

# GANGQIAO

5

〔日〕小西一郎 编

## 钢 桥



.36  
1

人民铁道出版社

# 钢 桥

第五分册

〔日〕小西一郎 编  
戴振藩 译

人 民 铁 道 出 版 社  
1981年·北京

# 钢 桥

第五分册

〔日〕小西一郎 编

戴振藩 译

人民铁道出版社出版

责任编辑 王能远

封面设计 赵敬宇

新华书店北京发行所发行

各地 新华书店 经 售

人民铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092<sup>1/16</sup> 印张：17 字数：373 千

1981年6月 第1版 1981年6月 第1次印刷

印数：0001—2,000 册 定价：1.75 元

## 内 容 提 要

本分册讲述悬索桥。着重介绍大跨度悬索桥的结构分析法；叙述有关竖向挠度、水平挠度和扭转振动的基础理论、活载的强迫振动以及颤振等。对悬索桥的主要组成部分如钢缆、塔、锚定、悬吊结构、伸缩装置、鞍座及支座等有实例介绍，书末附有大跨度悬索桥设计参考图表。

本书可供高等院校桥梁专业师生和有关工程技术人员参考。

## 出 版 说 明

本书是一部详细阐述现代钢梁设计理论及设计方法的巨幅著作。原书为日本丸善株式会社 1976 年版，共四册，分为设计篇及基础篇。前者阐述各式桥梁的设计方法及介绍结构实例，后者着重介绍桥梁设计所用的基础理论及基本资料。

我国目前新建、待建的大跨度钢桥虽然为数不多，但是本书中所述设计原则及力学分析也适用于同样结构型式的钢筋混凝土桥及预应力混凝土桥。我们深信本书的翻译出版，将有助于我国桥梁事业的发展。

为了及早与读者见面，我们将全书分为 11 个分册陆续出版。本分册译稿由我社聘请劳远昌教授作了文字方面的校阅及修改。

全书主要内容及分册划分如下：

原书	内容	译本
设计篇 I	第一章 桥面系构造	第一分册
	第二章 板梁桥	第二分册
	第三章 桁架桥	第三分册
设计篇 II	第四章 拱桥	第四分册
	第五章 斜拉桥	
	第六章 悬索桥	第五分册
	第七章 曲线桥、斜桥	
	第八章 纵向联结系、横向联结系、桥门架	第六分册
	第九章 支座	
基础篇 I	第一章 绪论	
	第二章 荷载	
	第三章 结构材料	第七分册
	第四章 安全系数、安全度、可靠度	
	第五章 强度设计法	
	第六章 构件连接法	
	第七章 平板理论	第八分册
	第八章 格子梁理论	
	第九章 屈曲理论	
	第十章 构件设计	第九分册
基础篇 II	第十一章 抗风设计	
	第十二章 抗震设计	第十分册
	第十三章 钢结构的安全性、可靠性的统计学方法	
	第十四章 电子计算机的应用	
	第十五章 特大桥的架设	第十一分册

## 目 录

<b>第六章 悬索桥</b>	<b>1</b>
6.1 概述	1
6.2 悬索桥的结构分析	5
6.2.1 概述	5
6.2.2 挠度理论	9
6.2.3 线性挠度理论	14
6.2.4 有限位移理论	18
6.3 承受水平荷载的悬索桥的结构分析	36
6.3.1 概述	36
6.3.2 Moisseiff的理论	38
6.3.3 矩阵分析法	41
6.3.4 小松·西村理论	45
6.3.5 悬吊结构剪切位移的影响	66
6.4 关于悬索桥的振动性状的基础理论	71
6.4.1 概述	71
6.4.2 坚直挠曲振动	76
6.4.3 水平挠曲振动	81
6.4.4 扭转振动	82
6.4.5 悬索桥固有振动的数值计算示例	84
6.5 悬索桥的强迫振动	91
6.5.1 概述	91
6.5.2 行驶荷载产生的悬索桥振动	93
6.5.3 数值算例	96
6.5.4 悬索桥的颤振	98
6.6 悬索桥的结构组成部分	100
6.6.1 钢缆	100
6.6.2 塔	121
6.6.3 锚碇	147
6.6.4 悬索桥的悬吊结构	157
6.6.5 伸缩装置	158
6.6.6 鞍座	171
6.6.7 支座	179
6.7 最近的主要悬索桥	184
6.7.1 Forth 公路桥	184

6.7.2	Verrazano Narrows桥	192
6.7.3	Severn桥	198
6.7.4	Salazar桥(Ponte 25 April)	204
6.7.5	Newport桥	211
6.7.6	Lillebaelt桥	218
6.7.7	Bosphorus桥	228
6.7.8	天门桥	234
6.7.9	San Marcos桥	250
	设计用参考图表	253
	参考文献	260

## 第六章 悬索桥

### 6.1 概述

第二次世界大战后，日本也渐渐将长大悬索桥的建造计划予以具体化，建成了若户大桥（1962年）、小鸣门桥（1960年）和关门桥（1973年），本州四国联络桥计划正在实施。作为桥梁结构形式，悬索桥适用于所谓长跨度结构，在这方面具有与其他的桥结构显著不同的意义。因为它的上部结构由钢缆、塔、加劲梁及吊杆组成，下部结构由支承着塔的桥墩、锚固着钢缆的锚碇和钢缆支架组成，可以想象，这种基本结构形式从一开始作为长跨度结构的最适当的形式就是无可非议的。在悬索桥的设计和施工方面，到现在为止已有不少的优秀技术人员作出了贡献，特别是J.A.Roebling, D.B.Steinman, O.H.Anmann, F.Leonhardt等可以说是在确立近代悬索桥方面留下了光辉的足迹。

悬索桥的历史是在古老的，一般认为古代中国已见其例，但据Steinman说用铁的悬索桥最初为英国的Tees河桥（1741年建成）。这座21.34米的悬索桥使用了61年。从十八世纪中叶到十九世纪末在悬索桥中大多采用铁链。从二十世纪初起，钢缆的悬索桥似乎逐渐广泛应用起来。十九世纪末建成了跨度超过304.8米（1000英尺）的悬索桥，而其中用链的例子有1926年完成的巴西的Florianopolis桥（339.55米），其他多用钢缆，可以认为长大悬索桥的结构形式已达到取得一种确定的样式的阶段。悬索桥适合于长跨度桥梁是不待争论的，但显著的可挠（译注——即容易产生较大的挠度）结构是其特点，为了克服这一弱点，J.A.Roebling重视加劲梁的刚性，1903年建成的Williamsburg桥（美国，487.68米）用梁高为跨度的 $1/40$ 的桁架加劲。在作为可挠结构的悬索桥的设计理论中必须考虑计入它的挠度特性的平衡状态。起初是采用弹性理论，但是作为更加严密的理论，J.Melan于1888年发表了挠度理论（Deflection Theory）。L.S.Moisseiff应用这种挠度理论于1909年设计了Manhattan桥（美国，448.06米），因为这种理论对于大跨度悬索桥十分有利，因此在1926年的Florianopolis桥（巴西，339.55米），Philadelphia桥（美国，533.40米），还有1929年的Mount Hope桥（美国，365.76米），Granad'Mere桥（加拿大，288.95米）等许多悬索桥中都采用了。另一方面，S.Timoshenko在1928年单独发表用三角级数展开来表示挠度的“挠度理论”，在较之过去的理论合理地说明问题方面它是很成功的。

由于确立了这样的悬索桥的挠度理论，就设计出了结构形式更为轻巧的悬索桥。1938年F.Leonhardt设计了跨越来因河的悬索桥Köln-Rodenkirchen桥，而对于378米跨度的加劲梁采用了梁高3.3米的板梁。但是在1940年完工的旧Tacoma Narrows桥只使用了三个月便在19米/秒的风速下造成了塌桥事故，这座旧Tacoma Narrows桥对855米的跨度采用了宽11.9米、高2.45米的中承式桥梁作为加劲梁。因为该桥从建造当初就是易于振动的悬索桥，所以由F.B.Farquharson研究了它的特性。对1940年11月7日的塌桥状况详细作有记录，这个事故给予桥梁技术人员非常大的震动，其究竟的原因经过十年来由F.B.Farquharson, G.Vincent, F.Bleich, T.Von Karman等人进行研究，明确了是由于板梁的空气动力不稳定所

致。

以该旧Tacoma桥的事故为开端，增强了对长大悬索桥抗风性的重要性的认识，广泛采用了具有较高的空气动力稳定性的桁架加劲梁。以后所建的Delaware桥（1948年），Tancarville桥（1956年），Forth Road桥（1964年），Verrazano Narrows桥（1964年）和Salazar桥（1966年，现已改名为Ponte 25, April参阅6.7.4节），并且日本的若户大桥（1962年）和关门桥（1973年）都是用桁架加劲的悬索桥。

第二次世界大战以后欧洲各国研究发展了以薄壁箱形截面为对象的抗风性较高的截面，用以代替桁架加劲梁，主要是在英国的NPL（National Physical Laboratory 国立物理试验所）研究的，并出现于1966年建成的Severn桥中。还有丹麦的C.Ostenfeld, W.Johnson及挪威的A.Selberg研究将同样的箱形截面用于悬索桥加劲梁，1965年设计出了Lillebaelt桥。

因此，可以认为从它的结构特性及抗风性出发开始研究发展，悬索桥逐渐进入了近代悬索桥的形态。日本对悬索桥的研究从1940年起以东京大学的平井敦教授为中心而开始，特别是于1963年间从日本本州四国联络桥的技术调查开始就有飞跃的发展，并可望有大的发展。

本章对这种悬索桥结构作概括的论述，而在6.1节首先介绍历史的展望及典型的悬索桥结构，在6.2节叙述静力分析理论，在6.3节叙述承受水平荷载的悬索桥的结构分析，在6.4节介绍关于振动性状的基础理论，在6.5节论述强迫振动问题。在6.6节叙述结构的要素，在6.7节介绍最近的主要长大悬索桥。而在长大悬索桥的设计中，最重要的因素之一为空气动力不稳定问题，本书在基础篇\*研究它。对于悬索桥的各种理论在6.2节以后叙述，因此必须对已建成的长大悬索桥的结构特点与现在正在设计的桥的那些问题作一概述。

悬索桥的组成，分为钢缆与悬吊结构部分，以及作为该项钢缆的支承结构的塔、锚碇部分和一般的下部结构。悬吊结构部分必须满足交通荷载的要求，用吊杆与钢缆连接起来成为整体。

首先从钢缆的关系研究一下悬索桥结构的特点。在最早的悬索桥即熟知的英国Tees桥（1741年）中悬索为所谓链索形状（Chain-cable），在古老的悬索桥中都广泛采用这种链的形式。1816年J.Finley在美国Schuylkill建成最初的钢缆悬索桥，这座跨度为124.36米的悬索桥的钢缆采用三根直径3/8英寸（9.53毫米）的黄铜丝（brass wire）。1823年在欧洲最早的悬索桥是由H.Dufour建造的，以后主要以法国为中心用钢缆建造悬索桥，也渐渐发展钢缆方法的技术，在19世纪中叶介绍了空中架线法（aerial spinning）。1831年C.Bender把这种方法介绍到美国，经美国的天才技师J.A.Roebling显著地予以改良，可以说大致完成了现在的方法的原形。

但因空中架线法也带来十分复杂的作业，所以研究了钢缆方法以代替它。例如1896年G.S.Morrison在Hudson河的铁路悬索桥的计划中曾提出以封闭式钢绞线索（socketed helical-wire strands）代替平行线状钢缆。由于这种绞线钢丝绳和钢绞线索（helical-laid wire rope and strand）经过了预张拉（Prestressing）之故，所以其延伸特性显著地改良，对于较短跨度及中等跨度的悬索桥的钢缆可以说很是经济的。但对表6.1中的长跨度悬索桥则平行线钢丝束似乎更有利。

因此悬索桥的钢缆有平行线钢丝（parallel wire）及绳股（strand）两种形式，前者用

\*原书的基础篇系介绍设计的基础理论，有关空气动力学内容见中译本第十分册——译注

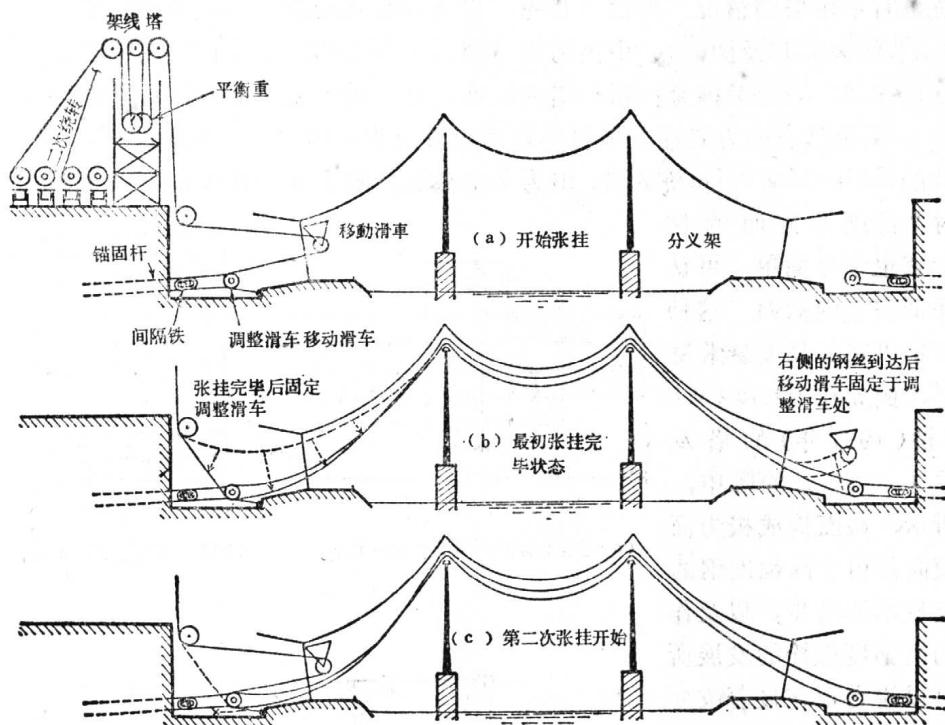


图6.1 空中架线法例

空中架线法在工地组成，后者因为在工厂制造，所以施工较易。综合二者的优点，更为合理的钢缆形式就是工厂预制的平行钢丝绳股 (shop fabricated parallel wire strands)，1966年用于纽波特 (Newport) 桥而引起了注意<sup>(1)</sup>。F.Leonhardt 指出了这样的钢缆形式的问题为锚固部分的疲劳强度问题，今后有必要进一步对钢缆的各种特性进行研究<sup>(2)</sup>。而且，他对于这样的钢缆的锚提出了管状锚碇 (pipe type anchorage) 的方案，考虑了钢缆长度的调整和锚碇部分的耐久性显著地改善等情况。

表6.1 钢缆的各种物理性能

	A. 平行线钢缆 (公斤/平方厘米)	B. 桥梁用的钢绞线缆索 (公斤/平方厘米)	B/A %
极限强度	15820	14062	89
屈服点	11250	9843	88
弹性模量	$1.97 \times 10^6$	$1.69 \times 10^6$	86

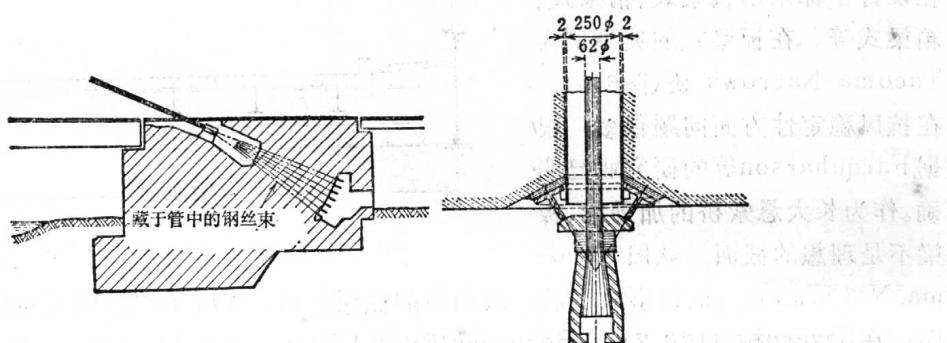
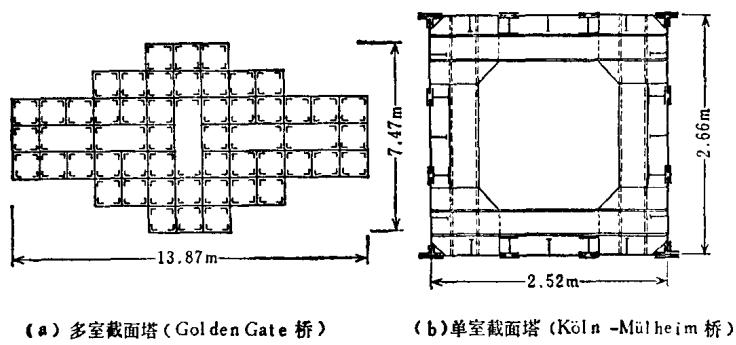


图6.2 管状锚碇示例，kölner-Mülheim桥(F.Leonhardt)

悬索桥也有不用塔的情况，但设计长跨度以及多跨度的悬索桥时塔仍为重要的结构因素。在6.6.2节的表6.45及图6.100中因为塔是超过100米的高层结构，多年来在结构方面有种种的改良。图6.3(a)为美国金门桥的塔的截面，是一种多室截面(Multi-cellular Cross Sections)，采用结合的方式在工地将小块体组拼起来。图6.3(b)为F.Leonhardt于1948年设计的Köln-Mülheim桥的塔，但为单室截面，附上加劲杆件就可以获得所需的截面刚性，同时节约施工方面的材料，并且检查也十分简单，可认为是容易保证安全的截面。这种倾向在1960年以来的长大悬索桥中显著出现，例如在Delaware Memorial桥(1951年)的塔及Newport桥(1962年)的塔中，如图6.4所示，截面构成极为简单。这种倾向是由于高强度钢的发展及焊接技术的进步，以及作为连接件的高强度螺栓的发展所促成的，可以说它正在显著改变长大悬索桥塔的结构设计。因此，在塔的设计中以担负轴向力为主的结构是较为理想的，例如，可考虑将塔的下端做成铰支以减少弯矩的形式。F.Leonhardt认为这样的塔已经没有必要考虑活动钢缆鞍座等。并指出可以合理地设计桥塔，但这种结构只宜用于中等跨度的悬索桥。

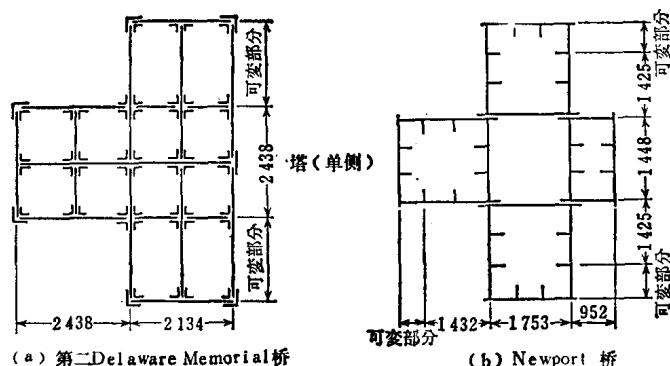
悬索桥的塔不只是用钢制造，如果满足其他的条件(地基、抗震等)也可采用混凝土塔。例如，在法国的Tancarville桥和Bordeaux桥，丹麦的Lillebaelt桥和Humber桥中就可见其例。

关于悬索桥的加劲梁，过去在设计中都采用板梁式、桁架式、箱梁式等。在板梁式的典型例为Tacoma Narrows桥(图6.5)，在抗风稳定性方面问题很多，根据Farquharson等的研究业已明确。作为长大悬索桥的加劲梁，板梁不是理想的截面。从旧Tacoma Narrows桥的摧毁事故以后，最通用的截面为图6.6所示的桁架式的加劲梁。关于这方面，在Severn桥(图6.7)、Bosphorus桥以及Lillebaelt桥(图6.8)中采用的流线型箱形截面是引人注意的新型加劲梁。在这样的加劲梁的设计中，抗风稳定性的问题特别重要，关于



(a) 多室截面塔 (Golden Gate 桥) (b) 单室截面塔 (Köln -Mülheim 桥)

图 6.3



(a) 第二 Delaware Memorial 桥 (b) Newport 桥

图 6.4

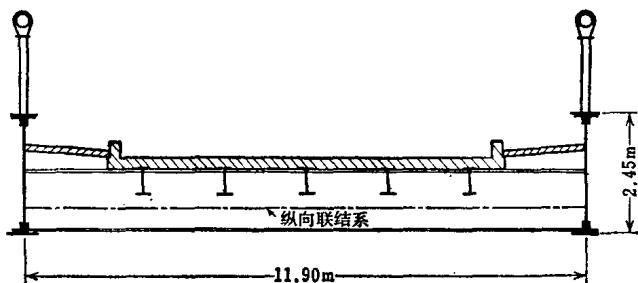


图6.5 旧Tacoma Narrows桥 (中跨长855米)

这方面可参阅本书的基础篇。

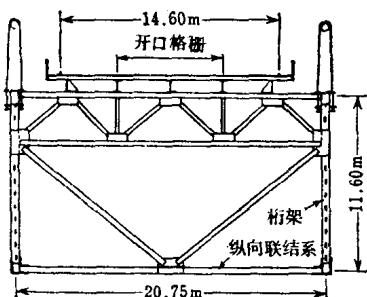


图6.6 Mackinac Strait桥（中跨长1140米）

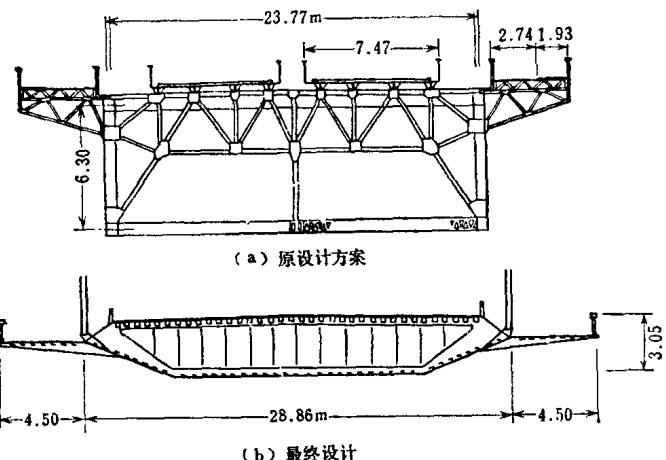


图6.7 Severn桥（中跨长988米）

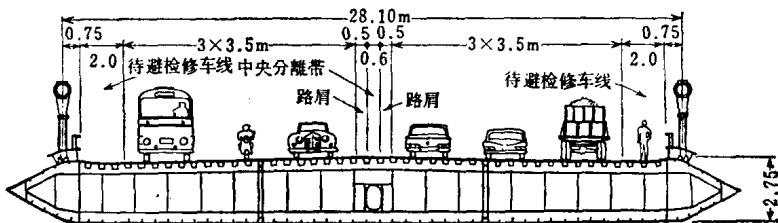


图6.8 Lillebaelt桥截面（中跨长600米）

## 6.2 悬索桥的结构分析

### 6.2.1 概述

#### (1) 竖直荷载

竖直荷载作用下的悬索桥结构分析的发展成了近代悬索桥的理论基础，在这种理论的进步中完成了极为重要的任务，关于这方面的情况，著名的Pugsley<sup>(3)</sup>的著作中作了概述。

Navier于1823年发表了关于悬索桥的弹性理论，再相继经过Rankine<sup>(4)</sup>等的弹性理论<sup>(5)</sup>，到了Ritter(1877)和Melan (1888)<sup>(6)</sup>便进入了“挠度理论”的时代。以后由Steinman<sup>(7)</sup>和Timoshenko<sup>(8)</sup>对“一般挠度理论”予以发展，立刻促进了悬索桥的长大化。

随着跨度的加大恒载显著增大，活载与恒载之比渐渐变小，由活载产生的钢缆水平拉力的增量所分担的荷载减小量渐渐相对地变小。注意到这种倾向，Godard<sup>(9)</sup>省略了挠度理论的基础微分方程中的二次项，提出了简单的线性挠度理论 (Linearised Deflection Theory)。因为悬索桥本身上是非线性结构，所以严密地说叠加原理不能成立，利用影响线是不合理的。但是采取非线性值的水平拉力即使稍有变化，对使各力学量成最大或最小值的活载状态，可认为大体上没有影响。注意到这一事实，Neukrich<sup>(10~12)</sup>、Lie及Perry提出了极限影响线 (beschränkte Einflußlinie) 的有效利用。

Moppert<sup>(13)</sup>利用受轴向力的梁的挠度影响函数的积分形式给出悬索桥的力学量的影响线。Esslinger<sup>(14)</sup>进一步根据采用转换矩阵法的线性挠度理论，提出了考虑连续变截面梁、

塔的弯曲刚度和塔的斜拉缆，对于主荷载、温度变化、地震和支点下沉的分析法。

如图 6.9 所示，在一般的活载与恒载之比  $p/\omega$  较小的长悬索桥中，线性挠度理论给出良好的近似解。

对于具有变截面加劲梁的悬索桥，Atkinson-Southwell<sup>(15)</sup>建议假定加劲梁的挠度与弯矩的富里哀级数解，并决定未定系数以满足挠度理论的基础方程的方法。在数值计算上应用松弛法（Relaxation）<sup>(16)</sup>。在这里考虑了钢缆的水平位移，但在竖直吊杆的情况下它的影响很小。Crosthwaite<sup>(17)</sup>对这种方法作了进一步扩充及改良。这种方法除了上述特点之外，还考虑了吊杆延伸的影响，并且与Freeman-Fox公司协作在Severn桥设计计划中实际应用了它。这样就更加证实了级数解的实用性。

在这些解法中因为假设吊杆在跨度方向是密布的，所以就叫“膜理论”（译注——也就是将全部吊杆换算成连续介质）。附带说明一下，从表 6.2 所示的主要悬索桥吊杆的根数来判断，膜的假设一看就可充分理解了。但是对靠近支点的节间的剪力稍许估计过大，这一点必须注意。

表 6.2 有代表性的长大悬索桥的节间数目

桥 名	完成年份	跨距长（米）		节 间 数		
		中 跨	边 跨	中 跨	各边跨	合 计
George Washington	1931	1067	198	58	10	78
Golden Gate	1937	1280	343	80	22	124
Mackinac Strait	1957	1158	549	96	46	188
Forth Road	1964	1006	408	55	22	99
Verrazano Narrows	1964	1298	370	86	24	134
Salazar	1966	1013	483	44	21	86
关 门 桥	1973	712	178	68	16	100
南 傅 翠 澜 户 大 桥	计划中	1100	270	84	20	124

在以上的“古典膜理论”中包括以下的假定：（1）恒载为均布，因为它是由钢缆支承的，所以在无活载的状态下，钢缆为抛物线形状，因而加劲梁为无应力状态。（2）吊杆是垂直的而且没有延伸，也忽视由活载产生的倾斜。（3）忽视加劲梁的剪切变形。（4）在每一跨距内加劲梁为一等截面。（5）吊杆是稠密的，当作仅在竖直方向有弹性抗力的膜。

（6）钢缆及加劲梁都只有竖直方向的位移。

West-Robinson<sup>(40)</sup>发表了近代膜理论。在该理论中假设在（1）、（3）、（4）和（5）的前提下：（a）考虑吊杆的延伸，（b）钢缆在竖直和水平两个方向均有位移，（c）考虑在塔顶与锚碇的鞍座中容许钢缆作水平位移，这时候承受水平弹性抗力。为了解非线性微分方程，根据Newton-Raphson法采用逐次渐近计算法。

此外，Pugsley<sup>(18~19)</sup>摆脱膜理论，采用按等间距设置吊杆的实况的实际结构模型。这种理论名为“离散吊杆理论”以便区别于膜理论。在Pugsley的解法中，首先以由单位集中荷载在钢缆及加劲梁的节点处（吊杆的安装点）产生的挠度来组成钢缆的柔度矩阵及加劲梁的柔度矩阵。在吊杆的上、下端的钢缆挠度及加劲梁挠度之差等于吊杆的延伸，应用这样的相容条件组成关于吊杆力的联立方程，然后解它以求出吊杆力。因为这个解法选择吊杆力为

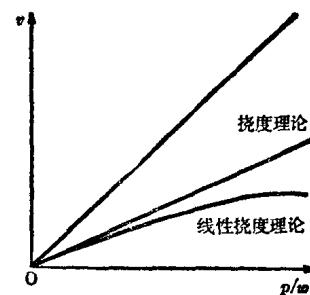


图 6.9 荷载比与挠度

未知量，也就是所谓“力法”。Pugsley 是离散吊杆理论的首创者。随后 Bowen 和 Charlton<sup>(20)</sup> 利用 Pugsley 的柔度矩阵，按照线性理论应用最小余能原理，对吊杆力及加劲梁的弯矩给出了近似解。

还有求出作逆矩阵的钢缆刚度矩阵，并根据位能极小原理用 Ritz 法求得挠度的近似解的。Boynton、Werth 和 Geyer<sup>(21)</sup> 在分析方面用推导出来的柔度矩阵，对 Salazar 桥根据考虑吊杆延伸的影响的线性挠度理论进行了分析。

倉西茂<sup>(22~23)</sup> 关于加劲梁的三弯矩理论，用矩阵方程表示在钢缆节点处的位移后的平衡条件式和钢缆全长的相容条件式，解算了连续变截面加劲桁架悬索桥。

近年来为了开创高度利用电子计算机的方法，趋向于把悬索桥当作非线性平面构架结构按有限位移理论来求严密的解。

Brotton<sup>(24), (26)</sup> 开始引进矩阵将整个悬索桥当作平面构架结构来分析，其特点是对加劲桁架施加节点约束力，应用松弛法，进行收敛解除约束的反复计算。在像 Severn 桥那样的设有斜吊杆的悬索桥中也可以应用。特别因为它也可用于在架设中的非常柔性状态，所以用于 Severn 桥的架设中的计算得到了收敛性良好的结果。这是一种“位移法”。此外，Brotton-Arnold<sup>(25)</sup> 在解析方面求出分离的钢缆及加劲桁架的柔度矩阵，采用对应于力法的松弛法。此时，为了改善收敛性就引入了分配矩阵 (distribution matrix)，但是凭直观及经验它颇不合理。

Brotton-Arnold 的分配矩阵方法不一定收敛得快，在非线性显置的情况下，就干脆有发散的情况。Poskitt<sup>(27)</sup> 用 Newton-Raphson 法提出了收敛性适当的解法。作为未知量除了钢缆的水平拉力之外，还可选择：（1）吊杆安装点的钢缆挠度，或（2）吊杆力，或（3）在节点处的加劲梁的弯矩。这三种方法中以（1）的收敛性最好。

Janiszewski<sup>(27)</sup> 联系纽约的 Manhattan 桥的加固工程提出了吊杆拉力 (Suspender Tension) 法。根据这种解法可以对以下情况加以考虑：（1）由活载产生的钢缆节点水平位移，（2）随着钢缆节点间距的变化水平拉力的变化，（3）吊杆的倾斜对于钢缆挠度的影响，（4）由温度变化产生的加劲梁的延伸，（5）变截面加劲梁，（6）加劲梁的剪切变形的影响，（7）相邻跨度的影响等。

Saafan<sup>(28)</sup> 在以下假定的前提下，对悬索桥应用了典型的位移法的分析。也就是说：（1）全部应力在比例极限以下的材料服从虎克定律，（2）所有杆件均为等截面，（3）防止了结构面外的屈曲，（4）钢缆与吊杆完全为柔性的，（5）荷载集中于节点。

关于非线性分析，应用 Newton-Raphson 法对不平衡力乘以切线刚度矩阵的逆矩阵，求出了消灭不平衡力的位移增值。在切线刚度矩阵中包括杆件的轴向力的影响。因为采用 Saatan 的构架大位移理论可以将历来争论的所有二次影响包括进去，所以就方便多了。特别对 Severn 桥那样有斜吊杆的情况，对于在架设中十分柔性状态的也可予以处理。

福田武雄<sup>(29), (30)</sup> 对于用差分方程表达的多跨连续悬索桥的解属于一种线性理论。

Borges-Lima-Oliverira<sup>(31~32)</sup> 将吊杆力作为未知量根据力法进行了矩阵分析。在吊杆处切断悬索桥上部结构，将活载在切断点产生的相对位移乘以柔度矩阵（钢缆、吊杆、加劲梁各个柔度矩阵之和）的逆矩阵，便可算出吊杆力。这样，因为在钢缆的柔度矩阵中包括了由活载产生的附加水平拉力的影响，所以首先要假定附加水平拉力，依靠反复计算直到收敛至正确值为止。不仅对竖直荷载，而且对水平荷载及扭转荷载也求其解。可以考虑连续加劲桁架和斜拉缆，本法曾用于 Salazar 桥的设计计算。

Tezcan<sup>(33)</sup> 根据位移法提出了大位移矩阵构架分析。在刚度矩阵中包括杆件轴向力的影响。计算时把在节点的节点外力及构件力之间的不平衡力作为新的节点力施加，根据迭代法将不平衡力反复计算到零。本解法比用 Brotton 的修正刚度矩阵的方法远为精密，进一步考虑了：（1）荷载作用在吊杆安装点，（2）塔的支承不仅可为铰支，也可考虑为弹性支承及固支的情况，（3）处理变截面加劲梁，（4）也处理连续加劲梁，（5）钢缆、吊杆及整个悬索桥结构的几何形状及支承条件可以为任意的，（6）钢缆的位移。

长谷川鎧一和原田康夫<sup>(35)</sup> 以某种已知状态（例如钢缆张挂的状态或架设完毕时或任一 架设阶段）作为初始状态，从钢缆及加劲梁的节点的平衡条件出发，用矩阵演算推导出了关于吊杆力变化量的基础方程。再与钢缆方程联立求解。根据本解法不仅可作由竣工后的主荷载、水平荷载和温度变化产生的应力及位移量的分析，而且也可计算在架设状态中的悬索桥的力学性质。

后藤茂夫<sup>(36)</sup> 首先认为钢缆及吊杆为仅受轴力构件，给出它的节点位移与节点力之间计入有限位移的关系式。并且给出在钢缆及加劲梁的节点的各节点力之间的平衡条件式。进一步用差分式给出加劲桁架的挠度与节点力之间的弹性方程。然后根据这些式子建立联系悬索桥全部节点、位移与节点外力的刚度矩阵，并进行求解，塔的弹性位移、连续变截面加劲梁、斜吊杆力、温度变化等都可以考虑在内。后藤、大西、大槻、新村<sup>(37)</sup> 等人编出了应用程序，可以对架设阶段进行计算。藤野和大坂<sup>(38)</sup> 应用有限位移位，根据位能极小原理推导出关于构件端部的位移量的联立多元一次方程，求得非线性解。凭借衰减系数在反复计算中大力改善了收敛性。

## （2）水平荷载

关于承受水平横向荷载（风荷载）的悬索桥的结构分析有 Moisseiff-Lienhard<sup>(39)</sup> 的膜理论。它认为纵向联结系桁架具有水平横向弯曲刚度，由吊杆的倾斜拉力产生的水平分力分配于钢缆及加劲桁架。然后联立关于钢缆的水平位移以及加劲桁架的水平位移的弹性方程和钢缆的相容条件，并求其解。

首先假设由纵向联结系桁架传给钢缆的荷载的分配，根据迭代法求得真正的平衡状态，但是为了获得正确的解就要花很多的计算时间。

Selberg<sup>(41)</sup> 也根据膜理论用正弦级数表示吊杆的倾斜，为了满足钢缆与加劲桁架的水平挠度的弹性微分方程，提出了决定级数的未知系数的简易计算法。以两铰悬索桥的数值计算为例，到了第三项就与严密的解一致，其误差在1%以下。Topaloff<sup>(42)</sup> 对连续加劲梁的情况及具有斜拉缆的情况扩展了Selberg的解法。Waltking<sup>(43)</sup> 与Selberg同样地用有限三角级数表示吊杆的倾斜，假定适当的载荷分配，求得未知系数的第一近似值后，反复运算以求得连续加劲桁架的情况下真的荷载分配的解。福田武雄<sup>(44)</sup> 根据差分法对多跨悬索桥的情况求得了考虑由塔的弯曲所产生的挠度的解。

在基本设计中，多半根据在边跨上全部施加同样的风荷载的情况来决定截面。视跨长和跨度比而定这种加载状态在最后设计中也将起支配作用。Gursoy<sup>(45)</sup> 注意到这方面，对边跨全部施加风荷载的情况用有限三角级数表示钢缆的水平挠度，用Ritz法决定系数。并且对于（1）边跨中点的挠度，（2）边跨中点的弯矩，（3）边跨1/4点的弯矩，以及（4）主塔的反力，用相应于三个无因次参数的图解表达，便于实用设计应用。根据数值算例，与Moisseiff的理论解相比，加劲桁架最大弯矩的误差可在4%以内。

Erzen<sup>(46)</sup> 用差分式对于承受水平横向荷载的悬索桥，用多元联立方程表示加劲桁架的

挠度的弹性方程，提出它的直接解。因为它也可处理在跨度方向不规则分布的风荷载，所以是一种便利的解法。

Silverman<sup>(47)</sup>第一个给出利用无因次参数的实用解。

吉塚纯治<sup>(48)</sup>应用变形法，针对加劲梁和吊杆的任意形状，提出了考虑包括塔的弹性位移的具有通用性的矩阵解法。在这种方法中考虑钢缆及吊杆的轴向力的变化，一方面修正刚度矩阵，同时进行反复计算，然而轴向力的变化因为对结果几乎没有影响，所以没有必要计入。

关于受水平荷载的悬索桥的结构分析在6.3节将作详述。

### (3) 偏心荷载

将受偏心荷载的情况分开为扭转荷载与对称竖直荷载，再将各个荷载系统的应力及位移量叠加起来，在实用上可认为即已足够。但对扭转荷载仍照原样应用 Bleich 理论就不合理。

Sih<sup>(50)</sup>针对偏心荷载作用在具有刚性横向联结系的悬吊结构上的情况，考虑翘曲约束所产生的二次应力进行了分析。还有在 Hawranek-Steinhardt<sup>(52~53)</sup> 的书中针对偏心荷载的情况采用 Moppert<sup>(18)</sup> 影响函数，认为复合效应薄弱，就对弯曲及扭转进行了单独的分析。

严密地说，因为钢缆呈空间曲线状，加劲梁也从一开始就具有拱度，所以扭转也与水平位移成为复合的了。进一步在位移后的状态中，因为由外力的作用面对加劲梁的截面主轴的倾斜面产生的对截面各轴的旋转就形成具有弯矩的组成部分，所以位移组成部分不能相互间单独发生。由于扭转及水平位移使左右钢缆拉力发生了差异，两钢缆的水平位移也发生差异。岛田静雄<sup>(54)</sup>注意到以上各点，对于水平横向荷载与偏心竖直荷载同时施加的情况，推导出了考虑竖直挠度、水平位移及扭转的复合的基础方程，提出计算用的流程图，但未报告数值计算的结果。

Bleich<sup>(51)</sup>论述了悬索桥的扭转振动，但未做为静力强度计算的问题处理，所以用于静力分析时有充分研究之必要。

以上全部为针对设有刚性横向联结系，且吊杆结构的横截面没有变形的情况而论的。

如 George Washington 桥、Verrazano Narrows 桥及 Salazar 桥等长大悬索桥都是双层式，本州四国联络桥的公路铁路两用悬索桥也采用了双层式。由于不能侵入建筑限界，要组成任意构架形状的横联就有困难。对于在这种情况下在偏心竖直荷载或水平横向荷载作用下的应力及位移，小松和西村<sup>(49) (60~61)</sup> 进行了空间结构分析。

一般说来，快速简略计算法在基本设计中是便利的，关于这方面有 Steinman<sup>(55)</sup>，Hardisty-Wessman<sup>(56)</sup>，Pugsley<sup>(18)</sup>，Jennings<sup>(57)</sup>，Côté<sup>(58)</sup>，Enneper<sup>(59)</sup>，Bowen-Charlton<sup>(20)</sup> 等的研究。

## 6.2.2 挠 度 理 论

### (1) 基础方程及通用的解

因为关于对称竖直荷载的情况下典型的解法是根据古典膜理论的，所以现有的长大悬索桥的设计大部分采用这种理论。古典膜理论就是根据在 6.2.1 节中所述的假定，即使在应用电子计算机时代的今日，仍应承认其过去的功绩与明晰性，及其对基本设计之用处。

在关门桥以前所建造的悬索桥的架设方法中，加劲梁或加劲桁架在架设时，处于悬挂在吊杆上的阶段，上翼缘或上弦杆只用铰连接，下翼缘或下弦杆处在互不关联的状态。沿整个