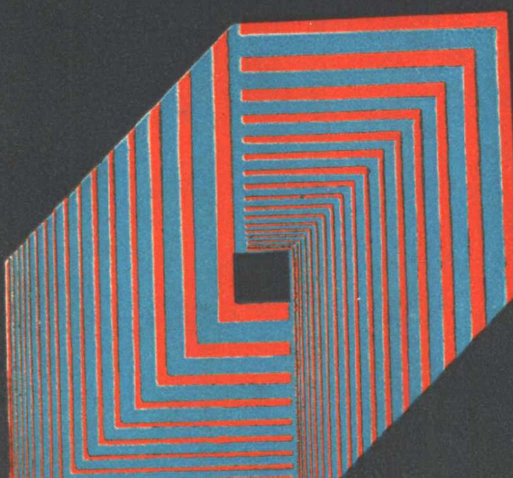
社会科学中的数学

〔美〕金基恒　富乐德　著
李相镐　汪群　段钦治
黄沛　李洪兴　译

SHEHUIKE XUE ZHONGDE SHUXUE



辽宁教育出版社

社会科学中的数学

〔美〕 金基恒 富乐德 著

李相镐 汪 群
段钦治 黄 沛 李洪兴 译

辽宁教育出版社

1991年·沈阳

辽新登字6号

社会科学中的数学

〔美〕金蓄框　富乐德　著

李相镇　汪　群　殷钦治　黄　沛　李洪兴　译

辽宁教育出版社出版　辽宁省新华书店发行

（沈阳市南京街6段1里2号）　沈阳新华印刷厂印刷

字数：260,000　开本：787×1092 1/32　印张：$11^5/_8$

印数：1—275

1991年11月第1版　1991年11月第1次印刷

责任编辑：杨　力　　插　图：潘智倩

封面设计：宋丹心　　责任校对：理　力

ISBN 7-5382-1383-X/O·7

定价：4.20元

中译本序

直到伽利略和牛顿把数学工具作为一种精巧的语言和论证的模式引入物理学之后，物理学才结束了她的蒙昧时期。我们的目标是用数学来解决社会科学问题，当然，我们不可能用数学方法来解决所有社会科学问题，但是，我确信，大量的社会科学问题的确能用数学方法去解决。

很多社会科学问题可以用二元关系来研究，本教程中，用布尔矩阵来代表二元关系，这样，计算起来极为方便。本书出版后，数学特别是模糊集合方面又有了发展，所以，我坚信，随着时光的流逝，社会科学中数学的应用将会不断地增加。

在美国，本书主要用作大学本科生应用数学课程，研讨班、专题研究班教材，也可用作应用数学低年级研究生教材，既学习数学，又学习社会科学。

中国文明不仅对东方文明而且对全世界都有影响。作者相信，中国的现代化进程肯定会获得成功，并对世界科学产生冲击和影响，如果本书的出版对中国的现代化有所裨益，

则本人将无比欣慰。

Ki Hang Kim 金基恒

Fred William Roush

富乐德

美国，Montgomery，Alabama

11.10.1989.

译 者 前 言

社会科学的定量化越来越多地引起社会科学工作者以及数学工作者的关注。任何一个科学分支，其中数学化程度的高低往往是衡量该学科发展水平的一个标准。对于社会科学，不是因为它们简单，不值得应用数学或不必要应用数学；而是因为它们太复杂，以致很难应用数学。然而，随着社会与科学的迅速发展，那种不使用数学的社会科学研究方法已不再满足当今社会的需要。正如“数学心理学”这样一个新学科出现一样，“数学社会科学”也已经形成了一个更为广泛的交叉学科。

本书作者金基恒(Ki Hang Kim) 教授是一位美籍朝鲜学者，美国亚拉巴马州立大学的数学教授，国际刊物《数学社会科学》(International Journal of Mathematical Social Sciences) 的主编。他和他的同事富乐德 (Fred William Roush) 教授长期从事数学社会科学的研究，这本书是数学在社会科学中应用的一本优秀著作，其特点是全面，简洁，实用，深入浅出。全书共分两部分，第一部分介绍数学方法，内容涉及集合论，矩阵，图论，组合论，微分方程，

概率论，聚类分析，建模方法以及模糊数学。第二部分详尽地介绍了实际应用，内容包括人口统计学，生态学，管理科学，政治学，心理学，社会学以及信息传递等等。

这本书是金基恒教授已经出版的五本著作之一，它适用于广大的社会科学工作者以及一部分有兴趣的数学工作者使用，当然它也可以用作适当专业的教材。我国的许多学者对于金基恒教授的名字并不陌生，1983年他应中国科学院的邀请曾访问过我国，他的讲座受到了许多大学和研究所的热烈欢迎。我们相信他的这本书也一定会受广大读者欢迎的。

由于译者水平有限，并且该书涉及范围相当广泛，译文中错误之处在所难免，恳请读者给予指正。

译　者

1990年1月

目　　录

第二部分 应用

第一部分 数学概念

第一章 集合与二元关系

1.1 集 合

集合 概念是一个数学化了的精确的术语，它包含的思想，可用总体，群体，全体，聚集物及类似的字眼来表明。例如，我们说一个数集，可以指所有正数，或所有偶数，或数字1，2，3。这三者中的每一个都是集合的例子。

数字1，2，3的集合要写成{1，2，3}。数字1，2，3叫做集合的*成员*或*元素*。集合可以包含任何一个确定的实体。例如，{琼达克，乔治·华盛顿，阿瑟·阿希}是人的一个集合。美国议会是人的集合，而这个集合的成员是国会议员。在经济方面，商品的集合是重要的。例如，我们可以考虑商品集合{小麦，黑麦，大麦，玉米，大豆}。在社会福利理论方面，能够从两者中选择一个人的二中择一的集合是重要的。例如，1960年一选民拿到二中择一集合｛肯尼

迪，尼克松}，他要投票选定谁当总统。

在集合论中，有时必须假设一个论域，所谓论域U是指可能涉及到的所有对象的集合。例如，所有美国公民的集合，所有数的集合及一条线上的所有点的集合，其中每一个都能成为论域。

记号$x\in S$ 意味着x是集合S的成员。

定义1.1.1 所谓两个集合A与B相等，意味着对所有x，$x\in A$当且仅当 $x\in B$。

例1.1.1 18岁以上但 21岁以下的人的集合等于年龄是18，19，20的人的集合。

定义1.1.2 所谓集合A是集合B的子集，意味着对所有x，如果$x\in A$，则 $x\in B$。集合A是集合B的真子集当且仅当A是B的子集，且$A\neq B$。

如果A是B的一个子集，则我们写成$A\subset B$（或$B\supset A$），并说A包含于B。

定义1.1.3 令A是U的一个子集。A的余集是指属于U但不属于A的所有成员的集合。若A与C都是U的子集，则C中A的相对余集是属于C但不属于A的成员的集合。

记号$\tilde{A}$与$B\setminus A$分别代表A的余集与A对于B的相对余集。

例1.1.2 令X是哺乳动物集合，Y是温血动物的子集，则Y中X的余集是鸟的集合。

定义1.1.4 令A/B是集合。A与B的并集$A\cup B$，满足

$x\in A\cup B$当且仅当$x\in A$或$x\in B$。

A与B的交集$A\cap B$，满足

$x\in A\cap B$当且仅当 $x\in A$ 且 $x\in B$。

例1.1.3 令A是尖头印第安人的集合，B是玻利维亚人

的集合，则 $A\cup B$由尖头印第安人以及玻利维亚人全体所构成。集合$A\cap B$ 由同时属于尖头印第安人与玻利维亚人的全体所构成。

定义1.1.5 令A，B是集合。A与B的对称差分集$A\triangle B$是所有x的集合，使得

$x\in A$或$x\in B$，但不可兼。

例1.1.4 令A是集合{下层社会，中层社会}，B是集合{中层社会，上流社会}，则$A\triangle B$是集合{下层社会，上流社会}。

运算$\cup$，$\cap$，$\sim$具有许多性质，下面给出这些性质：

1. $A\cup B=B\cup A$
2. $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$
3. $A\cap B=B\cap A$
4. $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$
5. $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$
6. $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$
7. $A\cap A=A$
8. $A\cup A=A$
9. $\widetilde{A\cap B}=\widetilde{A}\cup\widetilde{B}$ （狄摩根律）
10. $\widetilde{A\cup B}=\widetilde{A}\cap\widetilde{B}$ （狄摩根律）

若$A\subset B$，则有下面的性质：

11. $A\cap C\subset B\cap C$
12. $A\cup C\subset B\cup C$
13. $A\cap B=A$
14. $A\cup B=B$
15. $\widetilde{B}\subset\widetilde{A}$

令ϕ代表不含任何元素的集合（空集），则

16. $A\cap\phi=\phi$

17. $A\cup\phi=A$

18. $A\cap\widetilde{A}=\phi$

19. $A\cup\widetilde{A}=U$

许多集合组成的集合叫做集体或集族。

还可以考虑多于两个集合的并集与交集。

定义1.1.6 令$\mathscr{F}$是若干集合的集合，则$\mathscr{F}$的所有成员的并集

$$\bigcup_{S\in\mathscr{F}} S$$

是至少属于$\mathscr{F}$中一个成员的所有x构成的集合。$\mathscr{F}$的所有成员的交集

$$\bigcap_{S\in\mathscr{F}} S$$

是属于$\mathscr{F}$中每一个成员的所有x构成的集合。

记号$\{x\in S: x>1\}$是指集合S中大于1的所有元素作成的集合（具有以上所给出的类似的性质）。

习　　题

1. 任意选择两个集合A，B。求出$A\cup B$，$A\cap B$，$A\setminus B$。

2. 举出说明恒等式（1），（2），（3），（4）的例子。

3. 证明恒等式（5），（6），（7），（8）。

4. 令T是美国纳税人的集合，而C是美国公民的集合。T是C的子集吗？C是T的子集吗？

5. 证明，若$A\subset B$且$B\subset C$，则 $A\subset C$。

6. n个元素的集合有多少子集？

1.2 二元关系

为了讨论对象的总体起见，光知道对象的集合本身是不足的。我们还必须知道这些对象之间的一定的关系。在这节里，我们将指出，该关系可以用精确的数学方法表示。

如果 a 与 b 是集合 A与B的成员，则我们将考虑有序对 (a, b)。有序对(a, b) 规定 a为该有序对的第一元素，b为第二元素。

定义1.2.1 如果A与B是集合，则A与B的笛卡尔积$A\times B$是由所有有序对 (a, b) 所组成的集合。其中 $a\in A$，$b\in B$。

例1.2.1 令集合A为{1，2，3}，B为{共和党，民主党}，则$A\times B$是下面集合：

{（1，共和党），（1，民主党），（2，共和党），（2，民主党），（3，共和党），（3，民主党）}。

例1.2.2 令R是所有实数的集合，则 $R\times R$是所有实数有序对 (a, b) 的集合。读者当然还记得，如选定某平面坐标系，则存在且仅存在一个点对应于 $R\times R$ 的一个元素。

定义1.2.2 两个集合 S_1 与 S_2 之间的二元关系是$S_1\times S_2$ 的一个子集。

例1.2.3 令S是人类的集合，而T是由全部有序对 (a, b)所组成的集合$S\times S$的子集，其中a是 b的兄弟。那么，T是一个二元关系。

在这个例子中的二元关系可以认为是“是兄弟”这个关

系的数学模型：每一个“是兄弟”关系的数学的或逻辑的特性将反映于二元关系T的数学特性中。

例1.2.4 令 R 是所有实数的集合，而W是由全部实数对(a, b)所组成的$R\times R$的子集，其中$a<b$。

上述二元关系W表示“小于”关系。有时，其他关系（不是二元关系）也很重要，例如，“施米特先生给吴先生拍电报”表示施米特先生，电报，吴先生三者之间的一种关系。因为它包含三个成员，这就牵涉到一个三元关系，而不是二元关系。

定义1.2.3 n个集合 $S_1, S_2, \cdots, S_n$ 的笛卡尔积$S_1\times S_2\times\cdots\times S_n$是全部有序$n$元组$(x_1, x_2, \cdots, x_n)$的集合，其中$x_1$是$S_1$的成员，$x_2$是$S_2$的成员，等等。

例1.2.5 令$S_1=S_2=S_3=\{0,1\}$，则$S_1\times S_2\times S_3$是集合$\{(0,0,0), (0,0,1), (0,1,0), (0,1,1), (1,0,0), (1,0,1), (1,1,0), (1,1,1)\}$。

定义1.2.4 集合 S 上的一个n元关系是 $S\times S\times\cdots\times S$（其中有$n$个因子）的子集。

除非另有说明，本书中的关系都指二元关系。

定义1.2.5 由集合Y到集合Z的一个函数（亦称映射）是$Y\times Z$的子集F，使得

（1）对所有$y\in Y$，存在某一$z\in Z$，使得$(y,z)\in F$，

（2）若$(y,z_1)\in F$，$(y,z_2)\in F$，则$z_1=z_2$。

例1.2.6 集合$\{1, 2, 3\}$上的二元关系$\{(1,1), (2,2), (3,3)\}$是一个函数，但二元关系$\{(1,1), (1,2), (2,1), (3,3)\}$不是函数。

例1.2.7 令R是实数系，而F是由所有对(x, x^2+x+1)所组成的$R\times R$的子集。那么，F是一个函数。我们认为F