根据教育部最新教材编写

〇国家骨干教师〇全国特级教师〇高考研究专家

高考考点总攻略

总审定〇中科高考命题研究中心

总主编〇耿立志

数学

排列组合与概率

平面向量

立体几何

三角函数

解析几何

集合·函数·数列

不等式

科学技术文献出版社

(京)新登字130号

《高考考点总攻略》

丛书编委会

序

对于即将参加高考的同学而言，最重要的无非是对各科知识体系的构建。只有具备完整的知识体系才能自如地应对各种考试，才能实现自己在高考中的成功。

这一切都需要从对一个个知识考查点的学深吃透开始。

没有"点"，便无以成"线"；没有"线"，便无以成"网"。没有一个个知识点的扎实理解，构建的知识体系就只是空中楼阁——尽管"欲上青天揽明月"，但仍必须一切从"点"开始。

正是基于这种现实考虑，本丛书将高考各学科分别拆分成不同的知识考查点，每个考点独立成书，同学们既可以"合之"为完整的知识体系，并进行补充和检测，也可以"分之"为不同的知识点而各个击破，从而在高考复习中便于学生根据个人情况灵活安排，真正实现了高考复习和日常学习的自主性。

一、考点点睛

考点该如何确立？是由最新的《考试说明》确定并从

教材讲解中进行筛选的。既然是应对高考，学习之前就必须先将考点弄清吃透。没有目标的学习会事倍功半，正如同没有“点睛”的龙不能飞一样。

“考点点睛”分为“知识盘点”和“方法整合”，既关注了基础知识的完整牢固，又强调了思维方式的科学迅捷，不仅有利于学生“记忆”，更有利于学生“巧记”；不仅指导学生“学习”，更指导学生“巧学”。

二、考例点拨

对考例的分析是必不可少的。本丛书精选高考例题并对之进行详解的目的，在于确认考点，透视设题思路，明确排障技巧，完善解题方法，捕获得分要点。通过对考例的点拨，学生就会熟知高考设题的方向，了解高考试题是如何与知识点相结合的。可以说，在“考点点睛”之后的“考例点拨”是给予学生的一把金钥匙。

三、考题点击

本丛书所选考题或者是各地历年高考题中对本知识考查点的涉及，或者是针对某些需要提醒之处的重点训练。“考题点击”是学生对知识点进行科学梳理之后必不可少的实战演练，有利于加深记忆，拓展思维，强化技法。

此外，考虑到不同层次学生的不同需求，本丛书又开辟了“创新拓展”版块，供学有余力的同学继续巩固提高。

本丛书命名为《高考考点总攻略》有两层意思：第一是本丛书每本书精讲一个考点，力争做到在这个“点”上讲通讲透；第二是学生经过本书点拨后即可学懂学透。

这个“点”，是水滴石穿中点滴之水的不懈，是点石成金中手指轻点的智慧，是点火燎原中星星之火无限潜能的释放，是京、冀、辽、吉、豫等各地一线名师联手对高中学习的重点点拨。

当然，再好的书也必须去学习才能体现它的价值，再美的愿望也需要同学们脚踏实地地从第一章读起。正所谓：

勤学如春起之苗，不见其增日有所长；

辍学如磨刀之砥，不见其损日有所亏。

开始读书吧！

耿立志

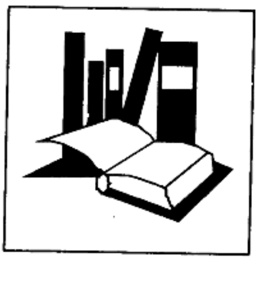
目　录

第一篇　基础达标

第二篇　创新拓展

第一篇

基础达标



第一章 直线和圆

一、考点点睛

知识盘点

1. 直线

(1) 倾斜角：在直角坐标系中，对于一条与 x 轴相交的直线，如果把 x 轴绕着交点按逆时针方向旋转到与直线重合时所转的最小正角，叫做直线的倾斜角.

倾斜角的取值范围是：$0^\circ \leqslant \alpha < 180^\circ$

(2) 斜率：倾斜角不是 90° 的直线，它的倾斜角的正切值叫做直线的斜率. 斜率用 k 表示，即 $k=\tan\alpha$. 斜率用来表示倾斜角不是 90° 的直线对于 x 轴的倾斜程度. 倾斜角是 90° 的直线，斜率不存在；倾斜角为 0° 的直线，其斜率 $k=0$.

①$0^\circ < \alpha < 90^\circ \Leftrightarrow k > 0$

②$90^\circ < \alpha < 180^\circ \Leftrightarrow k < 0$

(3) 斜率公式：经过 $P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$ 两点的直线的斜率：

① 当 $x_1 \neq x_2$ 时，$k=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$；

② 当 $x_1 = x_2$ 时，直线的斜率不存在.

注意：在已知斜率的取值范围，求直线的倾斜角时，正切函数在 $[0,\frac{\pi}{2})\cup(\frac{\pi}{2},\pi)$ 内的图象，应熟悉和掌握.

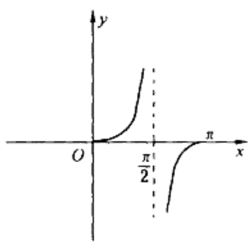


图 1

2. 直线的方程

(1) 点斜式：$y-y_1=k(x-x_1)$ 表示过点 $P(x_1,y_1)$，斜率为 k 的直线.

① 当 $k=0$ 时，直线方程 $y=y_1$，直线过 $P(x_1,y_1)$ 与 x 轴平行；

② 直线的斜率不存在时，直线方程 $x=x_1$，此时直线与 x 轴垂直.

(2) 斜截式：$y=kx+b$，b 是直线在 y 轴上的截距(注意：截距不是距离，因此截距可正、可负、也可以为 0).

(3) 两点式：若直线 l 经过 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$$(x_1\neq x_2,y_1\neq y_2)$，则直线方程为：$\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$(注意：当直线与坐标轴平行时，不能用两点式来表示).

(4) 截距式：直线的截距式是两点式的特殊形式，$P_1(a,0)$，$P_2(0,b)$，则直线方程为：$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.

(5) 一般式：$Ax+By+C=0$(A、B 不同时为 0)

说明：直线的点斜式是这五种形式中最为基础的方程形式，点斜式和斜截式也是证明直线过定点的依据.

3. 两条直线的位置关系

(1) 两条直线的平行：

① 若两直线 l_1、l_2 都有斜率，$l_1 /\!/ l_2 \Leftrightarrow k_1=k_2$ 且 $b_1\neq b_2$(b_1、b_2 是两直线在 y 轴上的截距)；

② 若两直线 l_1、l_2 都没有斜率，显然 $l_1 /\!/ l_2$；

(2) 两条直线垂直：

① 若两直线 l_1、l_2 都有斜率，设为 k_1、k_2，则 $l_1\perp l_2\Leftrightarrow k_1k_2=-1$；

② 若两直线 l_1、l_2 中有一条直线不存在斜率，另一条直线的斜率为 0 时，则 $l_1\perp l_2$；

③ 若 l_1：$A_1x+B_1y+C_1=0$，l_2：$A_2x+B_2y+C_2=0$，则 $l_1\perp l_2\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2=0$

(3) l_1 到 l_2 的角(方向角)：将直线 l_1 沿逆时针方向旋转到与 l_2 重合，所

转的角叫做 l_1 到 l_2 的角.

若两直线 l_1、l_2 都有斜率,设为 k_1、k_2, l_1 到 l_2 所成的角为 θ,则 $\tan\theta = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}(1 + k_1k_2 \neq 0)$.

当 $1 + k_1k_2 = 0$ 时, $\theta = 90°$.

(4) l_1 与 l_2 的夹角:当 l_1 与 l_2 相交但不垂直时,把 l_1 与 l_2 所成的锐角叫做 l_1 与 l_2 的夹角. 设夹角为 θ,则 $\tan\theta = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}\right|(1 + k_1k_2 \neq 0)$.

(5) 点到直线的距离公式:$P(x_0, y_0)$, l: $Ax + By + C = 0$, $P \notin l$,设 P 点到直线的距离为 d,则 $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

(6) 两条平行直线间的距离公式:l_1: $Ax + By + C_1 = 0$, l_2: $Ax + By + C_2 = 0$, 则 $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

4. 简单的线性规划

(1) 二元一次不等式表示的平面区域:二元一次不等式 $Ax + By + C > 0$ 表示的平面区域的判定方法:

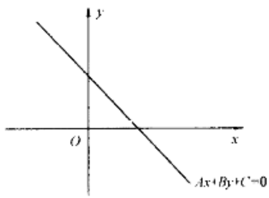


图 2

特殊点法(当 $C \neq 0$ 时或其他点):将原点 $(0,0)$ 带入 $Ax + By + C$,因为和原点在同侧的点都能使 $Ax + By + C$ 的值的符号相同,如图 2,因而若 $C > 0$ 表示直线左下区域;若 $C < 0$,表示直线右上区域. 另外,还要注意不等式中是"$>$"还是"$\geqslant$",在画直线时应相应地画成虚线或实线.

(2) 线性规划问题:求线性目标函数在线性约束条件下的最大值和最小值问题,统称为线性规划问题. 满足线性约束条件的解 (x, y) 叫做可行解. 由所有的可行解组成的集合叫做可行域. 在可行域中使得目标函数取得最大值和最小值的可行解叫做线性目标函数的最优解.

5. 圆的方程

(1) 圆的标准方程:$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$,表示以 (a, b) 为圆心,以

r 为半径的圆.

特殊方程:以原点为圆心,以 r 为半径的圆的方程为 $x^2+y^2=r^2$.

(2) 圆的一般方程:$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0(D^2+E^2-4F>0)$,表示以 $\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)$ 为圆心,以 $r=\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}$ 为半径的圆.

(3) 圆 $x^2+y^2=r^2$ 的参数方程:$\begin{cases}x=r\cos\theta\\y=r\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数);

圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 的参数方程:$\begin{cases}x=a+r\cos\theta\\y=b+r\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数).

(4) 直线和圆的位置关系:

① 直线与圆相交 $\Leftrightarrow$ 圆心到直线的距离 d 小于半径 r,即 $d<r$;

② 直线与圆相切 $\Leftrightarrow$ 圆心到直线的距离 d 等于半径 r,即 $d=r$;

③ 直线与圆相离 $\Leftrightarrow$ 圆心到直线的距离 d 大于半径 r,即 $d>r$.

另外,直线与圆的位置关系还可用直线与圆的交点个数来判别,即用直线与圆的方程所组成的方程组的解的个数("$\triangle$"判别法来判断)来判定.

(5) 两圆的位置关系:设两圆的圆心距为 d,两圆的半径为 $R,r(R>r)$

① 相切 $\Leftrightarrow\begin{cases}外切:d=R+r\\内切:d=R-r\end{cases}$

② 相交 $\Leftrightarrow R-r<d<R+r$

③ 相离 $\Leftrightarrow d>R+r$

在学习本部分知识的同时,也应注意初中一些常见的有关圆的性质在圆的方程中的应用.如:

① 垂径定理:过圆心的直线垂直于弦则必平分弦;过圆心的直线平分弦也必垂直于弦.因而由弦心距、半弦长、半径组成的直角三角形也非常重要.

② 圆的圆心在各弦的中垂线的交点处.

③ 过切点的半径必垂直于切线,等等.

方法整合

1. 注意斜率与倾斜角的区别.每条直线都有倾斜角,其范围是:$0\leqslant\alpha<\pi$,但并不是每条直线都有斜率.

对倾斜角概念的理解注重三个方面：

① 直线 l 向上的方向；

② 与 x 轴的正方向；

③ 所成的最小正角.

2. 利用直线方程求出直线的斜率，并用反正切表示出相应的倾斜角. 若 $k>0$，则倾斜角 $\alpha=\arctan k$；若 $k<0$，则倾斜角 $\alpha=\pi-\arctan|k|$.

3. 已知斜率，利用正切函数 $k=\tan\alpha(0<\alpha<\pi)$ 的图象求出相应的倾斜角.

4. 求直线方程的一般方法

(1) 直接法：直接选用直线方程的四种形式，写出适当形式的直线方程.

(2) 待定系数法：先由直线满足的一个条件设出直线方程，方程中含有一个待定系数，再由题设给的另一个条件求出待定系数，即得所求直线方程. 步骤：设方程，求系数，代入.

5. 常用方法：解析法、数形结合法、待定系数法、分类讨论法、代入法等.

6. 两条直线的位置关系的判定：判定两条直线平行或垂直时，特别是直线方程 x 或 y 的系数含有参数时，要注意有一条或两条直线斜率不存在的情形.

7. 在运用公式 $d=\dfrac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$ 求平行直线间的距离时，一定要把两个方程 x,y 项的系数化成相同的系数.

8. 关于对称问题的解决方法：线到线所成的角的正切公式、夹角公式及点到直线的距离公式的灵活运用. 中点坐标公式或两条直线垂直的条件是解决对称问题的重要工具. 解析几何中的中心对称和轴对称问题最终都归结为关于点的对称问题加以解决.

9. 有关对称问题的方法

(1) 简单对称：

① $P(x_0,y_0)$ 关于 x 轴的对称点 $(x_0,-y_0)$

② $P(x_0,y_0)$ 关于 y 轴的对称点 $(-x_0,y_0)$

③ $P(x_0,y_0)$ 关于原点的对称点 $(-x_0,-y_0)$

④ $P(x_0,y_0)$ 关于直线 $y=x$ 的对称点$(y_0,\ x_0)$

⑤ $P(x_0,y_0)$ 关于直线 $y=-x$ 的对称点$(-y_0,\ -x_0)$

(2) 简单对称问题的应用：

① 可以求曲线关于简单对称轴(如 x,y 轴,$y=x$ 或$y=-x$)的对称曲线. 例如:$f(x,y)$ 关于 x 轴的对称曲线为$f(x,-y)=0$. 即在原曲线方程中以 $-y$ 代 y , 以 x 代x 即可. 其他类同.

② 可以判断曲线本身的对称性,如判断方程 $x^2-xy+y^2=0$ 的对称性,以 x 代y,同时以 y 代x ,方程不变. 所以曲线关于 $y=x$ 对称,以 $-x$ 代 x,同时以 $-y$ 代y 方程不变,所以曲线也关于原点对称.

(3)$P(x_0,y_0)$ 关于直线 l :$Ax+By+C=0$ 的对称点的方法($A\neq 0$, $B\neq 0$)：

① 先求过 P 点与直线 l 垂直的直线 PQ：即 $y-y_0=\dfrac{B}{A}(x-x_0)$.

② 解交点 $A\begin{cases}Ax+By+C=0\\ y-y_0=\dfrac{B}{A}(x-x_0)\end{cases}$,求出 A 点的坐标.

③ 设 Q 是P 关于l 的对称点,则 A 点是PQ 的中点. 利用中点坐标公式,求得 Q 点的坐标. 特殊情况下,若对称轴 l 的斜率是 1 或 -1,则可以用替代方法,求得对称点 Q 的坐标.

例如:求 $P(x_0,y_0)$ 关于 $y=x-1$ 的对称点.

设 $P(x_0,y_0)$ 关于 $y=x-1$ 的对称点为 $Q(x,y)$,则 $x-1=y_0\Rightarrow x=1+y_0$;

$y+1=x_0\Rightarrow y=x_0-1$,故 $P(x_0,y_0)$ 关于 $y=x-1$ 的对称点为$(1+y_0,x_0-1)$.

(4) 求一条直线 l_1：$A_1x+B_1y+C_1=0$ 关于另一条直线 l_2：$A_2x+B_2y+C_2=0$ 的对称直线 l.

① 若 $l_1 /\!/ l_2$,则设 l:$A_1x+B_1y+m=0$,利用 l_1 与 l_2 之间的距离等于 l_2 与 l_1 之间的距离,求出 m 的值.

② 若 l_1 与 l_2 相交,设 $l_1\cap l_2=A$

解法一:可在 l_1 上取异于 A 点的另一点B,求 B 关于l_2 的对称点 B',解方程组求出 l_1 与 l_2的交点 A,利用两点式求 l 的方程.

解法二：设 l 的斜率为k,利用 l 到l_2 的角等于 l_2 到 l_1 的角,求出 k 的

值．解出 A 点的坐标，利用点斜式求出 l 的方程．

(5) 关于对称问题的应用：

① 光线的入射线和反射线问题：利用入射角等于反射角，基本上可转化为对称问题的应用．常用结论：入射线上的关于反射轴(或折射轴)的对称点一定在反射线的反向延长线上；反射线上的点关于反射轴的对称点一定在入射线的延长线上．

② 最值问题．

10．圆的方程

(1) 求圆的方程，主要用待定系数法，有两种方法：一是利用圆的一般方程，求出系数 D、E、F(或 a、b、r) 的值；二是利用圆的标准方程及题目给的条件，利用直线和圆的位置关系解出 a、b、r 来．

(2) 判断直线和圆的位置关系，一般用圆心到直线的距离与半径的大小关系来确定．

(3) 当直线和圆相切时，求切线方程一般要用圆心到直线的距离等于半径；与圆相交时，弦长的计算要用弦心距、半径及弦长的一半构成的直角三角形．

二、考例点拨

【例 1】 在下列四个命题中，正确的命题共有(　　)

(1) 坐标平面内的任何一条直线均有倾斜角和斜率；

(2) 直线的倾斜角的取值范围为$[0,\pi]$；

(3) 若一直线的斜率为 $\tan\alpha$，则此直线的倾斜角为 α；

(4) 若一直线的倾斜角为 α，则此直线的斜率为 $\tan\alpha$．

A．0 个　　　　B．1 个

C．2 个　　　　D．3 个

【分析】 主要考查直线的倾斜角和斜率，利用当倾斜角为 $\frac{\pi}{2}$ 时，其斜

率不存在,可对命题(1)、(4)作出正确的判断;利用直线的倾斜角的概念及正切函数的周期性可分别对(2)、(3)作出正确的判断.

解:由于当倾斜角为$\frac{\pi}{2}$时,其斜率不存在,故命题(1)、(4)不正确;由直线的倾斜角的定义可知:倾斜角的取值范围为:$[0,\pi)$,而不是$[0,\pi]$,故命题(2)不正确;直线的斜率可以是$\tan\frac{5}{4}\pi$,其倾斜角是$\frac{\pi}{4}$,而不是$\frac{5}{4}\pi$,所以命题(3)也不正确.根据以上判断,四个命题均不正确,故应选A.

【例2】 直线l的斜率为$k=1-m^2(m\in\mathbf{R})$,求直线l的倾斜角α的取值范围.

【分析】 由表达式$k=1-m^2(m\in\mathbf{R})$先求k的范围,并求倾斜角的取值范围.

解:由$k=1-m^2(m\in\mathbf{R})$可知$k\leqslant 1$,作出正切函数的图象,如图3,由图象(如图3)及倾斜角的取值范围可知:$0\leqslant\alpha\leqslant\frac{\pi}{4}$或$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. $\therefore$ l的倾斜角取值范围是:$\alpha\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]\cup\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$.

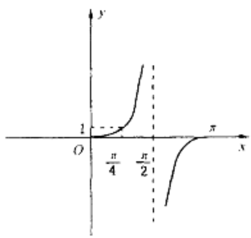


图3

【例3】 已知两点$A(-3,4)$,$B(3,2)$,过点$P(2,-1)$的直线l与线段AB有公共点,

(1)求直线l的斜率k的取值范围;

(2)求直线l的倾斜角α的取值范围.

【分析】 画一草图(如图4),结合图形考虑,为使直线l与线段AB有公共点,直线l的倾斜角应介于直线PB与直线PA的倾斜角之间.

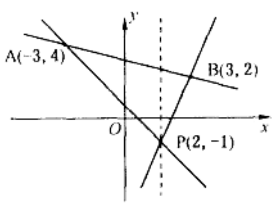


图4

解:(1)$k_{AP}=\frac{4-(-1)}{-3-2}=-1$,$k_{PB}=\frac{2-(-1)}{3-2}=3$,要使直线$l$与线段$AB$相交,则直线$l$的斜率$k$的取值范围是:$k\leqslant-1$或$k\geqslant 3$.