六度带

高斯、克吕格坐标换带表

纬度 0°—55°

六度带编算小组编

测绘出版社

六 度 带

高斯、克吕格坐标换带表

纬度 0°—55°

六度带编算小组编

测绘出版社

本表包含6°带坐标换带表Ⅰ与换带简表Ⅱ，专供6°与6°带的控制点互相换算之用。表Ⅰ精度达1毫米，用于三角测量的精密计算，表Ⅱ精度1米，用于测图及其他低精度的计算。

本表附有使用方法和算例的说明，并对编算方法和误差分析等也作了简要叙述，关于本表详细的研讨，可参考编者所著“高斯、克吕格坐标的换带”一书。

六度带高斯、克吕格坐标换带表
纬度 0°—55
六度带编算小组编
（根据本社纸型重印）
*
测绘出版社出版（北京复外三里河）
北京印刷二厂印刷
新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售
*
开本 787×1092 1/16·印张 9 1/8·字数 263 千
1980年1月新一版·1980年1月第二次印刷
印数5,201—8,400册·定价1.20元
统一书号：15039·新22

6° 带 坐 标 换 带 表

目　　录

坐标换带表的说明

坐　标　换　带　表

6°带高斯、克吕格坐标换带表的说明

§1　坐标换带所依据的公式

坐标的换带，就是把一点在一投影带的坐标换算为相邻投影带的坐标；其法之一，就是利用换带表。这本换带表的编算，是依据作者所导出的公式，导出的方法：选定“补助点”M于分带子午线上，并采取已知点 P_1 的“对称点” P_2（对于椭球面上分带子午线而言），然后将有关“在投影平面上计算一点之坐标的方法与公式”（在此处M为已知点，P_2为所求点）加以归纳与演变，以得出直接的换带公式。

现在实用上“在高斯投影平面上计算坐标”所用方向改化数 δ 与距离改化因数 m 的算式，仅适用于百公里以内之边长；为使换带公式在最不利情况下达到1mm 的精度（按下式的 Δx 为50公里与 Δy、y_0 各为240公里估计），须另求更精密的 δ 与 m，得其式如下：

$$\left.\begin{aligned}
\delta &= \frac{\Delta x}{6R_0^2}\left(3y_0+\Delta y\right)+\frac{\eta^2 t}{6R_0^3}\Delta y\,(6y_0^2+4y_0\Delta y+\Delta y^2)-\frac{\eta^2 t}{3R_0^3}\Delta x^2\,(2y_0+\Delta y)\\
&\quad-\frac{\Delta x}{360R_0^4}\,(60y_0^3+90y_0^2\Delta y+45y_0\Delta y^2+7\Delta y^3)\\
m &= \frac{1}{6R_0^2}\,(3y_0^2+3y_0\Delta y+\Delta y^2)-\frac{\eta^2 t}{6R_0^3}\Delta x\,(6y_0^2+8y_0\Delta y+3\Delta y^2)\\
&\quad+\frac{1}{72R_0^4}\,(3y_0^4+6y_0^3\Delta y-3y_0\Delta y^3-\Delta y^4)+\frac{\Delta x^2}{24R_0^4}\,(y_0^2+y_0\Delta y)+\frac{\Delta x^2\Delta y^2}{90R_0^4}\\
\Delta x &= x-x_0,\qquad \Delta y=y-y_0,\qquad \eta=e'\cos B_0,\qquad t=\tan B_0
\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

式中：B_0、R_0、γ_0、（x_0，y_0）依次代表“起算点”（在此处为补助点 M）的纬度、平均曲率半径、平面子午线收敛角、纵横坐标，（x、y）为“他端点”（在此处为P_2或P_1）的纵横坐标，e 为旋转椭球体的第二偏心率。

由（1）式出发，按上述方法导出坐标换带的一般公式如下：

$$\left.\begin{aligned}
x_2 &= x_0-n\Delta x_1+m\Delta y_1-m_1(\Delta x_1^2-\Delta y_1^2)-2n_1\Delta x_1\Delta y_1-m_2\Delta y_1\,(3\Delta x_1^2-\Delta y_1^2)\\
&\quad+n_2\Delta x_1(\Delta x_1^2-3\Delta y_1^2)+m_3(\Delta x_1^4+\Delta y_1^4-6\Delta x_1^2\Delta y_1^2)+4n_3\Delta x_1\Delta y_1(\Delta x_1^2-\Delta y_1^2)\\
-y_2 &= y_0+m\Delta x_1+n\Delta y_1-n_1(\Delta x_1^2-\Delta y_1^2)+2m_1\Delta x_1\Delta y_1-n_2\Delta y_1(3\Delta x_1^2-\Delta y_1^2)\\
&\quad-m_2\Delta x_1(\Delta x_1^2-3\Delta y_1^2)+n_3(\Delta x_1^4+\Delta y_1^4-6\Delta x_1^2\Delta y_1^2)-4m_3\Delta x_1\Delta y_1(\Delta x_1^2-\Delta y_1^2)\\
\Delta x_1 &= x_1-x_0,\qquad \Delta y_1=y_1-y_0
\end{aligned}\right\}\quad(2)$$

式中：（x_1、y_1）、（x_2、y_2）依次为已知点 P_1 在原坐标带与相邻坐标带之坐标，而

$$\left.\begin{array}{ll}
m = -\sin 2\gamma_0 & n = -\cos 2\gamma_0 \\
m_1 = A\sin 3\gamma_0 & n_1 = A\cos 3\gamma_0 \\
m_2 = -C\cos 4\gamma_0 - D\sin 4\gamma_0 & n_2 = C\sin 4\gamma_0 - D\cos 4\gamma_0 \\
m_3 = \dfrac{5y_0}{8R_0^4}\sin 2\gamma_0 & n_3 = \dfrac{y_0}{12R_0^4} \\
\multicolumn{2}{l}{A = \cos\gamma_0\left\{\dfrac{y_0}{R_0^2} - \dfrac{2\eta^2 t}{R_0^2}y_0^2\tan\gamma_0 - \dfrac{y_0^3}{3R_0^4}\right\}} \\
\multicolumn{2}{l}{C = \dfrac{1}{6R_0^2}\sin 2\gamma_0 + \dfrac{4\eta^2 t}{3R_0^3}y_0\cos 2\gamma_0} \\
\multicolumn{2}{l}{D = \left(\dfrac{y_0}{R_0^2}\cos\gamma_0\right)^2}
\end{array}\right\} \tag{3}$$

为了验证（2）、（3）式之正确，作者曾将Hristow根据"复数表示的正形投影条件"所得之公式，加以与（2）、（3）等精度的扩充，得出（2）式中各系数为：

$$\left.\begin{array}{l}
m = -2t(l_0\cos B_0) - \dfrac{2}{3}t(1-2t^2+3\eta^2+2\eta^4)(l_0\cos B_0)^3 \\
\qquad -\dfrac{1}{15}t(4-22t^2+4t^4+30\eta^2-90\eta^2t^2)(l_0\cos B_0)^5 \\
n = -1+2t^2(l_0\cos B_0)^2+\dfrac{2}{3}(2t^2-t^4+6\eta^2t^2)(l_0\cos B_0)^4 \\
m_1 = \dfrac{3}{N_0}t(1+\eta^2)(l_0\cos B_0)^2+\dfrac{1}{2N_0}t(1-13t^2)(l_0\cos B_0)^4 \\
n_1 = \dfrac{1}{N_0}(1+\eta^2)(l_0\cos B_0)-\dfrac{1}{6N_0}(1+31t^2-2\eta^2+55\eta^2t^2)(l_0\cos B_0)^3 \\
m_2 = -\dfrac{1}{3N_0^2}t(1+5\eta^2)(l_0\cos B_0)-\dfrac{1}{9N_0^2}t(37-26t^2)(l_0\cos B_0)^3 \\
n_2 = -\dfrac{1}{3N_0^2}(3-4t^2+6\eta^2-20\eta^2t^2)(l_0\cos B_0)^2 \\
m_3 = \dfrac{5}{4N_0^3}t(l_0\cos B_0)^2 \\
n_3 = \dfrac{1}{12N_0^3}(1+6\eta^2-12\eta^2t^2)(l_0\cos B_0)
\end{array}\right\} \tag{3)$'$ (}$$

式中 l_0 为"补助点"的经差，$N_0 = R_0\sqrt{1+\eta^2}$ 为该点卯酉圈之曲率半径。应用 y_0、γ_0 之精密的"投影公式"，将（3）式化为（$l_0\cos B_0$）之函数，所得结果与（3）′式相较，仅 n_1 与 n_3 中之微项略有差异，其对于下面（4）式中 y_2 之最大影响（$\Delta y_1 = 240$km 时）约为0.5mm。计算"换带表"时，（3）′式远不如（3）式之简易。

（2）式适用于"补助点"选于分带子午线上的任意位置(即 x_0 可为任意值)。但为换算简便计,应选取一定的"补助点"，以使其 x_0 等于已知点 P_1 之 x_1,此时 $\Delta x_1 = 0$,于是由（2）式得实用公式如下：

$$\left.\begin{aligned}&x_2=x_1+(m+m_1\Delta y_1)\Delta y_1+\delta x=x_1+\{m+(m_1+m_2\Delta y_1)\Delta y_1\}\Delta y_1+\sigma x\\&\mp y_2=y_0+(n+n_1\Delta y_1)\Delta y_1+\delta y=y_0+\{n+(n_1+n_2\Delta y_1)\Delta y_1\}\Delta y_1+\sigma y\\&y_0\text{永为正值，}y_1\text{采用其在坐标系中应有之符号，}\\&\text{由}\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{西}}{\text{东}}\text{带换至}\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{东}}{\text{西}}\text{带时，采用}\mp y_2\text{、}\Delta y_1=\pm y_1-y_0\end{aligned}\right\}\quad(4)$$

$$\left.\begin{aligned}&\delta x=m_2\Delta y_1^3+m_3\Delta y_1^4 &\qquad \sigma x=m_3\Delta y_1^4\\&\delta y=n_2\Delta y_1^3+n_3\Delta y_1^4 &\qquad \sigma y=n_3\Delta y_1^4\end{aligned}\right\}\quad(5)$$

（4）式中包含 δ 之式应用较简，但若 Δy_1 大于60公里，且欲保持1mm 之精度时，则须应用其 σ 式。

有关本节所述之详情，可参看拙作“高斯、克吕格坐标的换带”。

§2　换带常数的计算

（3）与（5）式中之 y_0、m、n、m_1、n_1、m_2、n_2、δx、δy、σx、σy、命名为“换带常数”，可按一定间隔之整数 x_0 与分带子午线之经差 l_0 编算为表，这就成为“$(2l_0)°$带换带表”。这本“6°带换带表（表Ⅰ）”，即按 x_0 = 偶数公里与 $l_0=3°$ 编成。

兹述编算方法如下：——

（一）内插公式与内插表

“内插法”可减轻计算工作，故常采用。在“换带常数”的计算中，采用白塞尔内插法。在最后换带表（表Ⅰ）中制定 y_0 的内插表时，采用斯提林内插法。

设有表列函数 $f(t)$ 及其各次差如下表：

列　号	t	f(t)	一次差 Δ'	二次差 Δ''	三次差 Δ'''	…
…	…	…				
−2	$t-2\omega$	$f(t_0-2\omega)$				
			$\Delta'_{-3/2}$			
−1	$t_0-\omega$	$f(t_0-\omega)$		Δ''_{-1}		
			$\Delta'_{-1/2}$		$\Delta'''_{-1/2}$	
0	t_0	$f(t_0)$		Δ''_0		…
			$\Delta'_{1/2}$		$\Delta'''_{1/2}$	
1	$t_0+\omega$	$f(t_0+\omega)$		Δ''_1		
			$\Delta'_{3/2}$			
2	$t_0+2\omega$	$f(t_0+2\omega)$				
…	…	…				

斯提林式

$$\left.\begin{aligned}&f(t_0+h)=f(t_0)+n\Delta'_0+\frac{1}{2}n^2\Delta''_0+\cdots\\&n=\frac{h}{\omega},\quad \Delta'_0=\frac{1}{2}\left(\Delta'_{-1/2}+\Delta'_{1/2}\right)\end{aligned}\right\}\quad(6)$$

白塞尔式

$$\left.\begin{aligned}&f(t_0+h)=f(t_0)+n\Delta'_{1/2}+B_2(\Delta''_0+\Delta''_1)+\cdots\\&n=\frac{h}{\omega},\quad B_2=\frac{1}{4}n(n-1)\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

若二次差相等或其差Δ'''小于60，上两式可仅采用至二次差，此时两式形异而实同。

命 $$\delta=\frac{\Delta_0'}{\omega},\qquad \delta'=\frac{\Delta_0''}{\omega},\qquad d\delta=\frac{h}{2\omega}\delta' \tag{8}$$

（其中δ为每单位之"平均一次差"，δ'为每单位之"二次差"，亦等于相邻两δ之差。）则斯提林式变为下之形式：

$$f(t_0+h)=f(t_0)+h\{\delta+d\delta\} \tag{9}$$

按白塞尔式（至Δ''项）之反插式为

$$n=\frac{h}{\omega}=\{df+d(df)\}\div\Delta_{1/2}' \tag{10}$$

其中 $$\left.\begin{aligned}df&=f(t_0+h)-f(t_0)\\ d(df)&=-B_2(\Delta_0''+\Delta_1'')\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

在内插计算中，编制下述之"内插表"——"数域之函数"表，最利实用。编制之法：先"反解"函数$z=f(t)$为$t=\phi(z)$，使z等于拟定的某一"等差级数"z_1、z_2、$z_3\cdots$（如0.5、1.5、2.5…），求其相应之t_1、t_2、$t_3\cdots$，然后将各相邻两z之"中数"（如1、2、3…）列为下表：

$$\left.\begin{array}{llllll}t= & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & \cdots\\ z=f(t)= & \dfrac{z_1+z_2}{2} & \dfrac{z_2+z_3}{2} & \dfrac{z_3+z_4}{2} & & \cdots\end{array}\right\} \tag{12}$$

就得"t数域之函数f(t)"表。用此表内插时：看出已知t位于某两个表列t值之间后，可立即查得$z=f(t)$之值，其最大误差为等差级数之"半差"，而此误差(即半差)乃编制此表时所应事先拟定者。（8）、(11)式的$d\delta$、$d(df)$，皆可编成"数域之函数"表，编算本换带表时，曾多次用之。例如：若备有B_2表以查n，则由下式就可编成"df数域之函数d(df)"表：

$$B_2=-d(df)/(\Delta_0''+\Delta_1''),\qquad df=n\Delta_{1/2}' \tag{13}$$

在换带常数的直接计算中，其引数间隔（ω）之选择，均遵守下之原则：力求ω甚大，但以仅需要简单的二次差插算为限。

（二）B_0、y_0、γ_0、m、n的计算

y_0、γ_0以及求R_0、η^2t所需之B_0的决定，利用下述资料：

（1）编者的"纬度0°—30°的高斯、克吕格投影表"中的原始计算数值（较精密）。

（2）纬度30°—55°者：有关计算x之项，采用"苏联的投影表"；有关计算y、γ之各项，由另算得纬度每5′之精密值。

（3）纬度15°—55°的R_0，根据"苏联的大地位置计算表"；纬度0°—15°的R_0，按$R_0=\frac{c}{V^2}$算得，而V为编算（1）项投影表中已算得者。

上述投影表均以纬度B为引数，但本换带表拟以"补助点"（经差$l_0=3°$）的x_0（偶数公里）为引数，开始计算时，仅已知（x_0、l_0），而不知B_0。故用下法利用投影表：

首先根据前述（1）、（2）项投影表之精密值，按$l_0=3°$以及间隔5′的B算出x、

y、γ；然后根据（10）式，按偶公里数之 x_0 "反插"纬差所相应的"内插引数" n，且求 B_0；并用（7）式内插 y_0、γ_0，用（3）式计算 m、n。

此处所得与 x_0 相应的 B_0、y_0、γ_0，为以下其余换带常数的"起算数据"。

前述各投影表，均系采用克拉索夫斯基椭球体；因此，这本换带表，仅适用于以该椭球体为依据的高斯、克吕格坐标的换带。

（三）m_1、n_1 的计算

根据（3）式，按 x_0 每20公里直接计算 m_1、n_1，然后用（7）式内插 x_0 每 2 公里之相应值。

（四）m_2、n_2、m_3、n_3 的计算

根据（3）式，按 x_0 每40公里同时直接计算 m_2、n_2、m_3、n_3，然后用比例内插法（即仅用（7）式中之 $\Delta 1/2$ 项），插算 x_0 每 2 公里之 m_2、n_2，并插算 x_0 每百公里中央（50公里）之 m_3、n_3，以供计算 δ、σ 之用。

（五）σ_x、σ_y、δx、δy 的计算

将 σ、δ 编成"Δy_1 数域之函数表"，应用最便。反解（5）式之 Δy_1，得出编算此表之公式：

$$(\Delta y_1)_x = (10^{15} m_3)^{\frac{-1}{4}} \sigma x^{\frac{1}{4}},\quad (\Delta y_1)_y = (10^{15} n_3)^{\frac{-1}{4}} \sigma y^{\frac{1}{4}} \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned} (\Delta y_1)_x &= \left(10^4 m_2^{\frac{1}{3}}\right)^{-1} \delta x^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3} m_3 \left(10 m_2^{\frac{1}{3}}\right)^{-5} \delta x^{\frac{2}{3}} + \frac{m_3^2}{3(10^6 m_2^3)} \delta x \\ (\Delta y_1)_y &= \left(10^4 n_2^{\frac{1}{3}}\right)^{-1} \delta y^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3} n_3 \left(10 n_2^{\frac{1}{3}}\right)^{-5} \delta y^{\frac{2}{3}} + \frac{n_3^2}{3(10^6 n_2^3)} \delta y \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

上两式的 σ、δ 皆以（mm）为单位，Δy_1 以（km）为单位。此项"σ、δ"表，依 x_0 每百公里编一表，且按"σ、$\delta = 0.5$、1.5、$2.5\cdots$"编算而得。编算时，m_2、n_2、m_3、n_3 均采用 x_0 每百公里中央（50公里）之相应值。为保证换带计算之精度，用（15）式编算"δ 表"时，Δy_1 仅算至60公里，Δy_1 自此值起至120公里，则用(14)式编算"σ 表"。为简化上两式之计算，应先编好 $(0.5)^i$、$(1.5)^i$、$(2.5)^i\cdots$ 之表，其 $i = \frac{1}{4}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{2}{3}$。

（15）式为由"逐渐趋近法"解得的无穷级数之主要项，当 $\left(10^3 \frac{m_3}{m_2} \Delta y_1\right)$、$\left(10^3 \frac{n_3}{n_2} \Delta y_1\right)$ 大于 1 时，级数不收敛，此式不再适用。但其中 Δy_1 在其最大值 60 公里的情况下：$\left(10^3 \frac{m_3}{m_2} \Delta y_1\right)$ 均未超过0.0017；$\left(10^3 \frac{n_3}{n_2} \Delta y_1\right)$ 在 $x_0 = 4450$、4550 公里时急剧变到其最大值，但亦仅为0.59、0.66，此时 $\delta y = 0$。

（六）计算采用的小数位数

各"换带常数"的计算，完全使用计算机，除（14）、（15）式中各项因子外，均

未使用对数。对于最后换带表(表Ⅰ)所列之小数位数而言：求m、n之γ_0以及与δ、σ相应之Δy_1均多算一位，m_1、n_1、m_2、n_2均多算两位。至于y_0：因投影公式之精度不足且为避免（二）项中劳而无益之高次差内插，故仅算至与“列表位数”相同的米下四位小数；实则y_0列表至四位小数，并非在求第四位之完全正确，仅在于避免换带计算中内插y_0时发生过大的“凑整误差”，以免加倍影响于y_2，内插所得的y_0最后仍凑整至三位小数。

各“换带常数”之计算过程中所用之小数位数，均已力求其不影响上述“计算小数位数”之精度。

§3　换带表的编制与校核

（一）换带表中各项的说明

表Ⅰ中各换带常数的符号与单位，均已载于其数列的上方。各常数右旁之δm、δn、δm_1、δn_1，各为相应常数的“每公里一次差”，供“比例内插”之用。δy_0为y_0的“每公里的平均一次差”，各页并载“Δx数域之函数$d(\delta y_0)$”表，以供按下式（参见(9)式）进行内插之用：

$$\left.\begin{aligned} y_0\text{之内插值} &= y_0 + \Delta x\{\delta y_0 + d(\delta y_0)\} \\ \Delta x &= x_1 - x_0 \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

式中x_1为“换带点”的纵坐标，x_0为略小于x_1的“表列引数”。

“Δx数域之函数$d(\delta y_0)$”表，按下式（参见（8）式）编得：

$$\Delta x = \frac{4000}{(\delta y_1 - \delta y_0)} d(\delta y_0)\ \text{米} \tag{17}$$

其中δy_1、δy_0、d（δy_0）均以0.1（mm）为单位。δy_1、δy_0依次代表“内插间隔”下端与上端之δy_0。每页“d（δy_0）表”中表头上之数值，就是（$\delta y_1 - \delta y_0$）之值。

表列小数之位数，不宜偏多偏少；偏多则编表与内插均感困难，偏少则精度不够。权衡得失，决定列表小数位数如表Ⅰ。

（二）换带表之校核计算与统计

换带常数全系二人对算，编成表Ⅰ后又作最后校核；其法：除全部检算δy_0、δm、δn、δm_1、δn_1相邻项之差是否均匀外，又用下法：——

选取$l = 3^\circ.5$之各点，其纬度B为每度(0°—55°)之3′、20′、40′。据此(3°.5，B)以及(−2°.5，B)，用§2（二）项所述之投影表，算得各该点在本坐标带与邻带之坐标（x_1、y_1）与（x_2、y_2）。然后，根据本换带表（表Ⅰ），将（x_1、y_1）换算为邻带之坐标（x_2、y_2）。比较两法所得之（x_2、y_2）是否相差过大，相差超过3mm时，则依次将上述之“校核计算”以及有关的换带常数与投影表之计算，全部进行检查。若检查证其无误，则略变B之分数，按上法另作“校核计算”，以验（x_2、y_2）之相差。下表中为未经变更纬度的第一次“校核计算”之结果，各差异数均未超过3mm。

上述“校核计算”之法，又可同时收取“校核新编投影表”之利。兹将“校核计算”中两法所得（x_2、y_2）之差异情况统计如下表：

差异之厘数 (mm)	x_2 之差异情况		y_2 之差异情况	
	个数	百分数	个数	百分数
0	53	32.1	36	21.8
1	85	51.5	66	40.0
2	24	14.6	47	28.5
3	3	1.8	16	9.7
共计	165	100.0	165	100.0

应注意：上述差异数，包含投影与换带计算的两种误差在内。

（三）换带计算结果的误差分析

换带结果之误差的来源，分析如下：

（1）公式误差

根据推演换带公式（2）、（4）式时所保持的精度标准，在最不利情况下，换带公式的误差当在1mm以内。

（2）换带常数的计算误差

y_0、γ_0的误差中，包含其算式及其计算误差。在§2(二)款所述y_0、γ_0之直接计算中，由于采用投影表之精密值，其误差不超过0.16mm与0″.00016。就§2（二）款所述y_0、γ_0之内插计算而言，按纬度每5′间隔计算的y_0、γ_0，各算至0ᵐ.0001与0″.0001，其三次差已接近于零（以第四位小数为单位而言），内插时均已顾及其二次差，其所略而未计的高次差，不致影响第四位小数。总之：y_0之计算误差当不致超过0.2mm，γ_0之计算误差不致超过0″.0002，而由γ_0计算之m、n，自必能保证第八位小数之正确。

其他各常数的计算，对其所用之算式而言，均能保证足够之精度。

（3）换带结果中由换带表引起之误差

这种误差，包含下述两部份：

a. 列表误差—算得之常数列为表Ⅰ时，含有“凑整误差”，在最不利情况下，其所能引起换带公式中各项之最大误差略如下表：

x_2之各项最大误差（mm）			y_2之各项最大误差（mm）		
项目	用 δx 式	用 σx 式	项目	用 δy 式	用 σy 式
			$2y_0$	±0.10	±0.10
$m\Delta y_1$	±0.30	±0.60	$n\Delta y_1$	±0.30	±0.60
$m_1\Delta y_1^2$	±0.02	±0.07	$n_1\Delta y_1^2$	±0.02	±0.07
$m_2\Delta y_1^3$	——	±0.09	$n_2\Delta y_1^3$	——	±0.09
δx	±0.50	——	δy	±0.50	——
σx	——	±0.50	σy	——	±0.50
同符号之累积	±0.82	±1.26	同符号之累积	±0.92	±1.36

b. 内插误差一是由内插换带常数时所得增量的“凑整误差”以及使用内插表不符的误差所引起。在最不利情况下，其所能引起换带公式中各项之最大误差略如下表：

x_2 之各项最大误差 (mm)			y_2 之各项最大误差 (mm)		
项目	用 δx 式	用 σx 式	项目	用 δy 式	用 σy 式
			$2y_0$	±0.80	±0.80
$m\Delta y_1$	±0.30	±0.60	$n\Delta y_1$	±0.30	±0.60
$m_1\Delta y_1^2$	±0.02	±0.07	$n_1\Delta y_1^2$	±0.02	±0.07
$m_2\Delta y_1^3$	—	±0.09	$n_2\Delta y_1^3$	—	±0.09
δx	±0.78	—	δy	±0.26	—
σx	—	±0.02	σy	—	±0.02
同符号之累积	±1.10	±0.78	同符号之累积	±1.38	±1.58

应当注意：上两表中“同符号之累积”之数值，仅为就换带公式表面上看来所能出现之“最大误差”，并非表示实际换带结果中可能出现之值。就事实说：上表所载（δx、σx）与（δy、σy）之最大误差，分别出现于 x_0为 0 公里与6100 公里处（且在 Δy_1 达到最大值时），但 0 公里处之 m、m_1、m_2 以及在6100公里处之 n、n_1、n_2，均非同时发生同符号的最大误差；亦可确信：在 x_0之任一值处，亦决无“如此凑巧”之可能。

§4 换带简表的编制

为便利地图测绘所需以及其他精度要求不高之换带计算，另据表Ⅰ编成“换带简表”如表Ⅱ。用此表之换带公式如下：

$$\left.\begin{array}{l} x_2 = x_1 + m\Delta y_1 + \varepsilon x \qquad \mp y_2 = y_0 + n\Delta y_1 + \varepsilon y \\ y_0\text{永为正，}y_1\text{采用其在坐标系中应有之符号，} \\ \text{由}\frac{\text{西}}{\text{东}}\text{带换至}\frac{\text{东}}{\text{西}}\text{带时，采用}\mp y_2\text{、}\Delta y_1 = \pm y_1 - y_0 \end{array}\right\} \tag{18}$$

其中 $\varepsilon x = m_1\Delta y_1^2$，　$\varepsilon x = n_1\Delta y_1^2$ (19)

简表Ⅱ的 y_0、m、n 由表Ⅰ摘录，δy_0、δm、δn 各为 y_0、m、n 的“每公里一次差”。每页表中载有按（19）式编算的“εx 表”，其所需之 m_1、n_1 取自表Ⅰ：m_1 采用 x_0 每千公里中500公里之相应值，n_1采用间隔约为20×10^{-11} 的两个 n_1 之中数，而“εy 表”之表头上所载 x_0 的“界限值”（公里数），即为相应于这两个 n_1 者，每“界限值”下方之一行，仅适用于 x_1 在此“界限值”内者。

应用简表Ⅱ换带的结果，在最不利的情况下，其误差不超过 1 米。

§5 换带计算的示例与说明

（一）使用换带表 I

换带算式有两种：在 Δy_1 不超过表Ⅰ中“δ 表”之 Δy_1 的最大值（60公里，六度分带的重叠带内之任何点，其 Δy_1 均小于此值。）时，使用（4）式中包含 δ 之式，否则使用其包含 σ 之式。在实际换带计算的作业中：可用下例中的“格式”并用计算机进行；作业中应由两人对算；或由一人计算，而用“所得换带结果（x_2、y_2）反算

至原坐标带”的方法以校核之，此时（x_2、y_2）应作为（x_1、y_1）。

现列举（4）式中两种算式的换带及其反算之算列如下表，表中“x_1，y_1”栏之值，即为所欲换带之坐标值。

计算次序	计算项目	P 点	（反算校核）	Q 点	（反算校核）
1	x_1	1945 024.114	1943 254.254	1923 011.354	1926 685.567
16	$M\Delta y_1$	− 1 769.836	+ 1 769.836	+ 3 674.212	− 3 674.214
9	δx 或 σx	− 24	+ 24	+ 1	+ 1
17	x_2	1943 254.254	1945 024.114	1926 685.567	1923 011.354
8	$\Delta y_1 = \pm y_1 - y_0$	+ 56 011.101	− 55 986.425	−117 321.011	+117 429.528
2	y_1	+374 626.987	−262 657.436	+201 641.064	−436 334.085
3	y_0	318 615.886	318 643.861	318 962.075	318 904.557
15	$N\Delta y_1$	− 55 958.441	+ 55 983.116	+117 372.007	−117 263.496
10	δy 或 σy	− 9	+ 10	+ 3	+ 3
18	$\mp y_2$	+262 657.436	+374 626.987	+436 334.085	+201 641.064
4	$M \begin{cases} m \end{cases}$	−0.0316 1884	−0.0315 9100	−0.0312 7240	−0.0313 3025
14	$M_1\Delta v_1$	+ 2089	− 2087	− 4520	+ 4158
5	$N \begin{cases} n \end{cases}$	−0.9995 0000	−0.9995 0088	−0.9995 1090	−0.9995 0908
13	$N_1\Delta y_1$	+ 4 4017	− 4 4001	− 9 2377	+ 9 2297
6	$M_1 \begin{cases} m_1 \end{cases}$ 10^{-14}	+ 37 305	+ 37 276	+ 36 938	+ 37 000
12	$m_2\Delta y_1$	——	——	+ 1 591	− 1 595
7	$N_1 \begin{cases} n_1 \end{cases}$ 10^{-14}	+ 785 859	+ 785 931	+ 786 754	+ 786 606
11	$n_2\Delta y_1$	——	——	+ 631	− 631

现扼要说明计算方法如下：——

按“格式”中之“计算次序”进行时最为有利。

求出已知值 x_1 与表 I 中略小的 x_0 之差 Δx 后，将 Δx 置于计算机的“定数盘”上，分别乘以表 I 中相应的 $\{\delta y_0 + d(\delta y_0)\}$、$\delta m$、$\delta n$··等，加其积之代数值于各相应的常数中，则得格式中“3 至 7”栏中之内插值。$d(\delta y_0)$ 之值，以 Δx 为引数由“$d(\delta y_0)$ 表”查得，其符号与 δy_0 同，若 Δx 小于表中之 Δx 的最小值时，则 $d(\delta y_0)$ 为零。

求出格式中“8”栏中之 Δy_1 后，首先据以查表得出“9、10”栏之 δx、δy 或 σx、σy（查表时应注意 Δy_1、δ 之符号，σ 永为正值；若 Δy_1 小于表中之 Δy_1 的最小值时，则 δ、σ 为零。），然后，将此 Δy_1 置于计算机的“定数盘”上，依次计算“11至16”栏中各乘积。格式中所需之“加法”，见（4）式自明，其 M、N、M_1、N_1 各代数和，可用“心算”而不写出。

于此应说明“$\Delta y_1 = \pm y_1 - y_0$”与“$\mp y_2$”中符号的决定：在这本“6° 带换带表”的使用范围内（纬度55°，Δy_1 最大为120公里），换带点永常位于其所欲换算之两邻带的中央子午线之间，（$\pm y_1$）永为正值，而 y_2 与 y_1 之符号相反。在高纬度处，Δy_1 甚大之换带点，可能位于其所欲换算之两邻带的中央子午线之外，此时（$\pm y_1$）为负值，而 y_2 与

y_1之符号相同。以上两种情况中符号之决定，由（4）式中之规则可完全总括之。例如：第一例为“由西带换至东带”之情况，则 $\Delta y_1 = +y_1 - y_0 = +(+374626.987) - 318615.886 = +56011.101$，$-y_2 = +262657.436$，此 y_2 即为其“反算”中之 y_1。第一例之“反算”为“由东带换至西带”之情况，则 $\Delta y_1 = -y_1 = y_0 = -(-262657.436) - 318643.861 = -55986.425$，$+y_2 = +374626.987$。

(二) 使 用 换 带 简 表 Ⅱ

使用简表Ⅱ进行换带之例见下表(已知 x_1、y_1之值与前例同)，其算法可参考前例的说明，但有下列特点应予指出：

（1）二次差项$d(\delta y_0)$在此处视为 0 。

（2）以Δy_1查“εy 表”时，应注意“表头”上x_0的“界限值”，应按x_1在此“界限值”内之一行的Δy_1以查εy。如本例$x_1 = 1945.0$公里，应按“$x_0 = 1938 - 2382$公里”之一行查表，以$\Delta y_1 = 56.01$公里为引数查得$\varepsilon y = +24.5$米。

（3）εx、εy 永为正值 。

计算次序	计 算 项 目	P 点	(反算校核)
1	x_1	1945 024.1	1943 254.1
10	$m\Delta y_1$	− 1 771.0	+ 1 768.7
7	εx	+ 1.0	+ 1.0
11	x_2	1943 254.1	1945 023.8
6	$\Delta y_1 = \pm y_1 - y_0$	+ 56 011.4	− 55 986.9
2	y_1	+ 374 627.0	− 262 656.7
3	y_0	318 615.6	318 643.6
9	$n\Delta y_1$	− 55 983.4	+ 55 959.0
8	εy	+ 24.5	+ 24.5
12	$\mp y_2$	+ 262 656.7	+ 374 627.1
4	m 10^{-6}	− 31 619	− 31 591
5	n	− 999 500	− 999 501

上表算例及其反算中所得之 x_2、y_2，与(一)款之精密计算值相较，可见其最大差未超过0.7米。

（表 Ⅰ）

6° 带

高斯、克吕格坐标

换带表

X_0	y_0	δy_0	m	δm	n	δn
km	+ m	— m	— 10^{-8}	— 10^{-8}	— 10^{-8}	+ 10^{-8}
0	334 117.8591	0.0000	0 0000	1652.0	100000 000	0.0
2	117.8427	0165	0 3304	2.0	000	0.0
4	117.7930	0331	0 6608	2.5	000	0.0
6	117.7104	0496	0 9913	2.0	000	0.5
8	117.5947	0661	1 3217	1652.0	99999 999	0.0
10	334 117.4460	0.0826	1 6521	2.5	99999 999	0.5
2	117.2643	0991	1 9826	2.0	998	0.5
4	117.0495	1157	2 3130	2.5	997	0.0
6	116.8016	1322	2 6435	2.0	997	0.5
8	116.5208	1486	2 9739	1652.0	996	1.0
20	334 116.2070	0.1652	3 3043	2.0	99999 994	0.5
2	115.8600	1818	3 6347	2.0	993	0.5
4	115.4800	1982	3 9651	2.5	992	1.0
6	115.0670	2148	4 2956	2.0	990	0.5
8	114.6208	2314	4 6260	1652.0	989	0.5
30	334 114.1416	0.2478	4 9564	2.5	99999 988	1.0
2	113.6294	2643	5 2869	2.0	986	1.0
4	113.0843	2809	5 6173	2.0	984	1.0
6	112.5059	2974	5 9477	2.5	982	1.0
8	111.8946	3139	6 2782	1652.0	980	1.0
40	334 111.2503	0.3304	6 6086	2.0	99999 978	1.0
2	110.5731	3470	6 9390	2.0	976	1.0
4	109.8625	3635	7 2694	2.0	974	1.5
6	109.1191	3800	7 5998	2.0	971	1.0
8	108.3424	3965	7 9302	1652.0	969	1.5
50	334 107.5330	0.4130	8 2606	2.0	99999 966	1.5
2	106.6905	4295	8 5910	2.5	963	1.5
4	105.8149	4460	8 9215	2.5	960	1.0
6	104.9064	4626	9 2520	2.0	958	2.0
8	103.9646	4792	9 5824	1652.0	954	1.5
60	334 102.9898	0.4956	9 9128	2.0	99999 951	2.0
2	101.9820	5122	10 2432	2.0	947	1.5
4	100.9412	5287	0 5736	2.0	944	1.5
6	099.8672	5452	0 9040	2.0	941	2.0
8	098.7605	5617	1 2344	1652.0	937	2.0
70	334 097.6205	0.5783	11 5648	2.0	99999 933	2.0
2	096.4474	5948	1 8952	2.0	929	1.5
4	095.2414	6113	2 2256	2.5	926	2.0
6	094.0022	6278	2 5561	2.0	922	2.5
8	092.7302	6443	2 8865	1652.0	917	2.5
80	334 091.4249	0.6609	13 2169	2.0	99999 912	2.0
2	090.0867	6774	3 5473	2.0	908	2.0
4	088.7155	6939	3 8777	1.5	904	2.5
6	087.3111	7104	4 2080	2.0	899	2.5
8	085.8737	7269	4 5384	1652.0	894	2.5
90	334 084.4034	0.7434	14 8688	2.0	99999 889	2.0
2	082.9000	7600	5 1992	2.0	885	2.5
4	081.3635	7764	5 5296	2.0	880	3.0
6	079.7942	7930	5 8600	2.0	874	2.5
8	078.1917	8096	6 1904	1652.0	869	3.0
100	334 076.5560	0.8260	16 5208		99999 863	

164—166	
Δx (m)	d(δy_0)
24	
	2
73	
	4
121	
	6
170	
	8
218	
	10
267	
	12
315	
	14
364	
	16
412	
	18
461	
	20
509	
	22
558	
	24
606	
	26
655	
	28
703	
	30
752	
	32
800	
	34
848	
	36
897	
	38
945	
	40
994	
	42
1042	
	44
1091	
	46
1139	
	48
1188	
	50
1236	
	52
1285	
	54
1333	
	56
1382	
	58
1430	
	60
1479	
	62
1527	
	64
1576	
	66
1624	
	68
1673	
	70
1721	
	72
1770	
	74
1818	
	76
1867	
	78
1915	
	80
1964	
	82
2000	

X_0	m_1	δm_1	n_1	δn_1	m_2	n_2
km	$+\ 10^{-14}$	$+\ 10^{-14}$	$+\ 10^{-14}$	$-\ 10^{-14}$	$-\ 10^{-19}$	$-\ 10^{-19}$
0	0		826 064		0	684
		20		0		
2	41		064		1	4
		20		0		
4	82		064		3	4
		20		0		
6	123		064		4	4
		20		0		
8	164		064		6	4
		20		0		
10	205		826 063		7	684
		20		0		
2	246		063		9	4
		20		0		
4	287		062		10	4
		20		0		
6	328		062		2	4
		20		0		
8	368		061		3	4
		20		0		
20	409		826 060		14	684
		20		0		
2	450		059		6	4
		20		0		
4	491		058		7	4
		20		0		
6	532		057		9	4
		20		0		
8	573		056		20	4
		20		0		
30	614		826 055		22	684
		20		1		
2	655		053		3	4
		20		0		
4	696		052		5	4
		20		1		
6	737		050		6	4
		20		0		
8	778		049		7	4
		20		1		
40	819		826 047		29	684
		20		1		
2	860		045		30	4
		20		0		
4	901		044		2	4
		20		1		
6	942		042		3	4
		20		1		
8	983		040		5	4
		20		2		
50	024		826 037		36	684
		20		1		
2	064		035		8	4
		20		1		
4	105		033		9	4
		20		1		
6	146		031		40	3
		20		2		
8	187		028		2	3
		20		1		
60	1 228		826 026		43	683
		20		2		
2	269		023		5	3
		20		2		
4	310		020		6	3
		20		1		
6	351		018		8	3
		20		2		
8	392		015		9	3
		20		2		
70	1 433		826 012		51	683
		20		2		
2	474		009		2	3
		20		2		
4	515		005		3	3
		20		2		
6	556		002		5	3
		20		2		
8	597		825 999		6	3
		20		2		
80	1 638		825 996		58	683
		20		2		
2	678		992		9	3
		20		2		
4	719		988		61	3
		20		2		
6	760		985		2	3
		20		2		
8	801		981		4	3
		20		2		
90	1 842		825 977		65	683
		20		2		
2	883		973		6	3
		20		2		
4	924		969		8	3
		20		2		
6	965		965		9	3
		20		2		
8	2 006		961		71	3
		20		2		
100	2 047		825 957		72	683

Δy_1	δx
$\pm$ km	$\mp$ mm
51.8	
	1
60.0	

Δy_1	δy
+ km	− mm
19.4	
	1
28.1	
	2
33.3	
	3
37.2	
	4
40.5	
	5
43.3	
	6
45.8	
	7
48.1	
	8
50.1	
	9
52.0	
	10
53.8	
	11
55.5	
	12
57.0	
	13
58.5	
	14
59.9	
	15
60.0	

Δy_1	δy
− km	+ mm
19.4	
	1
27.9	
	2
33.1	
	3
37.0	
	4
40.2	
	5
43.0	
	6
45.5	
	7
47.7	
	8
49.7	
	9
51.6	
	10
53.3	
	11
55.0	
	12
56.5	
	13
58.0	
	14
59.3	
	15
60.0	

Δy_1	σx
km	mm
0.0	
	0
120.0	

Δy_1	σy
km	mm
73.6	
	1
96.8	
	2
110.0	
	3
119.7	
	4
120.0	