 分。

考试成绩还可以说明更多的问题。比如说,这次考试是 10 个题,每题 10 分,那我们还可以列出一个每个人每道题得了多少分的表:

姓名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总分
甲	10	10	10	10	10	8	8	10	10	8	94
乙	8	4	10	2	0	0	10	10	10	8	62
丙	10	6	10	0	5	10	8	10	6	6	71
.....											
平均	9.6	7.4	9.8	4.8	5.5	7.7	8.9	9.8	9.6	6.6	80.7

这张表说明:第四题和第五题,同学们掌握得不太好,是学习的弱点所在;第三题和第八题,同学们基本上都答对了,可见掌握得都不错。如果

这是物理考试,而四五两题都是有关电学的,那么,今后应该加强电学方面的教学。

这种表是分析考卷的时候经常要用到的。根据是什么呢?就因为平均数最能反应一般情况。

当然啰,这样分析还嫌粗糙,因为一般考试题都带点儿综合性。还得把综合的东西分解开来,再做进一步的分析。

现代的数理统计,提出了许多很好的方法,来处理这些问题。比如说,用因子分析和群分析的方法,我们可以从上面的表中,找出主要是哪些因素影响了学生的成绩:是掌握概念的程度吗?是灵活运用公式的能力吗?是逻辑推理的能力吗?还有没有其他未知的因素呢?

经过这样分析,把一次考试能说明的问题充分发掘出来,分数才能发挥它对改进教学方法、提高教学质量的指示作用。

人们在日常工作和生活中,常常碰到大量的数据资料。用数理统计的方法整理和研究这些资料,可以得到许多有指导意义的结论。因此,数理统计在近年来发展很快,应用范围正在不断扩大。