高等学校数学学习辅导教材

GAODENG XUEXIAO SHUXUE XUEXI FUDAO JIAOCAI

高等数学课程过关强化试卷

线性代数单元跟踪测试及期末冲刺★级试题

（理工技术类院校·高职高专）

高等数学教学研究组／组编

崔国生／编著

真正的一线教师力作

针对性强　信息超值

考点覆盖率 100%

考试成功率 100%

保你轻松过关得高分

ISBN 7-5611-2279-9

9 787561 122792 >

ISBN 7-5611-2279-9　定价：27.00元（本册9.00元）

大连理工大学出版社

责任编辑／刘　杰　封面设计／王福刚

高等数学课程过关强化试卷系列

- 高等数学（上）（理工类·重点院校）
- 高等数学（下）（理工类·重点院校）
- 高等数学（上）（理工类·普通院校）
- 高等数学（下）（理工类·普通院校）
- 线性代数（理工类·本科）
- 概率论与数理统计（理工类·本科）
- 微积分（上）（经管类）
- 微积分（下）（经管类）
- 高等数学（上）单元跟踪测试及期末冲刺★级试题（理工技术类院校·高职高专）
- 高等数学（下）单元跟踪测试及期末冲刺★级试题（理工技术类院校·高职高专）
- 线性代数单元跟踪测试及期末冲刺★级试题（理工技术类院校·高职高专）

高等学校数学学习辅导教材

高等数学课程过关强化试卷

线性代数单元跟踪测试及期末冲刺★级试题

（理工技术类院校·高职高专）

高等数学教学研究组　组编

崔国生　编著

大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

线性代数单元跟踪测试及期末冲刺★级试题(理工技术类院校·高职高专)/崔国生编著. —大连:大连理工大学出版社,2003.4
(高等数学课程过关强化试卷)
ISBN 7-5611-2279-9

Ⅰ.线…　Ⅱ.崔…　Ⅲ.线性代数—高等学校:技术院校—习题
Ⅳ.O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 018381 号

大连理工大学出版社出版
地址:大连市凌水河　邮政编码:116024
电话:0411-4708842　传真:0411-4701466　邮购:0411-4707961
E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn　URL:http://www.dutp.cn
大连理工印刷有限公司印刷　大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm　印张:6.25　字数:140 千字
印数:1~8 000
2003 年 4 月第 1 版　2003 年 4 月第 1 次印刷

责任编辑:刘　杰　责任校对:杜　娟
封面设计:王福刚

定　价:27.00 元(本册 9.00 元)

如何正确认识和准备大学考试

这里，我想和大家，尤其是大学一年级的同学们，简要谈谈我对考试的理解和认识，和大家共同研讨一下考试的功能，并藉此寻求我们对待考试所应采取的积极态度和科学方法。

一、考试的功能

一门课程结业后，为什么总要进行考试呢？这是由考试的功能决定的。

首先，考试具有评价功能。考试不仅可以检验学生的学习情况，而且能在一定程度上反映教师的教学情况。通过考试，人们可以了解哪些学生学得好，哪些教师教得好，从而对他们做出相对客观的评价。而对学生做出客观评价，是学校必须履行的一项职责。

其次，考试具有诊断功能。通过考试，学生可以发现自己学习中的不足之处，教师可以发现教学中的薄弱环节，从而有的放矢地改进教学工作；教育、教学主管部门也可以通过考试所反映出来的问题，对教学工作进行适时调控，有效履行管理责任。

除此以外，考试还具有导向功能，即通过考试，来引导和规范教学行为。事实上，在绝大多数情况下，是考试的性质和命题的范围而不是客观需要的程度，决定着教师的教学内容和学生的学习态度……

二、考试的意义及类型

正是由于考试具有评价、诊断和导向等多种功能，从而使其成为检查和提高教学质量的双重手段。考试不仅对于学校是必需的，对学生同样也是必需的。如果没有考试，恐怕多数学生无法做到及时、系

统地复习，甚至一些意志薄弱或学习基础较差的学生还会放松对自己的要求，这无疑会大大影响同学们的学习质量。对于基础较好的同学也同样如此。如果没有考试，就难以及时发现自己学习中的不足以及与他人的差距，长此以往，将难以保持学习的兴趣和优势。对于心理尚未完全成熟的大学生，某种程度上讲，考试才是学习的原动力。考试不是我们的敌人，而是与我们携手走向成功的朋友！同学们不应该厌恶和惧怕考试，而应该以积极的态度去面对它。

考试大体上可以分为标准参照性考试（如期末考试）和常模参考生考试（如升学考试）两大类。由于后者对升学、就业等有直接影响，容易受到同学们的重视；相对而言，对于学科期末考试等，多数人往往重视不够。而对大学生来讲，这一做法是极其错误的——因为大学教学普遍采取的是单科结业的教学模式，一门课程期末没有考好（虽然你可能学得很好），就很难再有证明你能力的机会了（即便有，也改变不了你这门课程的成绩）。而目前用人单位在选择毕业生时，又非常重视学生的学习成绩。因此，毕业生每门课程的考试成绩，都可能直接影响其在就业市场上的竞争力——这一点是许多学生在学期间没有意识到而毕业时追悔莫及的！

三、备考的方法

认真对待考试，就要做到平时认真学习，考前科学复习。大学的课程设置一般是按照所学专业将来从事职业所必须具备的知识、能力结构而建构的一个体系，同学们不能凭个人的兴趣去做取舍，而要严肃认真地对待每门课程考试，认真学习，积极复习，最大限度地掌握所学知识，因为这不仅是取得优异成绩的前提，更是建立合理的知识与能力结构的需要。

那么，做好哪些工作，才能在考试中立于不败之地呢？有效利用一切可以利用的时间，努力使所学知识融会贯通，这自不必说，但仅仅做到这一点是不够的，更何况这一点也不是每个人都能轻易做到的！现实当中，我们经常发现，平时学习水平相差无几的几个人，考试成绩却往往有很大差异；更令人不解的是，有些人平时并不怎么用功，而考试却能取得优异的成绩。上述情况发生的原因可能很多，但其中不可忽视的一点，便是备考的学问！有备而来和仓促上阵，效果当然不会一样。那么，该如何备考呢？

准确地讲，备考应贯穿于学习全过程。首先，在日常学习过程中，

应认真听讲，并做好学习笔记。要记录老师反复强调的重点知识和方法，力争做到及时消化理解。备考时，要下力气弄懂这些内容。对个别掌握不好的重点内容，要多做相关的典型题目，哪怕是模仿记忆也好，绝不能轻言放弃。实际上，当演练达到一定程度时，往往会产生顿悟！

第二，要做好阶段复习。一门课程的知识，一般都是渐进展开的，如果不及时复习，对所学知识理解不深、不透，往往会影响后面的学习。对于绝大多数同学来说仅凭考前集中复习，恐怕很难取得优异成绩。这里，我们编写了 4 套单元测试题目，供同学们阶段复习使用。在单元测试题中，我们编写了一些附加题，供学有余力和有兴趣的同学选做。这些题目虽有一定难度，但不超纲。完成这些题目对于加深对所学知识的理解很有好处，希望同学们能够大胆尝试。实在不能完成的，读懂答案也好，但不要急于看答案。

第三，考前要做一定数量的典型题目。同一知识点，可能有多种考核方式。如果考前能多接触一些典型题目，不仅可以拓宽知识面，提高熟练程度和解题速度，同时也能及时发现自己的薄弱环节，有针对性地进行复习。特别值得一提的是，大学考试的题型不像中学那么固定，学生因对题型不熟悉而吃亏的现象时有发生。如果考前能接触一定数量的典型题目，就可能最大程度地避免类似情况的发生，从而较好地发挥出自己的水平。

这里，我们为同学们编写了 3 个等级共 6 套期末试卷，其中☆☆☆级和☆☆☆☆级试卷的考试内容为行列式、矩阵、向量组和线性方程组，☆☆☆☆☆级试卷在此基础上，增加了相似矩阵与二次型。☆☆☆级试卷适合该课程教学时数 24 学时左右的学校使用，考核内容以行列式、矩阵为主，约占 65%，向量组和线性方程组部分约占 35%；☆☆☆☆级试卷适合教学时数 30 学时左右的学样使用，其难度比☆☆☆级试卷有所增加，考核内容行列式和矩阵部分约占 55%，而向量组和线性方程组部分增至 45%；☆☆☆☆☆级试卷适合教学时数 40 学时左右的学校使用，与前两个级别相比，不仅考核内容有所增加，部分试题的难度也略有提高，考核内容分配为：行列式和矩阵部分约占 45%，向量组和线性方程组部分约占 40%，相似矩阵与二次型部分约占 15%。

在编写本书过程中，我们研究并借鉴了省内外多家高职高专学校近年来的《线性代数》试卷（每套试卷中都有选自这些学校的期末考试题目）。同学们在备考时，应从易到难，循序渐进地完成所有试卷，不要有轻视或者惧怕心理。因为☆☆☆级试卷中，也有较难的题目，而☆☆☆☆☆级试卷中，也有基础性题目。特别地，我们是用 6 套试卷来覆盖《线性代数》典型题目和常用考题类型的，如果同学们只完成其中的部分内容，难免会丢掉有价值的东西。如果大家能够合理安排复习时间，及早复习，每天完成一套题目，应该是不困难的。如果你很好地完成了所有单元测试题和☆级试题，就一定能够从容地面对《线性代数》的各类考试，因为到那时，无论是题型还是题目，对你来说都不再会感到新鲜和陌生。

本书愿意做同学们学习和考试的朋友，帮助同学们学好《线性代数》并顺利通过相关考试。同时，我们也希望本书能够成为广大教师的助手，为您的教学工作特别是各类考试命题工作，起到一些参考和借鉴作用。

本书试题由崔国生编写，刘严、李颖主审；钱明辉、王炳达和王娜同志演算了所有题目。由于编者水平有限，书中一定存在许多不足乃至错误之处，诚望广大读者批评指正。

编　者

2003 年 3 月

班级________ 姓名________ 得分________

行列式单元测试题

（时间 110～120 分钟）

一、填空题(每小题 4 分,共 32 分)

1. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=$________；$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 10 \\ 1 & 2 & 7 \end{vmatrix}=$________。

2. $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}=a_1\begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix}+$________$\begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix}+a_3$________。

3. 形如$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$的行列式叫做________行列式,其值为________。

4. 行列式$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 5 \\ 4 & 6 & 7 \end{vmatrix}$的代数余子式 $A_{23}=$________。

5. 设 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$,若 $D_1=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$,则 D_1 叫做 D 的________行列式;若 $D=m$,则 $D_1=$________。

6. 若$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}=8$,则$\begin{vmatrix} a_1+2b_1 & a_2+2b_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}=$________。

7. $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}=$________。

8. 记齐次线性方程组$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=0 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=0 \\ \cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n=0 \end{cases}$的系数行列式为 D,则当 D________时,方程组只有零解。

二、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 若$\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}=0$,则 $a=$(　　)。

A. 0　　B. 1　　C. -2　　D. 1 或-2

2. 设$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}=5$,则$\begin{vmatrix} a_1+2a_3 & a_3 & a_2 \\ b_1+2b_3 & b_3 & b_2 \\ c_1+2c_3 & c_3 & c_2 \end{vmatrix}=$(　　)。

A. 5　　B. -5　　C. 10　　D. -10

3. 行列式 $D=0$ 的必要条件是(　　)。

A. D 有一行元素全为零

B. D 有两行(列)元素对应成比例

C. D 中至少有一行元素可用行列式的性质全化为零

D. D 中任意一行元素都可用行列式的性质全化为零

4. $\begin{vmatrix} x & y & y \\ y & x & y \\ y & y & x \end{vmatrix}=$(　　)。

A. $(x+2y)(x-y)^2$　　B. $(x+2y)(x+y)^2$

C. $(x-y)(x+y)^2$　　D. $(x-y)^3$

5. 设 A_{ij}为 n 阶行列式 D 的元素 a_{ij}的代数余子式,则 $\sum_{k=1}^{n}a_{ik}A_{jk}$(　　)。

A. 必为零　　B. 必等于 D

C. 当 $i=j$ 时,等于 D　　D. 可能等于任何值

三、(6 分)

求行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix}$的值。

四、(10 分)

证明$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}=(a-b)(b-c)(c-a)$。

五、(10 分)

计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$。

六、(10 分)

求 n 阶行列式 D_n 的值，其中 $D_n=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \cdots & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & n \end{vmatrix}$。

七、(12 分)

用克莱姆法则解方程组$\begin{cases} x+3y-2z=0 \\ 3x-2y+z=7 \\ 2x+y+3z=7 \end{cases}$。

八、附加题(10分)

解方程$\begin{vmatrix} a_1+x & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_1 & a_2+x & a_3 & a_4 \\ a_1 & a_2 & a_3+x & a_4 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4+x \end{vmatrix}=0$。

班级______ 姓名______ 得分______

矩阵单元测试题

（时间 110～120 分钟）

一、填空题（1～4 小题每题 3 分，5～8 题每题 4 分，共 28 分）

1. 矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&5\\2&1\\3&0\end{pmatrix}$ 是______阶矩阵，它的转置矩阵 $A^{T}=$______。

2. 若 $A=\begin{pmatrix}a+b&4\\5&a-c\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}3&4\\2b+c&-1\end{pmatrix}$，且 $A=B$，则 $a=$______，$b=$______，$c=$______。

3. 矩阵 $\begin{pmatrix}\lambda_1&0&\cdots&0\\0&\lambda_2&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\0&0&\cdots&\lambda_n\end{pmatrix}$ 叫做______方阵；特别地，当 $\lambda_1=\lambda_2=\cdots=\lambda_n=1$ 时，该矩阵叫做______矩阵。

4. 若矩阵运算 $AB+C$ 有意义，则 $(AB+C)^{T}=$______。

5. 若 $A=\begin{pmatrix}3&1&1\\0&2&4\\0&0&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&0&-1\\2&1&1\\3&1&0\end{pmatrix}$，则 $|A|=$______，$|AB|=$______。

6. 设矩阵 $A=(a_{ij})$ 为 n 阶方阵，当 $a_{ij}=a_{ji}(i,j=1,2,\cdots,n)$ 时，称 A 为______矩阵；当 $a_{ij}=-a_{ji}(i\neq j;i,j=1,2,\cdots,n)$ 时，称 A 为______矩阵。

7. 设 A 为 n 阶方阵，若存在同阶方阵 B，使 $AB=BA=$______，则称 B 为 A 的逆矩阵，记作 $B=A^{-1}$，此时称 A 可逆；若用 A^{*} 表示 A 的伴随矩阵，则 $AA^{*}=$______。

8. 若矩阵 A 经过有限次初等变换变成矩阵 B，则称矩阵 A 与矩阵 B ______；单位矩阵经过一次初等变换得到的矩阵叫做______矩阵。

二、单项选择题（每小题 4 分，共 24 分）

1. 若 A,B 均为 n 阶方阵，则必有（　）。

A. $|A+B|=|A|+|B|$　　B. $AB=BA$

C. $|AB|=|BA|$　　D. $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

2. 设 A,B 均为 n 阶方阵，且 $AB=O$，则必有（　）。

A. $A=O$　　B. $B=O$　　C. $A=B=O$　　D. $|A|=0$ 或 $|B|=0$

3. 如果 $A=\begin{pmatrix}2&4\\5&7\end{pmatrix}$，则 A 的伴随矩阵 $A^{*}=$（　）。

A. $\begin{pmatrix}7&-4\\-5&2\end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix}7&4\\5&2\end{pmatrix}$　　C. $\begin{pmatrix}-2&5\\4&-7\end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix}2&5\\4&7\end{pmatrix}$

4. 矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&2&1\\0&1&-1&1\\1&1&1&2\\0&0&0&0\end{pmatrix}$ 的秩为（　）。

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5. 若 $A=\begin{pmatrix}a_1&a_2&a_3&a_4\\b_1&b_2&b_3&b_4\\c_1&c_2&c_3&c_4\end{pmatrix}$，则 $R(A)$ 不可能等于（　）。

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6. 设 A,B 为同阶可逆方阵，运算（　）正确。

A. $(AB)^2=A^2B^2$　　B. $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$

C. $B^2-A^2=(B+A)(B-A)$　　D. $(|A|B)^{-1}=|A|B^{-1}$

三、解答题（每小题 8 分，共 32 分）

1. 已知 $A=\begin{pmatrix}4&1&1\\6&5&7\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2&1&0\\4&3&3\end{pmatrix}$，求 $2A-2B$。

2. 已知 $A=\begin{pmatrix}\lambda&1&0\\0&\lambda&1\\0&0&\lambda\end{pmatrix}$，求 $A+A^{T}$，A^2。

3. 求矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}$ 的逆矩阵。

4. 求矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵。

四、(10 分)

解矩阵方程 $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$。

五、(6 分)

若 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C}$ 为同阶可逆方阵，求证 $\boldsymbol{ABC}$ 可逆，且 $(\boldsymbol{ABC})^{-1}=\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{A}^{-1}$。

六、附加题(10 分)

某电子公司生产 T_1,T_2 两种型号的计算器。每台计算器由 4 种配件构成:P_1(芯片)、P_2(晶体管)、P_3(电阻)、P_4(机身);而生产这些配件需 4 种原料:Q_1(铜)、Q_2(锌)、Q_3(塑料)、Q_4(玻璃)。已知生产 1 件 $T_i(i=1,2)$型计算器所需各种配件的数量如下表:

	P_1	P_2	P_3	P_4
T_1	4	8	10	1
T_2	3	7	8	1

(1)若记 p_{ij}=生产 1 台 T_j 所需 P_i 的数量,试写出矩阵 $\boldsymbol{P}=(p_{ij})$;

(2)若记 q_{ij}=生产 1 件 P_j 所需 Q_i 的数量,$\boldsymbol{Q}=(q_{ij})$,试写出矩阵 $\boldsymbol{T}=\boldsymbol{QP}$ 的元素 t_{11}的表达式,并解释它的含义。

班级__________ 姓名__________ 得分__________

向量组、线性方程组单元测试题

（时间 110～120 分钟）

一、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 设 $\alpha=(1,2,3)$，$\beta=(2,1,4)$，则 $\beta-2\alpha=$__________。

2. 若存在一组实数 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_m$，使 $\beta=\lambda_1\alpha_1+\lambda_2\alpha_2+\cdots+\lambda_m\alpha_m$，则称 β 是 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 的__________。

3. 若 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性相关，则其中至少有一个向量能由其他向量__________。

4. 若向量组 T 是向量组 A 的一个线性无关组，且 A 中任何一个向量均能由 T 线性表示，则 T 是 A 的一个__________。

5. 若齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 有 n 个未知数，且系数矩阵的秩 $R(\boldsymbol{A})=r<n$，则其基础解系含有________个解向量。

6. 若向量组 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_r$ 与 $\zeta_1,\zeta_2,\cdots,\zeta_r$ 分别为齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的一个基础解系，则 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_r$ 与 $\zeta_1,\zeta_2,\cdots,\zeta_r$__________。

7. 设 η_1,η_2 均为非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的解向量，则 $\eta_1-\eta_2$ 是________的解向量。

8. 当 n 元非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩 $R(\boldsymbol{A})$______ n 时，方程组有唯一解。

二、判断题（每小题 3 分，共 24 分）

（在你认为正确的题目后面的括号内打√；在你认为错误的题目后面的括号内打×）

1. 所有的零向量都相等。（ ）

2. 如果存在一组不全为零的数 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_m$，使 $\lambda_1\alpha+\lambda_2\alpha_2+\cdots+\lambda_m\alpha_m\neq\boldsymbol{0}$ 成立，则 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 线性无关。（ ）

3. 如果 n 维列向量组 $A:\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性无关，则 A 的秩为 s。（ ）

4. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m,\alpha_{m+1}$ 是同维列向量，若 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 线性相关，则 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m,\alpha_{m+1}$ 也线性相关。（ ）

5. 若向量组 A 与向量组 B 等价，则它们所含向量的个数相等。（ ）

6. 向量组的秩等于以这组向量为列构成的矩阵的秩。（ ）

7. 若 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_r$ 均为齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的解向量，且线性无关，则 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_r$ 必为 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的一个基础解系。（ ）

8. 非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有解的充分必要条件是其系数矩阵的秩与增广矩阵的秩相等。（ ）

三、（8 分）

若 $\alpha=(4,5,-5,3)$，$\beta=(4,1,-1,1)$，$\gamma=(5,2,1,8)$，且 $3(\tau-\alpha)+5(\tau-\beta)=2(\tau+\gamma)$，求 τ。

四、（8 分）

判断向量组 $\alpha_1=(1,1,0)$，$\alpha_2=(0,2,1)$，$\alpha_3=(2,4,1)$ 的线性相关性。

五、（9 分）

求向量组 $\alpha_1=(1,5,0,8)$，$\alpha_2=(4,3,1,-2)$，$\alpha_3=(-2,-10,0,-16)$，$\alpha_4=(5,8,1,6)$ 的秩和一个最大无关组。

六、(12 分)

求方程组$\begin{cases}x_1-x_2-x_3+x_4=0\\2x_1+2x_2-4x_3+x_4=0\\4x_1-6x_3+3x_4=0\end{cases}$的一个基础解系。

七、(15 分)

当λ取何值时，非齐次线性方程组$\begin{cases}x_1-2x_2+x_3=1\\2x_1+x_2-x_3=\lambda\\4x_1-3x_2+x_3=\lambda^2\end{cases}$ 有解？求方程组此时的通解。

八、附加题(10 分)

若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$ 线性无关，而向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_r,\beta$ 线性相关，试证明 β 可由 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$ 线性表示，且表示方法唯一。

班级________ 姓名________ 得分________

相似矩阵及二次型单元测试题

（时间 110～120 分钟）

一、填空题（每小题 4 分，共 24 分）

1. 对于 n 阶方阵 $\boldsymbol{A}$，若存在常数 λ 及非零向量 $\boldsymbol{x}$，使 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\lambda\boldsymbol{x}$，则称 λ 为 $\boldsymbol{A}$ 的一个________，称 $\boldsymbol{x}$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的属于 λ 的一个________。

2. 如果 n 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 与对角阵 $\Lambda=\begin{pmatrix}\lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \lambda_3\end{pmatrix}$ 相似，则 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ 就是 $\boldsymbol{A}$ 的________，且 $|\boldsymbol{A}|=$________。

3. 设 $\alpha=(x_1,x_2,x_3)$，$\beta=(y_1,y_2,y_3)$，则向量 α 与 β 的内积 $(\alpha,\beta)=$________；若 $(\alpha,\beta)=0$，则称 α 与 β________。

4. 如果 n 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}=\boldsymbol{E}$，则称 $\boldsymbol{A}$ 为________矩阵；此时 $\boldsymbol{A}$ 的任意两个行（列）向量都________。

5. 设二次型 f 的矩阵表示为 $f=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$，则 $\boldsymbol{A}$ 必是________矩阵；若对任意的 $\boldsymbol{x}\neq\boldsymbol{0}$，$f$ 的值都大于零，则称 f 为________二次型。

6. 设 $\boldsymbol{A}$ 是二次型 $f=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ 的矩阵，且有正交矩阵 $\boldsymbol{P}$ 使 $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}1 & & \\ & 2 & \\ & & 3\end{pmatrix}$。若作变换 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{y}$，其中 $\boldsymbol{y}=(y_1,y_2,y_3)^{\mathrm{T}}$，则二次型 $f=$________。

二、解答题（每小题 6 分，共 12 分）

1. 写出二次型 $f=x_1^2+2x_1x_2-x_2^2+6x_2x_3+2x_3x_4+4x_4^2$ 的矩阵 $\boldsymbol{A}$。

2. 写出矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -2\\ 0 & -2 & 3\end{pmatrix}$ 所对应的二次型。

三、（12 分）

求矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 5 & -1\end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量。

四、（8 分）

试证明二次型 $f=x_1^2+4x_1x_2-4x_1x_3+6x_2^2-8x_2x_3+5x_3^2$ 是正定二次型。

五、(14 分)

用施密特正交化方法将向量组 $\alpha_1=(1,2,-1)^T,\alpha_2=(-1,3,1)^T,\alpha_3=(1,0,1)^T$ 标准正交化。

六、(15 分)

用配方法化二次型 $f=x_1^2+2x_1x_2+2x_2^2+4x_2x_3+x_3^2$ 为标准形，并写出所用的线性变换。

七、(15 分)

设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2 & 0 & -2\\ 0 & 4 & 0\\ -2 & 0 & 5\end{pmatrix}$，求一个正交矩阵 $\boldsymbol{P}$，使 $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}$ 为对角矩阵。

八、附加题(10 分)

证明:不含零向量的正交向量组一定线性无关。

班级______ 姓名______ 得分______

线性代数☆☆☆试题（Ⅰ）

（时间 110～120 分钟）

一、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 设 $D=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$，则 $D_1=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ 叫做 D 的______行列式。

2. 若 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 7 & 7 & 10 \end{pmatrix}$，则 $2\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}=$______。

3. n 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 可逆的充分必要条件是______$\neq 0$。

4. 矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ 的秩为______。

5. 若当且仅当 $k_1=k_2=\cdots=k_r=0$ 时，$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_r\alpha_r=\mathbf{0}$ 成立，则 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$ 线性______关。

6. 若 n 元齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\mathbf{0}$ 有非零解，则 $R(\boldsymbol{A})$______n。

二、判断题（每小题 3 分，共 18 分）

（在你认为正确的题目后面的括号内打√；在你认为错误的题目后面的括号内打×）

1. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & \lambda_1 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ \lambda_3 & 0 & 0 \end{vmatrix}=\lambda_1\lambda_2\lambda_3$。（ ）

2. 若 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}=8$，则 $\begin{vmatrix} a_2 & a_3 & a_1 \\ b_2 & b_3 & b_1 \\ c_2 & c_3 & c_1 \end{vmatrix}=8$。（ ）

3. 若 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均为 n 阶方阵，则 $|\boldsymbol{AB}|=|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|$。（ ）

4. 设 $\boldsymbol{A}^*$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵，若 $\boldsymbol{A}$ 可逆，则 $\boldsymbol{A}^*$ 可逆。（ ）

5. 若矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩为 3，则 $\boldsymbol{A}$ 的 3 阶子式不能为零。（ ）

6. 若 ξ_1,ξ_2 是齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\mathbf{0}$ 的基础解系，则 $\xi_1,\xi_1+\xi_2$ 也是 $\boldsymbol{Ax}=\mathbf{0}$ 的基础解系。（ ）

三、单项选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 若 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=5$，则 $\begin{vmatrix} a_{12} & 2a_{11}+a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & 2a_{21}+a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & 2a_{31}+a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=$（ ）。

A. 5　　B. -5　　C. 10　　D. -10

2. 若 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶方阵，且 $|\boldsymbol{A}|=1$，则 $|-2\boldsymbol{A}|=$（ ）。

A. -2　　B. 2　　C. -8　　D. 8

3. 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均为 n 阶可逆方阵，下列论断错误的是（ ）。

A. $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 可逆　　B. $\boldsymbol{B}^{-1}$ 可逆

C. $(\boldsymbol{AB})^{-1}=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}^{-1}$　　D. $(\boldsymbol{AB})^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$

4. 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C}$ 均为 n 阶方阵，且 $\boldsymbol{ABC}=\boldsymbol{E}$，则必有（ ）。

A. $\boldsymbol{CBA}=\boldsymbol{E}$　　B. $\boldsymbol{BCA}=\boldsymbol{E}$　　C. $\boldsymbol{BAC}=\boldsymbol{E}$　　D. $\boldsymbol{ACB}=\boldsymbol{E}$

5. 设向量组 $A:\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 的秩为 $r(r<m)$，则（ ）。

A. A 中至少有 r 个向量线性无关

B. A 中必有 r 个向量线性无关

C. A 中任意 r 个向量线性无关

D. A 中任一向量都能由其余 r 个向量线性表示

6. 如果 n 元非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩小于 n，则（ ）。

A. 方程组有无穷多解　　B. 方程组有唯一解

C. 方程组无解　　D. 不能断定方程组解的情况

四、解答题（每小题 8 分，共 24 分）

1. 求行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 4 & -4 \\ 1 & -3 & 1 \\ 5 & 7 & -2 \end{vmatrix}$ 的值。

2. 求行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ 的值。

3. 求矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵。

五、(10 分)

求向量组 $\alpha_1=(1,-1,2)$，$\alpha_2=(1,2,5)$，$\alpha_3=(0,1,1)$，$\alpha_4=(2,1,7)$ 的秩和一个最大无关组。

六、(12 分)

求解齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+2x_3-x_4=0 \\ 2x_1+x_2-x_3+x_4=0 \\ 4x_1+x_2+3x_3-x_4=0 \end{cases}$ 。