萬有文庫

第一集一千種

王雲五主編

代數學
數及代數式之四則

林鶴一　藤原倉平著

崔朝慶譯

商務印書館發行

代數學

及代數式之四則

林鶴一　藤原倉平著

崔朝慶譯

算學小叢書

王雲五主編

萬有文庫

第一集一千種

代數學—數及代數式之四則

林鶴一 藤原倉平著

崔朝慶譯

發行人 王雲五 上海寶山路五〇一號

印刷所 商務印書館 上海寶山路

發行所 商務印書館 上海及各埠

中華民國十九年十月初版

The Complete Library
Edited by
Y. W. WONG

FOUR RULES OF NUMBER AND ALGEBRAICAL EXPRESSION

BY HAYASHI AND FUJIWARA
TRANSLATED BY TS'UI CHAO CH'ING

PUBLISHED BY Y. W. WONG

THE COMMERCIAL PRESS, LTD.
Shanghai, China
1930

B八三五分

本篇爲初等代數學最初之部分，其理論以詳明爲主，力杜簡略之弊，故不憚反覆言之，其例題之解法，亦極詳明，而以問題分類附於例題之後，舉其一隅，而三隅可反已，，

中學程度之代數學，無深奥之理法，不難循序而進，凡數學中之事項，在前者未全了解，必不能了解後之事項，故習代數學而不逐節潛心研究，則至半途往往感覺困難，此當然之結果也，余深望讀此篇者處處注意焉．

此書分四章：第一章爲緒論，先述代數學之大概．第二章爲代數學上之數之四則．其各種法則，實代數計算之基礎　爲學者便於練習，特揭加減乘除四法之練習表，所載之公式I至VIII，乃次章計算時常用之公式，於此寓聯絡次章之意，第三章爲整式之四則，並述括弧用法，及乘法用公式之例，第四章爲分數式之四則，至繁分數式而止，他種代數學中，皆列分數式於因數分解及最大公約數最小公倍數之後，此書以分數式繼整式

之次，蓋以四則類聚也，附印＊之問題，其解法詳於本叢書之第九篇，可稍緩練習，故選錄無多，惟表示分數式之範圍，有此種問題而已．

大正二年十二月　　　　藤原鶴平識

目　　次

代數學　數及代數式之四則

第　一　章

緒　　論

1. 代數學與算術　代數學爲算術之續，雖與算術同爲攷究關於數理之學科，但用算術難解之問題，欲求便利，須用代數之法，說明以文字表數如何計算及如何應用，此代數學之要旨也。

2. 用文字表數之例　算術中，間有以公式代表數者，如本銀×年利率×年數＝利息，其本銀或代表100圓，或代表200圓，或代表1000圓；年利率或代表.05，或代表.1；年數或代表3；或代表5；利息代表依法計算而得之銀數，在代數學，則用$a,b,c,d,\cdots x,y,z$等之文字代數，此等文字，非如運算之數字表一定之數，乃表任何數也；例如二數相加，〔與次序無關係〕以a代其一數，以b代其又一數，或寫爲$a+b$，或寫爲$b+a$，其a之値，無論爲整數爲分數爲小數皆可，b之値亦然.

更舉一例，在算術以幾箇相同之數之連乘積，謂之二乘羃,三乘羃,四乘羃,…;如 5×5 爲5之二乘羃，依略記法爲5^2,又 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$爲$\frac{1}{2}$之三乘羃，依畧記法爲$\left(\frac{1}{2}\right)^3$,其右肩之數字2,3,稱爲指數；今用文字,如 m 箇 a 之連乘積,卽 a 之 m 乘羃,依略記法爲 a^m，以此等之式與上利息算公式比較，如本銀代表銀數，乃代表100圓或200圓之名數，代數學用文字,皆爲無名數,無代表名數之事;故用文字欲代表名數,必須添書單位之名,如某人有銀a,不可不添寫圓字或兩字爲 a 圓或 a 兩,又年利率依利息之習慣,大概代表在從.01至.2之範圍內之數，在代數學之文字本無限制，可代表任意之數，有時因問題之情形而有限制，僅代表在某範圍內之數，例如上述之 a^m，其a 爲任意之整數或分數，而m常代表整數.

此外尙有當注意者，代數學中之某文字，雖表任意之數，但推算某問題自始至終某文字所表之數不更變也.

3. 負數 算術中未見有負數,在代數學始定負數之名稱,例如從3減1則餘2,從3減2則餘1.至從3減3卽無餘,在代數學則稱得0,視0亦爲一數.更進而從3減4不足1,書不足之1爲-1,其式爲$3-4=-1$.此-1呼爲負1.由此類推,從3減5則爲-2,

從1減$1\frac{1}{2}$則爲$-\frac{1}{2}$；凡數之前置符號－之數，皆謂之負數，爲區別負數，名通常之數爲**正數**，前置符號＋以表之，如$+6$，$+\frac{1}{2}$等皆呼爲正數，正數前之符號＋常略而不書，惟負數前之符號－決不可省略，而取去正數及負數前之符號，稱爲數之**絕對值**，例如-5之絕對值爲5，$+2$之絕對值爲2，又-3與$+3$之絕對值同爲3，負數與0及正數，總稱爲代數學上之數。

〔問1〕 書$+13$，-13，$+\frac{2}{3}$，$-\frac{1}{3}$，-5之絕對值。

〔問2〕 書絕對值之5及$\frac{1}{2}$爲負數。

4. 數之大小　代數學兼用正數負數，故定此等數之大小爲必要之事，今由減法推之，從同數減大數則賸餘之數小，減小數則賸餘之數大，設以7,8,9,10,11,12,……順次加大之各數，減同一之數10，其餘數，必爲順次減小之各數，如從10減7得3，減8得2，減9則得更小之數1，減10則得最小之數0，減11則得比0小之數-1，減12則得比-1小之-2，減13則得比-2小之-3，如是類推，所得之餘數，皆順次比前數小之數，故生次之結果。

正數乃絕對值之大者比絕對值之小者大。

例如$+5$比$+3$大。

零比正數小而比負數大。

例如 0 比 $+1$ 小而比 $-\frac{1}{2}$ 大。

負數乃絕對値之大者比絕對値之小者小。

例如 -1 比 -30 大，又 $-\frac{1}{2}$ 比 -5 大。

〔問 3〕 次之諸數，順大小之次序記之。

(一) $-5, -8, -1, 0, +1, +6, -100$。

(二) $-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}, -\frac{3}{4}, +\frac{1}{4}, 0$。

(三) $-.5, -.01, +3, +.02, +1, 0$。

5. 符號　在代數學使用加號 $+$ 減號 $-$ 乘號 $\times$ 除號 $\div$ 根號 $\sqrt{}$ 與在算術之意義全同，惟代數學中數字與文字相乘及文字與文字相乘常省去乘號，如 $5\times a\times b\times c$ 書爲 $5abc$，$(a+b)\times(c+d)$ 書爲 $(a+b)(c+d)$。凡因數之次序變換而積不變，故 $5\times a\times b\times c$ 書爲 $ab5c$，或書爲 $cba5$，皆可，通例以數字因數書於文字因數之左，而文字因數則依羅馬文字之次序書之，至數字因數與數字因數間之乘號 $\times$ 不能省，因 3×6 若省乘號 $\times$ 則與 36 混亂故也，上記之五種符號，乃指示如何演算之符號，故稱爲演算之符號，當注意負數前之符號 $-$，正數前之符號 $+$，此非示演算者，乃區別其數爲負數爲正數也，故稱爲性質之符號；同一之符號 $+$ 與 $-$ 或用爲指示加與減，或用爲分別正與負，似易混亂，然無庸憂慮，常常演算，自能了解，代數學中，凡云數之符號，係指正號負號而言，習代數者，須見 $+$ 與 $-$ 卽能立辨其爲演算之符號與性質之符號，

如 $2-4=-2$，其 2 與 4 之間之符號 $-$ 乃示從 2 減 4 者，此演算之符號也，2 之前之符號 $-$ 乃指 2 爲負數，此性質之符號也，又代數學中除用算術之等號 $=$ 外，且有不等號 $>$，$<$，如 5 大於 3，書爲 $5>3$，如 2 小於 3，書爲 $2<3$，卽書於不等號之角張開處之數，大於不等號之角頂處之數也，又二數不分別其大小，但指示其二數不相等之符號爲 $\neq$，如 $\frac{5}{6}\neq\frac{9}{11}$，卽表 $\frac{5}{6}$ 與 $\frac{9}{11}$ 不相等之意也，續述之四種符號 $=\ >\ <\ \neq$ 乃指示數與數之關係者，故稱爲**關係之符號**，至使用括弧括線等，則與在算術完全相同。

注意　代數學中不常用除號 $\div$ 而用分數之形，如 $b\div a$ 每書爲 $\frac{b}{a}$

6. 代數式　以演算之符號與文字〔或兼用數字〕連結所表之數，謂之代數式，或省略稱爲式，例如 $a+b+c$，此爲 a 所表之數與 b 所表之數及 c 所表之數相加之代數式也，而 $\frac{3a^2bc}{a-b}$ 爲 3 與 a 之二冪及 b c 及之積，以從 a 減 b 之餘數除之之代數式也，又如 $3x+2x=5x$，乃表二代數式相等者，謂之等式，等號 $=$ 右側之式，謂之右邊，左側之式，謂之左邊，上之等式之左邊爲 $3x+2x$，右邊爲 $5x$。

〔問 4〕 次所述計算之事，以代數式表之。

（一） x 與 y 之積之三倍

(二) a之三倍之平方。

(三) a之平方之三倍.

(四) 5比a所少之數.

(五) 從x減去從y減z之餘數。

〔問5〕 說明次之各式之意義.

$3x$, x^3, $(a+b)^2$, $a+b^2$, $2(a-b)$, $2a-b$, $\frac{3}{4}a$, $\frac{3a}{4}$.

7. 代數式之數值 代數式中之文字以某特別之數代之，依式中演算之符號，實行計算所得之數，稱爲代數式之數值。

例1, 設$a=1$, $b=2$, $c=3$, 求$3a^2+b+2c$之數值。

解 $3a^2+b+2c=3\times1^2+2+2\times3=3\times1+2+6=11$。

注意 $1^2=1\times1=1$。

例2. 設$a=2$, $b=\frac{1}{2}$, 求$\frac{4a^2-3b^2}{a+b}$之數值。

解 $\frac{4a^2-3b^2}{a+b}=\frac{4\times2^2-3\times(\frac{1}{2})^2}{2+\frac{1}{2}}=\frac{4\times4-3\times\frac{1}{4}}{2+\frac{1}{2}}$

$=\frac{16-\frac{3}{4}}{\frac{5}{2}}=15\frac{1}{4}\div\frac{5}{2}=\frac{61}{4}\times\frac{2}{5}=6\frac{1}{10}$,

〔問6〕 設$x=3$, $y=2$, 求次之各式之數值。

$2x$, x^2, $(x-y)^2$, $2x-y^2$, $\frac{x+y}{2}$

練 習 問 題 I.

1. 順大小之序，記絕對值不大於4之正負整數。
2. 二數之和與差相加，以2除之，則得二數中之大數，又從和減差，以2除之，則得二數中之小數，設x爲大數，y爲小數，上之計算，以式表之。
3. 每枚a圓之物，問n枚之價幾圓。

4. 三角形高 h 尺，底邊 b 尺，問面積幾何。

5. 次各組之數，各求其絕對值之差，前置絕對值之大者之符號。

(一) -20, $+5$. (二) $+20$, -5. (三) $+30, -5$.

(四) $+\frac{1}{5}, -\frac{1}{2}$. (五) -30, $+10$. (六) $+20, -1$.

6. 次所述數與數之關係，以關係之符號表之。

(一) 5 比 -3 大，(二) 0 比 1 小，(三) $+2$ 與 -2 不相等。

7. 設 $a=2$，求次之各代數式之數值。

(一) a^3+3a, (二) $\frac{2a}{3}$, (三) $\frac{2}{3}a$,

(四) $3a+2a+1$, (五) $(a-1)(a+1)$, (六) a^2-1,

8. 有代數式 $x=\dfrac{(a+b+c)d}{m-n}$ 知 $a=1$, $b=12$, $c=11$, $d=5$, $m=48$, $n=18$, 問 x 之值幾何。

第　二　章

代數學上之數之四則

8. 加法 以正數加於某數，則其數增加，此與算術之加法同，而以負數加某數，與以其絕對值減某數同，若以零加某數，其數不增亦不減，與未加無異。

例如加 $+2$ 於 $+3$，則 $+3$ 增 2 爲 $+5$。

故　$(+3)+(+2)=+5$，

又加 $+2$ 於 -3，則 -3 增 2，與二度增 1 同，因 -3 增 1 則得 -2，更增 1 則得 -1，

故　$(-3)+(+2)=-1$，

又加 -2 於 $+3$，卽從 $+3$ 減 -2 之絕對值 2，得 $+1$，

故　$(+3)+(-2)=+1$，

又加 -2 於 -3，卽從 -3 減 -2 之絕對值 2，與從 -3 二度減 1 同，因 -3 減 1 則得 -4，更減 1 則得 -5。

故　$(-3)+(-2)=-5$。

定法則如次。

〔法則第一〕 同符號二數之和，卽此二數之絕對值之和，其符號與二數之符號同。

例如加 $+3$ 於 $+6$，此二數之絕對值 3 與 6 之和爲 9，其前置二數相同之符號 $+$，得 $+9$。

書其式則爲 $(+6)+(+3)=+9$。

又加 -3 於 -6，此二數之絕對值 3 與 6 之和爲 9，其前置二數相同之符號 $-$，得 -9。

書其式則爲 $(-6)+(-3)=-9$。

今以 a 與 b 同表正數，由上之法則，得次之公式。

$$(+a)+(+b)=+(+a+b).$$

$$(-a)+(-b)=-(a+b).$$

注意 如上所示之例，性質之符號每與數字連屬共包於括弧之內，而在式之首項前之 $+-$ 必非演算符號，故可省括弧，如 $+6+(+3)=+9$ 及 $-6+(-3)=-9$，首項不用括弧，與有括弧同，至包次項 $+3$ 及 -3 之括弧，因前有演算之符號 $+$ 故不能省略，其 $+9$ 及 -9 爲右邊之首項，通例不用括弧。

例1. $(+8)+(+2)=+10$, $(+15)+(+11)=+26$.

$(+156)+(+1)=+157$, $(-8)+(-2)=-10$.

$(-15)+(-11)=-26$, $(-156)+(-1)=-157$.

若絕對値爲分數或小數，求絕對値之和，須用分數加法或小數加法，如加 $-\frac{1}{3}$ 於 $-\frac{1}{2}$，此二數之絕對値 $\frac{1}{3}$ 與 $\frac{1}{2}$ 之和爲 $\frac{5}{6}$ 前置二數相同之符號 $-$，得 $-\frac{5}{6}$，

例2. $\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{11}{10}$, $\left(-\frac{1}{7}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{10}{21}$,

$(-.5)+(-.2)=-.7$, $(-2)+\left(-1\frac{1}{2}\right)=-3\frac{1}{2}$,

$\left(+2\frac{1}{3}\right)+\left(+2\frac{2}{3}\right)=+5$, $(+3.2)+(+1.8)=+5$.

〔法則第二〕 異符號二數之和，即此二數之絕對值之差，其符號與絕對值爲大數之符號同。

例如加 $+2$ 於 -6，此二數之絕對値 2 與 6 之差爲 4，前置絕對値爲大數 -6 之符號 $-$，得 -4。

書其式則爲 $(-6)+(+2)=-4$.

又加 -2 於 $+6$，此二數之絕對値 2 與 6 之差爲 4，前置絕對値爲大數 $+6$ 之符號 $+$，得 $+4$。

書其式則爲$(+6)+(-2)=+4$。

今以a與b同表正數，由上之法則，得次之公式，

a大於b。

$$(+a)+(-b)=+(a-b).$$

a小於b。

$$(+a)+(-b)=-(b-a).$$

例1. $(+5)+(-1)=+4$.　　$(-10)+(+9)=-1$.

$(-156)+(+15)=-141$,　　$(-6)+(+100)=+94$.

$(+100)+(-90)=+10$,　　$(-7)+(+2)=-5$.

若絕對值爲分數或小數，求絕對值之差，須用分數減法或小數減法，如加$-\frac{1}{3}$於$+\frac{1}{2}$，此二數之絕對值$\frac{1}{3}$與$\frac{1}{2}$之差爲$\frac{1}{6}$，前置絕對值爲大數$+\frac{1}{2}$之符號$+$，得$+\frac{1}{6}$。

例2. $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=+\frac{1}{3}$, $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{4}$,

$(-.3)+(-.2)=-.1$,　　$(-2)+\left(+1\frac{1}{3}\right)=-\frac{2}{3}$.

$\left(-3\frac{1}{5}\right)+\left(+3\frac{1}{7}\right)=-\frac{2}{35}$, $(+2.6)+(-1.6)=+1$.

注意1. 性質之符號$+$有時略而不書，其包於外之括弧，亦一并省去，例如$(-10)+(+9)=-1$，省略則爲$(-10)+9=-1$.

又$(+100)+(-90)=(+10)$，省略則爲$100+(-90)=10$.

用省略之法，較爲便利，此易知本有正號而省略也。

注意2. 正數與正數相加，本與算術之加法同，爲區別負數，有時置正號於正數之前，不添正號亦無不可。

例3. $-75+5=-70$, $10+(-3)=7$, $\frac{5}{6}+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{6}$,

$50+(-2)=48$, $-2+50=48$,　$-10+5=-5$.