

中小学教师基本功丛书

中学数学教师 教学基本功讲座

SHUXUE

JIAO XUE JI BEN GONG JIANG ZUO

李建才 主编

北京师范学院出版社

中小学教师基本功丛书

· 新兴教师 ·

教学基本功讲座

李建才 主编

北京师范学院出版社

内 容 简 介

本书全面阐述了中学数学教师应具备的各项教学基本功，是优秀教师成功经验的总结。全书的突出特点是实用性和可操作性，对中学数学教师改进教学，提高教学艺术水平有雪中送炭的作用。可供中学数学教师及各类师范院校数学学科的学生使用、参考。

中学数学教师 教学基本功讲座

李建才 主编

北京师范学院出版社出版发行

(北京阜成门外花园村)

全国新华书店经销

国防工业出版社印刷厂印刷

开本：787×1092 1/32 印张：13.25 字数：270千

1991年12月北京第一版 1991年12月北京第一次印刷

印数：00,001—21,000 册

ISBN 7-81014-567-3/G·462

定价：5.30 元

序 言

在 1991 年第七届教师节即将来临之际,北京师范学院出版社为中小学教育服务,组织编写了这套《中小学教师基本功丛书》,奉献给教学第一线的广大教师们,目的在于总结经验、交流成果,促进教学改革,提高教学水平。

教学是科学,也是一门艺术。教学既有系统的基础理论,又有其具体特点与规律,还有体现这些特点与规律的技能、技巧。探讨教学规律以及体现这些特点与规律的技能、技巧,就是教学艺术。

掌握教学艺术,教师就要有功底——基本功,对于中学数学教师来说,数学教学的基本功是多方面的,总体上可以从备课、教课、开展课外活动及教学研究三个方面考虑,具体地说,其基本功法应体现在:对教学大纲、教材的理解掌握与贯彻上;对教学过程的认识把握和设计上;对教学方法的领会熟悉和活用上;对学生的了解启导和培养上以及对教师工作的专心酷爱和追求上。

基于以上认识,我们以数学教学过程的主要环节为线索,确定了一批选题,邀约了八个省、市、自治区廿多位有较丰富实践经验的中学教师、教研员及部分高师院校专门从事学科教育的同志,分工撰写了各讲。在撰稿中,我们强调每一种基本功法的“为什么、怎么做、注意什么”,强调在撰写中要突出“实用”和“可操作”的特点,强调密切配合和兼顾初、高中的教学实际,广泛吸取成功经验,采百家之

长，力争内容充实，实惠于全国中学数学教师，有助于教师开拓思路，提高教学艺术水平和教学质量。

本书所列举的基本功法只是数学教学中的主要方面，并不完备，也不追求完备。实际上，广大的数学教育工作者，长期实践的丰富经验还有大量的没有收集进来，我们只是抛砖引玉，只是一次尝试，但愿能引起关注，相信能在实践中会有更多的宝贵经验充实、完善这一课题。

我们完全相信在基础数学教育的百花园中，她会茁壮成长，叶茂花香，为中学数学教育的春天增光添彩，为中华民族文化素养的田园奉献一份爱意。

在组稿的过程中，得到了上海市教育局教学研究室张福生同志、江苏省教委教研室万庆炎同志、河南省教委教研室陈守义同志、吉林省教育学院李浩明同志、福建省教委普教教研室林铭荪同志、北京海淀区教师进修学校赵大梯同志、内蒙古民族师院数学系葛双宝同志、河北廊坊师专叶培钧同志的大力支持，他们在百忙中不但分担了组稿任务，而且有的同志还亲自参加了写作，有的同志审阅、修改了所约稿件，这给本书的顺利完成增加了不少力量，也使本书的内容得到充实。在此，特表诚挚的谢意。

还应该说明，在编撰全书的过程中，根据全书的宗旨和要求，对每篇都做了一些删改和增写，这些内容若有不当之处，由主编负责，并请各位编者原谅。同时，各篇中都不同程度地参阅选用了一些国内外有关数学教育的文章、改革成果，这里就不一一列举了，在此，对这些文章、成果的作者也表示感谢。

编者

1991年3月于北京师院

目 录

如何在数学教学中进行思想教育·····	李浩明 孙涤寰(1)
如何培养和激发学生学习数学的兴趣·····	李宪增(16)
如何钻研教材、分析教材·····	汤希龙(30)
如何在教学中联系实际·····	国赫孚(47)
如何选择和运用教学方法·····	叶培钧(64)
如何进行结构教学·····	韩明武(84)
如何进行数学概念的教学·····	万庆炎(105)
如何进行数学命题的教学·····	骆传枢(128)
如何进行数学解题教学·····	葛双宝(150)
如何培养学生的运算能力·····	魏和清(183)
如何培养学生的逻辑思维能力·····	褚淑华(203)
如何培养学生的空间想象能力·····	郭佩玉(219)
如何编写教学方案·····	葛 军(241)
如何使用模型、图表进行教学·····	袁缙芹(258)
如何在课堂教学中设问、启导·····	林铭荪 王 永(280)
如何编选数学练习题·····	戴隆四(299)
如何进行板书·····	沈宗华(314)
如何进行复习课·····	潘福田 何 平(331)
如何批改学生作业·····	林铭荪 吴大梁(352)
如何指导学生阅读教材·····	滕永康(371)
如何指导学生撰写数学小论文·····	李世廷(386)
如何开展数学课外活动·····	周沛耕(408)

如何在数学教学中进行思想教育

吉林省教育学院 李浩明 孙涤寰

党和国家一贯强调学校要把德育放在一切工作的首位，将思想品德教育深入到各学科教学领域。因此，中学数学教学也要从学生的实际和学科特点出发，恰当地结合教学内容对学生进行思想教育。

一、结合数学教学进行思想教育的意义

教育是有目的、有计划地培养人的事业。在中学数学教学中对学生进行思想教育，从根本上说是实现社会主义教育任务、培养造就共产主义事业接班人的需要。现在的中学生是我国现实社会的成员，也是未来的成员。他们在中学阶段，思想品德的发展方向和水平如何，不仅关系到自身能否在德、智、体、美、劳诸方面的全面发展，能否适应现实社会各方面的要求，而且更重要的是，关系到他们在本世纪末和21世纪中叶，能否成长为有理想、有道德、有文化、有纪律的社会主义公民，成长为具有献身精神和创造精神的社会主义现代化建设人才，成长为社会主义和共产主义事业的可靠接班人的大问题。

在中学数学教学中对学生进行思想教育，是历史赋予我

们数学教师的任务。在现在以及今后一个相当长的历史时期内，我国和世界上仍然存在着社会主义和资本主义两种社会制度、两种思想体系；我国在全面改革、对外开放、商品经济的发展的同时，国内外资本主义的生活方式和封建主义的腐朽没落思想也在通过各种渠道、各种形式影响和侵蚀着青年学生。因此，在当前更有必要加强对学生的思想教育，以抵制资本主义和封建主义腐朽思想的影响，振奋民族精神，自觉维护祖国的荣誉和尊严，坚信只有社会主义能够振兴中华。

在中学数学教学中对学生进行思想教育，是提高整个中华民族文化教养的需要。中学数学是当代任何一个文化发达民族在文化教养方面所必须具备的知识。我国中学数学水平的高低，是中华民族文化教养高低的一个重要标志。要使我们中华民族以高度的精神文明屹立于世界民族之林，我们必须努力提高中学数学教学水平。通过思想教育使学生认识到学好数学，就是为提高全民族的文化教养做出贡献，是爱国的具体表现。

在中学数学教学中对学生进行思想教育是《中学数学教学大纲》的要求。《大纲》明确规定，通过数学教学向学生进行思想教育，培养学生的爱国主义思想和辩证唯物主义观点。可见，在中学数学中进行思想教育，不是附加给数学教学的可有可无的任务，而是在数学知识教学的同时必须完成的一个重要任务。

在中学数学教学中对学生进行思想教育不仅是必要的，而且是完全可能的。因为中学数学中可供进行爱国主义教育的内容和素材是极其丰富的。我国是世界上文化最发达的四大文明古国之一，我国人民创造了光辉灿烂的古代文化，在数学上也有着卓越的成就，对东方以至全世界的数学发展做

出过巨大贡献。在数学教学中，结合教学内容，向学生介绍我国古今数学上的杰出成就和数学家的事迹，可培养学生的民族自尊心和自豪感，增强热爱社会主义祖国的思想感情。其次，数学本身蕴含着丰富的辩证唯物主义思想，为我们向学生进行辩证唯物主义教育，培养学生的辩证唯物主义观点，逐步形成共产主义世界观，提供了极为有利的条件。

二、中学数学教学中思想教育的内容

在中学数学教学中可对学生进行思想教育的内容是多方面的。根据数学科的特点，本文主要介绍进行爱国主义和辩证唯物主义教育的内容。

(一)关于爱国主义教育

爱国主义教育主要应从以下两个方面进行。

1. 通过我国古今数学成就的介绍，培养学生的爱国主义思想

现行中学数学教材中，有多处可涉及到我国古代数学成就的内容，但一般没有明显的写进去，这就需要有意识地去挖掘，在讲授有关知识的同时，适当介绍数学史料，对学生进行爱国主义教育。

下面我们大体上按现行中学数学教材的教学内容的顺序，分别介绍一些与代数、几何、三角有关的可用来做为爱国主义教育的数学史料。

代数方面：

关于负数 约在公元1世纪形成的我国古代最重要的数学名著《九章算术》中，就已记载负数的概念及其加减法的

运算法则。这种运算法则与现在教科书中有理数的加减法法则是一致的。古希腊人不承认负数，印度人到公元7世纪才承认，而欧洲人更晚，到15世纪才承认。可见，我国是最早承认负数的国家。

关于方程 《九章算术》的“方程”一章里给出了一次方程组（线性方程组）的一般解法，它的解法除了符号、术语和计算工具（古代用“筹”来计算）不同之外，和现代使用的消元法实质上是一样的。其他国家也解出一些一次方程组，但直到一千五百年后的17世纪末，德国数学家莱布尼兹（1646—1715）才给出完整的解法。可见《九章算术》的解法是数学史上一大光辉成就，是我中华民族的骄傲。

关于数的开方 《九章算术》载有多位数开平方、开立方的法则，印度到公元五百年左右才有阿利耶毗陀给出的开方法则。可以说，我国的开方术是世界上最早的开方法则。

关于二项式定理 公元1261年，我国数学家杨辉在他著的《详解九章算法》中提出了著名的“杨辉三角形”，给出了当二项式的次数是较小的正整数时，它的展开式中各项的系数。欧洲称此为“帕斯卡三角形”。实际上，法国数学家帕斯卡（1623—1662）在1653年才开始使用这个“三角形”，发表在1665年的遗作《算术三角形》一书中，比我国晚了四百多年。

关于极限思想 早在公元前我国一部记述庄子（约公元前355—275）和他朋友们的学说的《庄子》一书中就有极限思想的记载。如，惠施（约公元前370—310）说：“一尺之棰，日取其半，万世不竭”。其意思是，一尺长的棍子，第一天取去一半，第二天取去剩下来的一半，以后每天取去前一天剩下的一半，这样永远也取不尽。这个著名论断，现在

讲数列极限时仍被引用。再如，公元三世纪时我国数学家刘徽利用极限思想创造了“割圆术”。他说，“割之弥细，所失弥少。割之又割，以至于不可割，则与圆周合体，而无所失矣”。其意思是说，割得越细，正多边形与圆周的差越小，最终与圆周重合，便没有误差了。这个极限思想虽然比较粗糙，但对后世数学的发展影响很大。刘徽用极限方法研究圆面积，求出圆周率为 3.1416。后人为纪念刘徽，称这个值为“徽率”。外国关于 3.1416 的记载最早的是印度的阿利耶毗陀，比刘徽晚二百多年。

几何方面：

关于圆周率 公元 5 世纪，我国杰出的科学家祖冲之（429—500）在圆周率的研究上做出了卓越的贡献。据唐魏征（580—643）等著的《隋书》记载，祖冲之求得的圆周率在 3.1415926 与 3.1415927 之间，并以 $\frac{22}{7}$ 和 $\frac{355}{113}$ 分别作为圆周率的“约率”和“密率”。祖冲之是世界上第一个算出圆周率到七位小数的人，他提出的“密率”准确到六位小数，直到 17 世纪荷兰人安托尼兹（1527—1607）才得出这个密率 $\frac{355}{113}$ 的值，比我国祖冲之晚了一千一百多年。

关于勾股定理 公元前一世纪，我国数学、天文学的名著《周髀算经》中就载有勾股定理及其应用的内容，它是最早提出勾股定理的著作，这比希腊的毕达哥拉斯发现这个定理早五百多年。其后，我国数学家赵爽，在其所著的《勾股方圆图注》一书中，对于勾股定理给出了巧妙的数学证明，这个证明要比 12 世纪印度的婆什迦罗的著作中类似的证明早九百多年。

关于体积公理 公元5世纪,我国博学多才的数学家祖暅(祖冲之的儿子),在实践的基础上,总结出著名的体积公理:“幂势既同,则积不容异”。这里的“幂”是截面的面积,“势”是立体的高。意思是:两同高的立体,如果在等高处的截面面积都相等,那么这两个立体的体积相等。这个体积公理就是中学立体几何课本的祖暅原理。一千一百多年之后的17世纪意大利数学家卡发雷利(1598—1647)在他的名著《连续不可分几何》中才提出这个公理,西方通常把这个公理叫做卡发雷利原理。

关于三角学的研究 早在公元前两千年,大禹在治水时就利用过直角三角形的边、角关系来测量地势。

在三国时代刘徽著《海岛算经》一书,用重差术求解测量问题,通过直接度量相似直角三角形的边,用比值来代替三角函数,解决直角三角形中的某些度量问题,这与近代的三角解法,并无多大差别。

《周髀》用三角测量来观天,刘徽则利用三角测量来测地,从而建立了以重差术为基础的三角测量。某些西方国家的数学史上把托霍米(约公元90—168年)作为三角术的创始人。其实《周髀》是在公元前100年的一部完美的数学记录,要比托霍米的研究早得多。

11世纪宋朝沈括确定圆弧长度的求法,后来成为13世纪郭守敬研究球面三角的基础,到公元1280年,他精确地算出一年为365.2425天,和地球绕太阳一周的时间,只差26秒,这与三百年后,世界上通用的历法周期一样准确。

应该指出,在向学生介绍我国历史上对数学的发展曾做出过杰出贡献的同时,也要指出由于封建势力的长期统治,以及外来势力的压迫,生产力十分落后,数学作为自然科学

的基础理论和运用工具，长期发展缓慢。只有在共产党的领导下建立了社会主义的新中国，生产力才得到彻底的解放，社会主义建设事业才得到飞速发展。在数学研究方面也取得了重大成果，华罗庚、吴文俊、陈景润、杨乐、张广厚等数学家的研究成果都在世界上取得了领先地位。我国近几年来参加国际中学生数学奥林匹克竞赛均取得了可喜的成绩。使学生认识到封建腐朽的社会制度是阻碍科学发展的根源，优越的社会主义制度为科学的发展提供了良好的条件。以此激发学生的热爱中国共产党、热爱社会主义祖国的思想感情，激励学生在优越的社会主义制度下，继承发扬我国数学的光辉成就，继往开来，为我国数学的发展做出贡献。

2. 通过教材中的有关内容和编拟既联系实际又有思想性的数学题目，对学生进行爱国主义教育

在中学数学教学中，除了用数学史料对学生进行爱国主义教育外，还应注意通过教科书的引言、插图、例习题反映我国社会主义制度的优越性、改革开放政策的正确性和四化建设的伟大成就的有关内容，并随时收集有关资料、数据，编拟数学题目，对学生进行思想教育。例如，在“对数应用”的教学中，可编拟“我国1980年的国民经济总产值7100亿元，计划从1981年到2000年要翻两番。问平均每年增长率应是多少？”类型的题目。中学数学的其他内容，如方程、函数等知识的教学中都可编拟这类题目。使学生潜移默化地受到热爱社会主义制度、热爱社会主义祖国的思想教育；使学生了解我国的国情，激励他们为四化建设、为祖国的繁荣昌盛而献身的精神。

(二) 关于辩证唯物主义教育

辩证唯物主义教育主要是对辩证唯物主义的几个基本观点的教育。

1. 世界是物质的观点

数学具有高度的抽象性、严密的逻辑性和应用的广泛性三个基本特点。由于数学的高度抽象性，往往掩盖它来源于客观现实的物质性。在数学教学中，如果不注意揭示它的物质性，就会使学生陷入唯心论形而上学的迷惘之中，误认为数学不是来源客观现实，而是少数“天才”数学家头脑中臆造出来的。例如，通过讲有理数、无理数、虚数的产生和发展，可以使学生认识到，这些数都是从人们生活、生产的实际中产生和发展起来的。

中学数学中各种数量关系及其相互推导出来的关系式，如各种数量间的关系式、函数关系、各种方程，都是根据客观实际问题的等量关系列出的关系式，它们的物质性很明显。就连表面看来没有什么实际意义的一般二元二次方程 $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ ，如果选取适当的直角坐标系，就可以把它化成椭圆、双曲线、抛物线，一对相交或平行或重合的直线或是一点的标准方程。而这些标准方程都是从客观现实中得来的，因而一般二元二次方程也是具有现实物质性的。同样，几何学也是从人们的实际需要产生和发展起来的，如点、线、面、角、多边形、圆、扇形、弓形；柱体、锥体、台体、球体、多面体；椭圆、双曲线、抛物线；相似、相交、垂直、平行、面积、体积等概念，无一不是从客观现实中抽象出来的，它们都具有现实的物质性。

综上所述，正如恩格斯在《反杜林论》中指出的：“数

和形的概念不是从其他任何地方，而是从现实世界中得来的”。“数学上各种数量关系的明显的相互导出，也并不证明它们先验的来源，而只证明它们合理的相互关系”。

在教学中，如果能充分利用教材中许多数学概念都是从实际问题引入的有利条件，有意识地揭示它的物质性，就会自然而然地破除唯心论形而上学的思想，逐步树立世界是物质的观点。

2. 对立统一的观点

矛盾的对立统一规律是辩证法的基本规律，也是辩证法的核心。中学数学中充满着对立统一的因素，如，已知与未知、现象与本质、绝对与相对、特殊与一般、精确与近似、曲与直等都是对立统一的。又如，数的概念从自然数集合开始，不断扩充到复数集合，它的每一次扩充，都是反复解决数学与实际需要和数学本身发展的矛盾的过程。新数与旧数既联系又对立，并且统一在发展的新的数集中。整数与分数(小数)，正数与负数，有理数与无理数，实数与虚数等都是对立的双方。甚至“0”这个数，它自身也包含着对立的双方，如气温零度不是表示没有温度，而是一个实际存在的温度，所以“0”包含着“没有”和“存在”的对立的双方。

数学运算方法中，也存在着对立的双方。如加法与减法，乘法与除法，乘方与开方、指数与对数、微分与积分等，都是对立的运算方法。就数学中“数”与“形”的整体来看，它们也是对立的双方。

唯物辩证法认为，对立的双方，一面互相对立，一面又在一定的条件下互相转化，共处于一个统一体中。例如，在引进以整数1做分母的条件下，整数就转化为分数，并统一于分数；在引进无限小数的条件下，无理数与有理数统一于

实数；在引进虚数的条件下，虚数与实数统一于复数；在建立坐标系的条件下，把数与形统一起来。再如，在引进负数的条件下，减法转化为加法，并统一于加法；在引进倒数的条件下，除法转化为乘法，并统一于乘法；在引进了分数指数的条件下，开方转化为乘方，并统一于乘方；在引进极限概念的条件下，曲线与直线、割线与切线转化而统一起来。

中学数学中的很多问题，都要利用矛盾转化的规律把未知转化为已知来解决。如，解方程(组)中的由“高次”向“低次”转化，由“多元”向“一元”转化；分式方程整式化，无理方程有理化；又如，解应用题时，把实际问题转化为数学问题来解决；把三角问题转化为代数问题来解决；把几何问题转化为代数或三角问题来解决；把代数问题转化为三角或几何问题来解决，等等。

在数学教学中，如果能恰当地运用对立统一，矛盾转化的观点去分析问题解决问题，那就既能达到渗透辩证唯物主义观点，又能使学生掌握处理数学问题的转化思想和技能，有助于提高教学质量。

3. 运动变化，量变到质变的观点

唯物辩证法认为，宇宙中的一切事物都是运动变化的。在中学数学中有很多体现运动变化观点的内容。如变量、函数关系、极限、作为变量的无穷大量和无穷小量；几何中角的概念的扩张，直线和圆的位置关系，圆与圆的位置关系，等等。教学中，如果用运动变化的观点来阐述这些知识，既培养了学生的运动变化的观点，又加深了对这些内容的理解。

唯物辩证法认为，事物的运动变化是绝对的，静止和固定是相对的。数学也具有这种特性，即数学中也反映着变量和常量的相对性和暂时性。例如，在一元二次方程

$ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 中, 对于变量 x 来说, a 、 b 、 c 是相对的常量, 不同的 a 、 b 、 c 的值, 方程就有不同的解。就是说 a 、 b 、 c 这些常量是相对的, 而运动变化是绝对的。

在教学中, 要注意使学生习惯于用这种观点来看待所有的量, 只有局限在某一范围内或某一时刻内进行观察时, 才会呈现常量。

唯物辩证法认为, 一切事物不仅在运动变化着, 而且在运动变化的过程中呈现量变到质变的规律。这种从量变到质变的规律, 在中学数学中也大量存在着。例如, 数从自然数变化发展到有理数, 从有理数变化发展到无理数, 从实数变化发展到复数的过程, 就是从量变到质变的过程。一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与它的系数有密切的关系, 当系数改变时, 根也随之改变。而决定根的性质条件是判别式 $\Delta=b^2-4ac$, 当 Δ 的值从 0 变化到正无限大时, 两个根总是实数, 这是量变; 当 Δ 的值从负无限大变化到接近 0 的负数时, 两个根总是虚数, 这也是量变; 但当 Δ 的值从负数变化到 0 时, 两个根则由虚数就质变到了实数。又如, 在形的方面, 曲线上过一点的割线, 逐渐变化到极限位置时, 就发生质变成为切线; 一个圆台, 当其中一个底面的大小变化, 量变到其面积为 0 或与另一固定底面面积相等时, 圆台就质变而成为圆锥或圆柱了。这些例子都是在教学中运用变化的观点处理问题, 都是事物从量变到质变的规律性在数学中的反映。

4. 相互联系, 相互制约的观点

唯物辩证法认为, 一切客观事物都有着相互联系, 相互制约的关系。数学是研究客观事物的空间形式和数量关系的