CENTURY 21

高等学校教材

Textbook for Higher Education

物理学练习题与大作业祥解

（成教工学·高职高专）

主编　郭晓枫
于明章
张明影

西北工业大学出版社
http://www.nwpup.com

高等学校教材

物理学练习题及大作业详解

（成教工学·高职高专）

郭晓枫　于明章　张明影　编

西北工业大学出版社

【内容简介】　本书是物理学系列教材之一，内容包括《物理学》（第2版，宋士贤主编）各章练习题选解以及配套的《物理学大作业》（郭晓枫等编，西北工大版）的详细分析与解答；最后还附录了教育部颁布的成人高等教育物理教学基本要求。本书可供使用本套教材的教师参考，也可作为各类成人高等教育、高职高专、职工大学和自学考试在读生的辅助教材。

图书在版编目（CIP）数据

物理学练习题与大作业详解/郭晓枫，于明章，张明影等编．—西安：西北工业大学出版社，2002.8

ISBN 7-5612-1501-0

Ⅰ．物… Ⅱ．①郭… ②于… ③张… Ⅲ．物理学-成人教育：高等教育-习题　Ⅳ．04-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2002）第 031448 号

出版发行：西北工业大学出版社
通信地址：西安市友谊西路127号　邮编：710072
电　　话：（029）8493844，8491147，8491757
网　　址：http：/www.nwpup.com
印 刷 者：西北工业大学出版社印刷厂
开　　本：787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张：12.375
字　　数：298 千字
版　　次：2002 年 8 月第 1 版　2002 年 8 月　第 1 次印刷
印　　数：1～5 000 册
定　　价：16.00 元

前　　言

全国高等理工院校成人教育研究会物理学科委员会于1998年在南京会议上商定，组织编写一套符合教学基本要求的物理学系列教材，供成教工学专科使用。本书就是这套系列教材之一。内容包括宋士贤主编《物理学》（第2版，西北工大版）各章练习题选解和郭晓枫、于明章等编的《物理学大作业》（西北工大版）的详细分析与解答；书后附录了教育部颁布的成人高等教育物理教学基本要求。本书可供使用本套教材的教师参考，也可作为各类成人高等教育、高职高专、职工大学和自学考试在读学生的辅助教材。

本书不同于一般的题解集，它不仅仅为读者提供了解答，而更注重的是对物理问题和物理过程的分析。通过解题不仅使读者能更好地理解、掌握物理概念和规律，而且使读者在解题方法、解题思路等方面经受训练，从而达到举一反三，进一步提高分析问题和解决问题的能力。

本书由张明影（练习题1～5）、郭晓枫（练习题6～16，大作业6～10）、于明章（大作业1～5）编写。全书由郭晓枫统稿。

在编写过程中，得到了物理学科委员会顾问组严导淦、唐光裕、吴百诗、邓新元、汤毓骏、马文蔚、徐绪笃以及刘云龙、张松年等教授的关怀、指导和支持。宋士贤教授担任了本书的主审。在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平所限，书中难免有疏漏、不妥甚至错误之处，敬请读者批评指正。

编　者

2002年4月于西安

目　　录

第一部分　《物理学》练习题选解

第二部分　《物理大作业》详解

第一部分 《物理学》练习题选解

练习 1 物质与运动

估算下列各题，将帮助你建立某些数量级概念：

1.2 真空中的光速 $c=$ ________ m/ s = ________ m/ h。利用这个事实估算光穿过下列物体或空间所需的时间：

(1) 地球内部(沿地轴方向)；

(2) 太阳到地球的空间；

(3) 宇宙已知部分。

解 $c=3\times10^8\ \mathrm{m/s}=1.08\times10^{12}\ \mathrm{m/h}$

(1) $\Delta t=\dfrac{2R_E}{c}=\dfrac{2\times6.37\times10^6}{3\times10^8}=4.25\times10^{-2}\ \mathrm{s}$ （地球半径 $R_E=6.37\times10^6\ \mathrm{m}$）

(2) $\Delta t=\dfrac{d}{c}=\dfrac{1.47\times10^{11}}{3\times10^8}=4.9\times10^2\ \mathrm{s}$ （日地距离 $d=1.47\times10^{11}\ \mathrm{m}$）

(3) $\Delta t=\dfrac{r}{c}=\dfrac{2\times10^{26}}{3\times10^8}=6.67\times10^{17}\ \mathrm{s}$ （宇宙哈勃半径下限：$r=10^{26}\ \mathrm{m}$）

1.3 地球半径约为原子半径的多少倍？是宇宙半径的若干分之一？

解 地球半径约为 $r_1=6.37\times10^6\ \mathrm{m}$

原子半径约为 $r_2=0.53\times10^{-10}\ \mathrm{m}$

宇宙半径约为 $r_3=1\times10^{26}\ \mathrm{m}$

$$\frac{r_1}{r_2}=1.2\times10^{17}$$

$$\frac{r_1}{r_3}=6.37\times10^{-20}$$

1.4 Fe 原子的直径约为 1.26×10^{-10} m，若将其排列成 1 cm 长的"原子队伍"，需要多少个原子？如果以一秒钟排一个原子的速度，需排多少时间？

解
$$N=\frac{1\times10^{-2}}{1.26\times10^{-10}}=7.94\times10^7\quad 个$$

$$\Delta t=7.94\times10^7\ \mathrm{s}=2.2\times10^4\ \mathrm{h}=9.18\times10^2\ \mathrm{d}=2.5\ \mathrm{a}$$

关于单位制、量纲

1.7 什么是量纲或量纲积？试写出下列物理量的量纲：

(1) 力 $\dim F$；

(2) 动量 dim p；

(3) 电场强度 dim E；

(4) 加速度 dim a。

解 (1) $\dim F = \mathrm{LMT^{-2}}$ $(F = ma)$

(2) $\dim p = \mathrm{LMT^{-1}}$ $(p = mv)$

(3) $\dim E = \mathrm{LMT^{-3}}I^{-1}$ $\left(E = \dfrac{F}{q} = \dfrac{ma}{It}\right)$

(4) $\dim a = \mathrm{LT^{-2}}$

1.8 从量纲角度判断下列各方程是否正确？为什么？

(1) 运动方程：$x = at + \frac{1}{2}v_0 t^2$ （a 为加速度，v_0 为初速度，t 为时间）；

(2) 质能公式：$E = mc^2$ （c 为真空中的光速）；

(3) 电场力：$F = qE$ （E 为电场强度）。

答 (1) $\dim\left(at + \frac{1}{2}v_0 t^2\right) = \mathrm{LT^{-2}} \cdot \mathrm{T} + \mathrm{LT^{-1}} \cdot \mathrm{T^2} = \mathrm{LT^{-1}} + \mathrm{LT}$

$$\dim x = \mathrm{L}$$

两边量纲不同，故等式不成立。正确的应为 $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$

(2) $\dim E = \mathrm{L^2MT^{-2}}$

$$\dim(mc^2) = \mathrm{L^2MT^{-2}}$$

两边量纲相同，等式成立。

(3) $\dim F = \mathrm{LMT^{-2}}$

$$\dim(qE) = \mathrm{IT} \cdot \mathrm{LMT^3}I^{-1} = \mathrm{LMT^{-2}}$$

两边量纲相同，等式成立。

练习 2　物理学中的矢量运算

关于矢量的概念及表示方法

2.1 思考并回答下列问题：

(1) 何谓矢量和单位矢量？如何表示它们？

(2) 两个矢量相等意味着什么？

(3) 下列写法对吗？

$$\boldsymbol{F} = 3\boldsymbol{i}\ \mathrm{N}, \qquad F = 3\boldsymbol{i}\ \mathrm{N}, \qquad \boldsymbol{F} = 3\ \mathrm{N}$$

(4) 一矢量 $\boldsymbol{A} = 3\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}$，其大小与方向如何？

答 (1) 既有大小，又有方向的物理量称为矢量，如力学中的位移、速度、加速度等，矢量的大小常称为矢量的模。

模等于 1 的矢量称为单位矢量。表示方法参见教材。

(2) 两个矢量相等意味着它们的大小(模) 相等、方向相同。

(3) $\boldsymbol{F} = 3\boldsymbol{i}$ N 写法正确。

$F = 3i$ N 写法错误，因为 $F = |\boldsymbol{F}| = 3$ N 只是矢量的大小，没有方向。

$\boldsymbol{F} = 3$ N 写法错误，因为 $\boldsymbol{F}$ 是矢量，而 3 N 是数值大小。

(4) 因为 $\boldsymbol{A} = 3\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}$

大小： $A = |\boldsymbol{A}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

方向： $\alpha = \arccos\dfrac{A_x}{A} = \arccos\dfrac{3}{5} \approx 53°$

该矢量与 x 轴夹角约为 53°。

关于矢量的运算

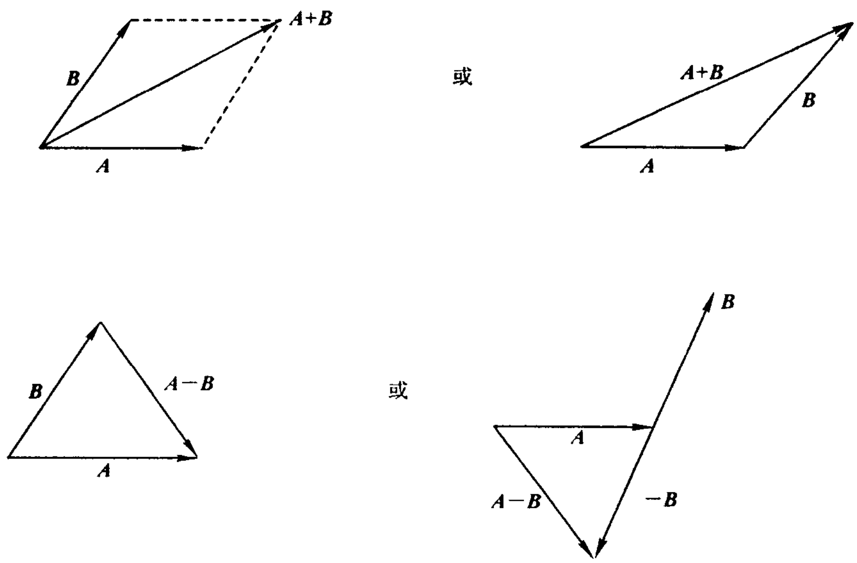
2.2 已知两矢量 $\boldsymbol{A}$,$\boldsymbol{B}$,试回答下述问题：

(1) 作图表示 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$;

(2) 两矢量的标积如何表示？

(3) 两矢量的矢积如何表示？其大小、方向如何确定？

解 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ 的图示表示如题 2.2 图所示。



题 2.2 图

(2) 两矢量的标积为一标量，可表示为

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B} = |\boldsymbol{A}|\cdot|\boldsymbol{B}|\cos\theta \quad (\theta\text{ 为 }\boldsymbol{A}\text{ 与 }\boldsymbol{B}\text{ 的夹角})$$

若 $\boldsymbol{A} = A_x\boldsymbol{i} + A_y\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{B} = B_x\boldsymbol{i} + B_y\boldsymbol{j}$

有 $$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B} = A_xB_x + A_yB_y$$

(3) 两矢量的矢积为一矢量，可表示为

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B} = \boldsymbol{C}$$

其大小为 $$C = |\boldsymbol{A}|\cdot|\boldsymbol{B}|\sin\theta$$

其方向由右手螺旋法则确定（使用方法参见教材）。

或者 $$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B} = (A_xB_y - A_yB_x)\boldsymbol{k}$$

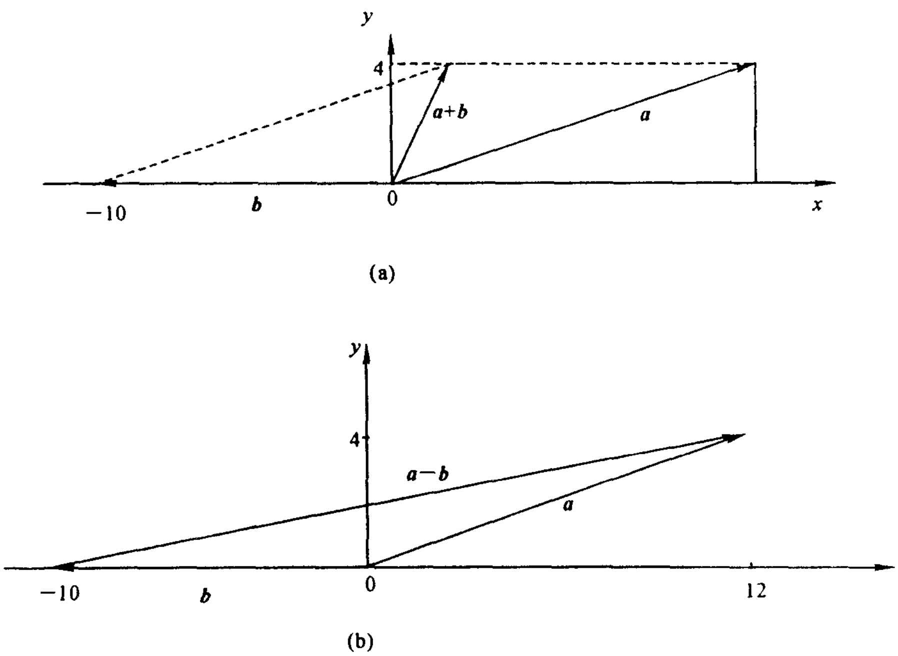
2.3 已知 $\boldsymbol{a} = 12\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{b} = -10\boldsymbol{i}$，试分别用作图法和解析法求解：

(1) $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$；

(2) $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$。

解 (1) $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = (12\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}) + (-10\boldsymbol{i}) = 2\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}$

如题 2.3 图(a)，(b) 所示。



题 2.3 图

(2) $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} = (12\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}) - (-10\boldsymbol{i}) = 22\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}$

2.4 两矢量 $\boldsymbol{D} = 6\boldsymbol{i} + 12\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{E} = -8\boldsymbol{i} - 6\boldsymbol{j}$，试计算：

(1) $\boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{E}$；

(2) $\boldsymbol{D} \times \boldsymbol{E}$。

解 (1) $\boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{E} = D_x E_x + D_y E_y = 6(-8) + 12 \times (-6) = -120$

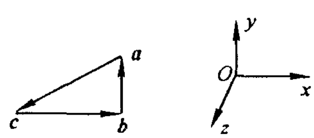
(2) $\boldsymbol{D} \times \boldsymbol{E} = (D_x E_y - D_y E_x)\boldsymbol{k} = [6 \times (-6) - 12 \times (-8)]\boldsymbol{k} = 60\boldsymbol{k}$

2.5 三个矢量构成一个三角形(见题 2.5 图)，已知 $|\boldsymbol{a}| = 3\ \mathrm{m}$，$|\boldsymbol{b}| = 4\ \mathrm{m}$，$|\boldsymbol{c}| = 5\ \mathrm{m}$。试计算：

(1) $|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}|$；

(2) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$；

(3) $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$。



题 2.5 图 矢量三角形

解 由题意可知：

$\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{j}$， $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{i}$， $\boldsymbol{c} = -(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) = -4\boldsymbol{i} - 3\boldsymbol{j}$

(1) $|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

(2) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b} = a_x b_x + a_y b_y = 0\times4+3\times0=0$

(3) $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = (a_x b_y - a_y b_x)\boldsymbol{k} = (0\times0-3\times4)\boldsymbol{k} = -12\boldsymbol{k}$

2.6 已知一卫星在 t 时刻的位置是：$x=2t, y=4t^2$(SI)，试求：

(1) 位置矢量 $\boldsymbol{r}(t)$ 的表达式；

(2) 此时，卫星速度 $\boldsymbol{v}$ 的矢量表达式，并计算其大小和方向。

解 (1) $\boldsymbol{r}(t) = x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j} = 2t\,\boldsymbol{i}+4t^2\boldsymbol{j}$

(2) $\boldsymbol{v}(t) = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = 2\boldsymbol{i}+8t\boldsymbol{j}$

大小：$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{2^2+(8t)^2}=2\sqrt{1+16t^2}$

方向：$\alpha = \arccos\dfrac{v_x}{v} = \arccos\dfrac{2}{2\sqrt{1+16t^2}} = \arccos\dfrac{1}{\sqrt{1+16t^2}}$

或：$\alpha = \arctan\dfrac{v_y}{v_x} = \arctan\dfrac{8t}{2} = \arctan 4t$

α 为速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 与 x 轴的夹角。

练习 3 时间、空间与运动学

时、空概念

3.2 时间是反映__________的物理量，并讨论下列概念：

(1) 时刻与时间间隔；

(2) 3 s 内、第 3 s 内与第 3 s 末；

(3) $t=0$ 与 $t=-3$ s。

答 时间是反映物体运动过程的持续性和顺序性的物理量。

(1) 时刻是指在物体运动的持续过程中的任意一个“瞬间”，或钟表指针所指的任意一个位置，如：8∶00，9∶50，等。

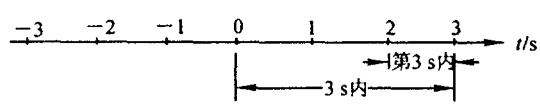
时间间隔是指某两个时刻之间的间隔，如：20 s，15 h 等。

(2) 3 s 内 —— 时间间隔，表示从 $t=0$ 到 $t=3$ s 的间隔，$\Delta t=3$ s；

第 3 s 内 —— 时间间隔，表示从 $t=2$ s 到 $t=3$ s 的间隔，$\Delta t=1$ s；

第 3 s 末 —— 时刻，表示 $t=3$ s 时的“瞬间”。

如题 3.2 图所示。



题 3.2 图

(3) $t=0$ —— 时刻，表示开始计时的初始时刻；

$t=-3$ s —— 时刻，表示开始计时前第 3 s 钟。

3.3 空间是反映__________的物理量，并讨论、区分下列概念：

(1) 路程与位移；

(2) 位移矢量与位置矢量的径向增量；

(3) 直线运动与曲线运动。

答　空间是反映物体运动过程的广延性或位形的物理量。

(1) 略

(2) 位移是矢量，$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_Q - \boldsymbol{r}_P$ 是始末位置矢量的矢量差；径向增量是标量，$\Delta r = |\boldsymbol{r}_Q| - |\boldsymbol{r}_P|$，是始末位置矢量的长度之差。

(3) 直线运动是指运动轨迹为直线的运动，一般来说，这时只有切向加速度，无法向加速度，且位移、速度、加速度均沿该直线方向；曲线运动是指运动轨迹为曲线的运动，一般来说，曲线运动中有法向加速度，且速度总是沿曲线的切线方向。

3.4　结合题 3.4 图判断下列各式的正误：

(1) $s = |\Delta \boldsymbol{r}|$；

(2) $|\Delta \boldsymbol{r}| = \Delta r$；

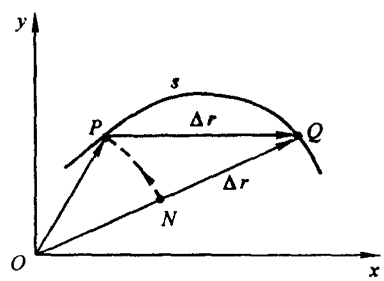
(3) $\Delta |\boldsymbol{r}| = \Delta \boldsymbol{r}$；

(4) $\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_Q - \boldsymbol{r}_P$；

(5) $\Delta r = |\boldsymbol{r}_Q| - |\boldsymbol{r}_P|$；

(6) $\Delta r = |\boldsymbol{r}_Q - \boldsymbol{r}_P|$；

(7) $|\Delta \boldsymbol{r}| = |\boldsymbol{r}_Q| - |\boldsymbol{r}_P|$。



题 3.4 图

答　(1) 错误。s 是路程，其数值为曲线 $\overset{\frown}{PQ}$ 的长度，$|\Delta \boldsymbol{r}|$ 是位移的模，其数值为直线 $\overline{PQ}$ 的长度，两者显然不相等。

(2) 错误。Δr 是位置矢量的径向增量，其数值为直线 $\overline{NQ}$ 的长度，$|\Delta \boldsymbol{r}|$ 的数值为直线 $\overline{PQ}$ 的长度，两者一般也不相等。

(3) 错误。$\Delta |\boldsymbol{r}| = |\boldsymbol{r}_Q| - |\boldsymbol{r}_P| = \Delta r$，表示径向增量，是标量；而 $\Delta \boldsymbol{r}$ 表示位移矢量，是矢量，矢量与标量不能直接相等。

(4) 正确。

(5) 正确。

(6) 错误。Δr 是径向增量，表示 $\overline{NQ}$ 长度；$|\boldsymbol{r}_Q - \boldsymbol{r}_P|$ 是位移的模表示 $\overline{PQ}$ 长度，两者不相等。

(7) 错误。$|\Delta \boldsymbol{r}|$ 是位移的模，表示 $\overline{PQ}$ 长度；而 $|\boldsymbol{r}_Q| - |\boldsymbol{r}_P|$ 是径向增量，表示 $\overline{NQ}$ 长度，两者不相等。

3.5　已知质点沿 x 轴作直线运动的运动方程 $x = f(t)$，怎样求其位移和路程？若该质点按 $x = 3t^2 - t^3$ m 的规律运动。试

(1) 画出 $x - t$ 图；

(2) 求最初 4 s 内的位移；

(3) 求最初 4 s 内的路程。

解　在直线运动中，当确定了坐标 x 的正方向后，位移可由始、末两点的坐标之差来计算，即 $\Delta x = x_2 - x_1$，其数值只与始末位置有关，并且可以是正值（位移方向与 x 正方向相同），也可以是负值（位移方向与 x 正方向相反）；而路程是质点所走过路径的长度，它不仅与始末位置有关，而且与实际路径有关，并且总是正值。一般来说在单向直线运动中（无反向点）两者数

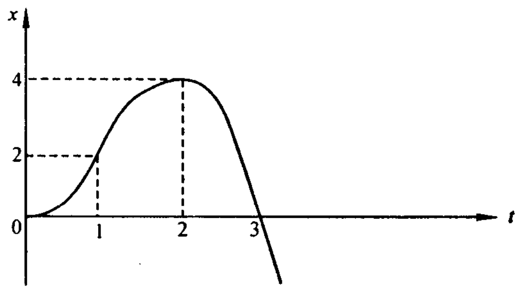
值相同，但在有反向的直线运动中，两者数值就不相同了。

(1) $x = 3t^2 - t^3$， $v = \frac{dx}{dt} = 6t - 3t^2$， $a = \frac{dv}{dt} = 6 - 6t$

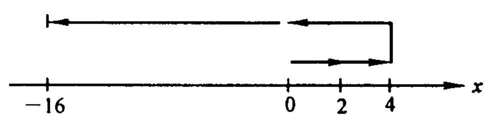
各时刻的数值如表所示。

t/s	0	1	2	3	4
x/m	0	2	4	0	−16
v/(m · s^{-1})	0	3	0	−9	−24
a/(m · s^{-2})	6	0	−6	−12	−18

则 $x - t$ 曲线如题 3.5 图(a) 所示。



(a)



(b)

题 3.5 图

(2) 最初 4 s 内是指从 $t = 0$ 到 $t = 4$ 的时间间隔，其位移为

$$\Delta x = x_4 - x_0 = -16 \text{ m}$$

式中负号表示位移的方向与 x 正方向相反。若写成矢量式为

$$\Delta \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_4 - \boldsymbol{x}_0 = -16\boldsymbol{i} \text{ m}$$

(3) 要求路程时，应首先看有无速度反向点，若有，应求出速度反向的时刻和位置。

由 $$v = \frac{dx}{dt} = 6t - 3t^2$$

令 $v = 0$，得 $t = 2$ s 时为速度反向点(见题 3.5 图(b))。此时的位置 $x_2 = 4$ m。

最初 4 s 内的路程

$$s = |x_2 - x_0| + |x_4 - x_2| = 4 + 20 = 24 \text{ m}$$

由以上计算表明：位移与路程是两个不同的概念。

3.6 已知质点在平面直角坐标系 xOy 中的运动方程 $\boldsymbol{r} = 2t\boldsymbol{i} + (2-t^2)\boldsymbol{j}$ m 试问：

(1) 该质点的运动轨迹是什么形状？

(2) $t = 1$ s 时，质点位于何处？(提示：考虑一下怎样用数学方法表示“何处”?)

解 (1) 由 $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$，可知

$$x = 2t, \quad y = 2 - t^2$$

消去 t，得轨迹方程为

$$y = 2 - \frac{x^2}{4}$$

可知该质点的运动轨迹是抛物线。

(2) 将 $t = 1$ s 代入 $x = 2t$, $y = 2 - t^2$，得

$$x = 2 \text{ m}, \quad y = 1 \text{ m}$$

即 $$\boldsymbol{r} = 2\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} \text{ m}$$

则 $t = 1$ s 时，质点处于(2,1)处。

3.8 一个运动质点能否出现下述情况？

(1) 平均速率不为零，而平均速度为零；

(2) 具有零(瞬时)速度，同时具有不为零的瞬时加速度；

(3) 具有恒定的速率，并有变化的速度；

(4) 平均速度不为零，而平均速率为零；

(5) 加速度很大，而速度值却不变；

(6) 向前的加速度减小，前进速度也随之减小。

答 (1) 可能。平均速率是路程与时间间隔的比值 $\bar{v} = \frac{s}{\Delta t}$；而平均速度是位移与时间间隔的比值 $\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$。

当运动物体的始末位置重合时，位移为零，而路程不为零，使得平均速度为零，而平均速率不为零。

(2) 可以出现，如在直线运动中的速度反向点处。

(3) 可以出现，如匀速圆周运动。

(4) 不可能。平均速率为零说明路程为零，只能是物体静止不动的情形，故不可能有位移，因而平均速度也一定为零。

(5) 可能。在匀速圆周运动中，速率不变时，可以有法向加速度 $a_n = \frac{v^2}{\rho}$，并且该加速度数值可以很大。

(6) 不可能 。向前的加速度减小，只说明其数值变小了，但方向并未改变，这时前进的速度值仍在增大，不可能减小。

3.9 在质点的下列运动中，哪种说法是正确的？

(1) 匀加速运动必定是直线运动；

(2) 在曲线运动中，速度的法向分量恒为零；

(3) 在直线运动中，加速度为负，质点必作减速运动；

(4) 在圆周运动中，加速度方向总指向圆心；

(5) 在圆周运动中，切向加速度反映速度的大小变化，法向加速度则反映速度的方向变化。

答 (1) 错误。平抛运动的加速度 $\boldsymbol{g}$ 始终不变，表明是匀加速运动，但不是直线运动。

(2) 正确。曲线运动中速度的方向恒为轨迹的切线方向，也就是说速度在法线方向的分量一定为零。

(3) 错误。在直线运动中，判定是加速还是减速，要看加速度与速度是否同号，同号时为加速，异号时为减速。当加速度为负时，若速度也为负，则质点作反向加速运动。

(4) 错误。在一般圆周运动中，法向加速度始终指向圆心，还可能有切向加速度，使得总加速度并不指向圆心。

(5) 正确。

3.10 一质点作平面运动，已知其运动方程为 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$，速度为 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)$。试问在下列情况下，质点作什么样的运动：

(1) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0,\qquad \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\neq 0$；

(2) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0,\qquad \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\neq 0$。

答 (1) 径向速度 $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$，表明位置矢量的模 r 不随时间变化，即 r 是常数，质点在平面内作圆周运动或静止不动，又由 $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\neq 0$，说明质点的速度不为零，因此只能是圆周运动。

(2) 由 $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$，说明速率 v 是常数，质点作速率不变的匀速运动，又 $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\neq 0$，说明加速度不为零，即速度方向在变化，因此质点作匀速圆周运动。

3.11 通过阅读本章例题，小结一下求解平均速度与瞬时速度的方法。今有一质点沿 y 轴作直线运动，其运动方程为 $y=10-5t^2$ m，试求：

(1) $1\sim 1.1$ s，$1\sim 1.01$ s，$1\sim 1.000\,1$ s 各时间间隔内的平均速度；

(2) $t=1$ s 时的速度；

(3) 通过上述计算，如何领会瞬时速度和平均速度的关系与区别；

(4) $t=1$ s 时的加速度，并分析该质点的运动情况；

(5) 本题能不能用 $\bar{v}=(v+v_0)/2$ 来计算平均速度？为什么？

解 (1) 按平均速度的定义 $\bar{v}=\dfrac{\Delta y}{\Delta t}$，因此，欲求 $\bar{v}$，必须求出 Δy。为此，设

t 时刻 $$y=10-5t^2 \quad ①$$

$t+\Delta t$ 时刻 $$y+\Delta y=10-5(t+\Delta t)^2 \quad ②$$

两式相减，得 $$\Delta y=-10t\Delta t-5\Delta t^2 \quad ③$$

故平均速度为 $$\bar{v}=\frac{\Delta y}{\Delta t}=-10t-5\Delta t \quad ④$$

则各时间间隔内的平均速度分别为

$t=1$ s，$\Delta t=0.1$s　$\bar{v}_1=-10.5$ m/s（负号表示沿 $-\boldsymbol{j}$ 方向）

$t=1$ s，$\Delta t=0.01$ s　$\bar{v}_2=-10.05$ m/s

$t=1$ s，$\Delta t=0.000\,1$ s　$\bar{v}_3=-10.000\,5$ m/s

(2) 由题意，$y = 10 - 5t^2$ m，故 $t = 1$ s 时的速度为

$$v = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -10t = -10 \text{ m/s} \quad (\text{方向沿} -\boldsymbol{j} \text{ 方向})$$

或
$$\boldsymbol{v} = -10\boldsymbol{j} \text{ m/s}$$

(3) 通过上述计算，可知平均速度与时间间隔 Δt 有关，不同的时间段内的平均速度是不同的，但当时间间隔 Δt 越小时，平均速度就越趋于瞬时速度。

(4) 同理可求出 $t = 1$ s 时的加速度为

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -10 \text{ m/s}^2$$

或
$$\boldsymbol{a} = -10\boldsymbol{j} \text{ m/s}^2$$

由加速度和速度表达式可知：加速度是恒为负常数，在 $t > 0$ 的情况下，速度值也恒为负值，且 $t = 0$ 时，$y_0 = 10$ m，$v_0 = 0$，因此该质点从 $y_0 = 10$ m 处由静止开始沿 y 轴负方向作匀加速直线运动。

(5) 平均速度 $\bar{v} = \dfrac{v + v_0}{2}$ 只适用匀变速直线运动(即 a 为常数)的情形，若 a 不等于常数就不能用此式来计算平均速度了。本题中 a 为常数，因此可用此式计算，不过计算程序比用式 ④ 计算要繁琐得多了。

3.12 已知质点在平面直角坐标系 Oxy 中的运动方程为

$$\boldsymbol{r} = 4t\boldsymbol{i} + (2 - 2t^2)\boldsymbol{j} \text{ m}$$

试问：(1) 怎样求任一时刻的速度 $\boldsymbol{v}$；

(2) 求 $t = 2$ s 时的速度和加速度；

(3) 有人是这样求解的：先求 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$，其中 $x = 4t$，$y = 2 - 2t^2$，然后根据 $v = \mathrm{d}r/\mathrm{d}t$，求出 v，可以吗？为什么？

解 (1) $\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 4\boldsymbol{i} - 4t\boldsymbol{j}$ m/s，$\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -4\boldsymbol{j}$ m/s^2

(2) $t = 2$ s 时

$$\boldsymbol{v}_2 = 4\boldsymbol{i} - 8\boldsymbol{j} \text{ m/s}, \qquad \boldsymbol{a}_2 = -4\boldsymbol{j} \text{ m/s}^2$$

(3) 不能。因为该质点作曲线运动，位矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小，方向均发生变化，而 $v = \dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 是径向速度，只反映了 $\boldsymbol{r}$ 的大小变化，此时该质点还有横向速度(即反映 $\boldsymbol{r}$ 方向变化的哪一部分)。

验证：$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(4t)^2 + (2 - 2t^2)^2} = 2\sqrt{t^4 + 2t^2 + 1} = 2(t^2 + 1)$

故
$$v = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = 4t$$

而
$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 4\boldsymbol{i} - 4t\boldsymbol{j}$$

则
$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{4^2 + (-4t)^2} = 4\sqrt{t^2 + 1}$$

显然两者是不相等的。

3.13 一质点沿 x 轴作直线运动，其位置与时间的关系为

$$x = 10 + 8t - 4t^2$$

试求：(1) 第 1 s 内、第 2 s 内质点的平均速度 $\bar{v}_1$，$\bar{v}_2$；

(2) 质点在 $t=0,1,2$ s 时的速度 v_0,v_1 和 v_2;

(3) $t=0,1,2$ s 时的加速度 a_0,a_1 和 a_2。

解 (1) 平均速度 $$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

第 1 s 内(从 $t=0$ 到 $t=1$) $\bar{v}_1=\frac{x_1-x_0}{1}=4$ m/s

第 2 s 内(从 $t=1$ 到 $t=2$)

$$\bar{v}_2=\frac{x_2-x_1}{1}=-4\ \text{m/s}(\text{沿 } x \text{ 轴负方向})$$

(2) $$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=8-8t$$

$t=0$ 时 $v_0=8$ m/s

$t=1$ 时 $v_1=0$

$t=2$ 时 $v_2=-8$ m/s (沿 x 轴负方向)

(3) $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-8\ \text{m/s}^2$(沿 x 轴负方向)

加速度 a 不随时间变化,是常数,因此 $t=0$, 1 s 和 $t=2$ s 时的加速度相同,即

$$a_0=a_1=a_2=-8\ \text{m/s}^2$$

3.11 已知质点沿 x 轴运动,其运动方程为

$$x=4t-2t^3$$

试求:(1) $t=1$ s 到 $t=3$ s 时间间隔内的平均加速度;

(2) $t=1$ s,$t=3$ s 时的瞬时加速度;

(3) 能不能用 $\bar{a}=(a_1+a_3)/2$ 来求平均加速度?为什么?

解 速度 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4-6t^2$

加速度 $a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-12t$

(1) 平均加速度 $$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v(t_2)-v(t_1)}{t_2-t_1}$$

从 $t=1$ 到 $t=3$ 内 $\bar{a}=\frac{(4-54)-(4-6)}{3-1}=-24\ \text{m/s}^2$

(2) 当 $t=1$ 时,$a_1=-12\ \text{m/s}^2$;当 $t=3$ 时,$a_3=-36\ \text{m/s}^2$

(3) 由(1),(2)结果可知 $\bar{a}=\frac{a_1+a_3}{2}$,故可以用此式来求平均加速度,因为此时 $\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=-12$ 是常数。一般来说一个物理 P 满足 $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t}=$ 常数,就可以用 $\bar{P}=\frac{P_1+P_2}{2}$ 来求其平均值,若 $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t}$ 不是常数,就不能用此式来求平均值了。

3.18 质点沿 x 轴运动的 $v-t$ 曲线如题 3.18 图所示。试

(1) 分析 OA,AB,BC,CD,DE,EF 各段的运动情况;

(2) 利用图中数据,求 0 ~ 60 s 内的路程,位移和平均速度。

解 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 表示 $v-t$ 曲线的斜率