

✓ 中学物理小丛书

动

ZHONGXUE

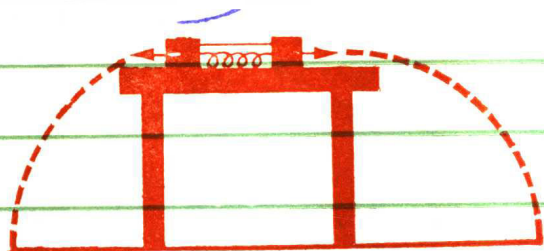
WULI

XIAOCONGSHU

量

柳云蛟 瞿东 编

中国青年出版社



动 量

柳 云 蛟 瞿 东 编

中国青年出版社

内 容 提 要

本书是《中学物理小丛书》的第六册。内容根据中学物理教学纲要，密切联系课本，对有关动量和碰撞问题作了比较详细的阐释，并且适当扩展了深度和广度，使读者对有关的概念、定理、定律理解得更清楚。书里把动量问题和动能问题联系起来，从碰撞的角度探讨两者的关系，使读者对于所学的这些基础知识能够融会贯通。本书适合中学同学、自学青年、中学物理教师作参考用书。

动 量

柳云蛟 瞿 东 编

*

中国青年出版社出版

中国青年出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

787×1092 1/32 4印张 67千字

1985年9月北京第1版 1985年9月北京第1次印刷

印数1—8,200册 定价0.58元

前 言

物理学是中学一门重要的课程。为了帮助中学同学和同等程度的自学青年学好这门功课,我们计划编写一套《中学物理小丛书》。目的是想帮助读者在课堂学习的基础上继续自学,比较有系统地复习、巩固物理学知识,加深对物理学基础知识正确理解,并且适当地开阔眼界,扩展深度和广度。

中国青年出版社支持我们的计划,并和我们反复讨论了具体的编写方案。

为了编好这套丛书,由王惠和同志负责联系和召集,我们成立了《中学物理小丛书》编写组。编写组的成员是:朱福源、李安椿、王惠和、钟振炯、柳云蛟、瞿东、陈岳、马国昌、陈晋,共九人。

小丛书根据中学物理教学纲要共分十五册。朱福源、柳云蛟、王惠和三位同志任主编,负责草拟编写提纲和全面审阅各册手稿。各册虽是分工执笔,但是在整个编写过程中,全组同志相互反复磋商、提供有益意见或协助校阅、誊抄等工作,各册字里行间都倾注了同志们的汗水、辛劳。

编写组的同志都是从事中学物理教学多年的教师,懂得课外读物对学生的重要作用,力求把小丛书编好,写得更加通俗一些、生动活泼一些、启发性更强一些,符合读者的实际需

要。但是，在着手编写的过程中，我们深感水平有限，书中不足之处在所难免。编写组全体同志恳切希望广大读者提出批评和指正。

中学物理小丛书总目

- | | |
|-------|--------------|
| 第 一 册 | 静力学 |
| 第 二 册 | 运动学 |
| 第 三 册 | 动力学 |
| 第 四 册 | 圆周运动和万有引力 |
| 第 五 册 | 功和能 |
| 第 六 册 | 动量 |
| 第 七 册 | 振动和波 |
| 第 八 册 | 气态方程和热力学第一定律 |
| 第 九 册 | 静电学 |
| 第 十 册 | 直流电 |
| 第十一册 | 磁场 |
| 第十二册 | 电磁感应和交流电 |
| 第十三册 | 电磁振荡和电磁波 |
| 第十四册 | 光学基础 |
| 第十五册 | 原子物理基础 |

目 次

一	动量定理.....	1
	从物体受到冲击的现象谈起(1) 物体受到恒力的冲量(1) 用 $F-t$ 图象求恒力的冲量(2) 变力的冲量也可以用 $F-t$ 图象来求(3) 平均作用力(5) 物体的动量(9) 动量的增量(10) 动量定理(13) 平均冲力(15) 动量定理和牛顿第二运动定律(20)	
二	动量守恒定律.....	25
	相互作用的物体的动量变化(25) 动量守恒定律(26) 应用动量守恒定律的时候必须注意的几个问题(29) 要判断物体系统是否满足动量守恒定律的条件(29) 必须考虑到动量的矢量性(32) 必须注意参照系的选择(35) 反冲运动和火箭(39) 动量守恒定律和动量定理(46)	
三	动量和动能.....	55
	机械运动的两种量度(55) 动量定理和动能定理(61) 动量守恒和动能守恒(71)	
四	碰撞.....	77
	动量和对碰撞现象的研究(77) 碰撞现象的特点(79) 物体的碰撞过程(80) 碰撞过程中系统的动量(83) 碰撞过程中的能量(84) 从恢复系数看三种碰撞(88) 三种碰撞的速度公式(92) 完全弹性碰撞的几种特殊情况(94) 分析碰撞的三个阶段来解碰撞问题(98) 多次碰撞(107) 斜碰撞(114)	
五	学习要点.....	117

学习要理解基础知识,融会贯通(117) 一些概念(117) 两条定理(118) 三个守恒(118) 四点注意(119)

一 动 量 定 理

从物体受到冲击的现象谈起

在日常生活和生产中,某个物体受到冲击,或者两个物体相互碰撞,以及物体施力后发生反冲等现象,是经常会遇到的。如球拍击球,汽锤冲压锻件,打夯机打夯,火箭反冲,等等。还有在微观粒子的运动中,也会发生碰撞。

两个物体(质点)相互碰撞,如果已经知道它们各自的质量以及碰撞前的速度,怎样来确定碰撞之后它们各自的速度,这将是我們感兴趣的问题。

这些问题,用恒力和匀加速度的规律是不容易甚至不可能解决的。它们都是比较复杂的变力问题。一般来说,我们没法直接确定在碰撞过程中的相互作用力,因而不能直接用牛顿(1642-1727)的第二运动定律来进行计算。我们必须去寻找物体在相互作用时候的新规律。

物体受到恒力的冲量

但是,为了寻找新规律,我们还是从受恒力作用的情况分析入手,究竟由哪些因素决定受恒力作用的质点的速度变化。

设质量是 m 的质点, 在一恒力 $\vec{F}$ 的作用下作匀加速直线运动, 经过一段时间 t 后, 质点的速度由 $\vec{v}_1$ 变到 $\vec{v}_2$ 。根据牛顿第二运动定律和匀加速直线运动的公式 (用 $\vec{a}$ 表示加速度)

$$\vec{F} = m \vec{a}, \quad \vec{a} = (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) / t,$$

得到
$$\vec{F} t = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1). \quad (1)$$

这式里 $\vec{F}$ 也可以理解做质点所受的合外力, 但是必须是恒力。 t 是质点从速度 $\vec{v}_1$ 增加到 $\vec{v}_2$ 所经过的时间。从 (1) 式可以得出这样的结论:

为了得到相同的速度增量 $(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$, 可以用比较大的力作用比较短的时间, 也可以用比较小的力作用比较长的时间。只要 $\vec{F} t$ 的乘积相同, 对于给定的物体所产生的速度增量就都相同, 而且速度增量的方向跟 $\vec{F}$ 的方向一致。

现在我们引进一个概念——一个物理量: 如果物体受恒力作用, 我们把作用力 $\vec{F}$ 跟作用时间 t 的乘积 $\vec{F} t$ 叫做作用力的冲量, 用符号 $\vec{I}$ 来表示, 就是

$$\vec{I} = \vec{F} t. \quad (2)$$

冲量是矢量, 它的方向就是合外力的方向。在国际单位制里, 冲量的单位是牛顿·秒, 符号是 $\text{N} \cdot \text{s}$ 。

一定质量的物体在恒力作用下作匀加速直线运动, 如果这个力持续作用的时间越长, 这个物体的速度增量也越大。因此冲量是一个过程物理量, 它表示力在时间上的积累效果。

用 $F-t$ 图象求恒力的冲量

如果恒力 $\vec{F}_1$ 作用的时间是从时刻 t_1 开始, 持续到时刻 t_2 ,

为止，那么它的冲量应该是

$$\vec{I}_1 = \vec{F}_1(t_2 - t_1).$$

现在我们可以来作一个力-时间图象，就是 $F-t$ 图象，用直角坐标的纵轴表示力 F ，横轴表示时间 t ，那么大小和方向都不随

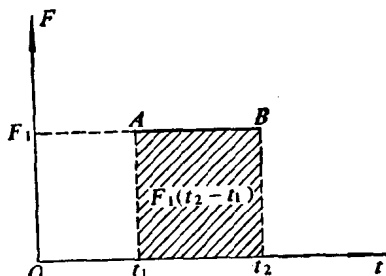


图 1. 用 $F-t$ 图象求恒力的冲量。

时间变化的恒力 F_1 应该是一条跟 t 轴平行的直线。从 t 轴上时刻 t_1 和 t_2 两点分别作虚线跟 t 轴垂直，这两条虚线分别跟代表恒力 F_1 的直线交于 A 、 B 两点，可见，在坐标平面里由表示在时刻 t_1 、 t_2 之间作用的恒力的直线段 AB 和时间轴线 (t 轴) 上 t_1 、 t_2 这一线段以及连线段 At_1 、 Bt_2 所围成的矩形面积，数值上等于这恒力在这段时间里的冲量 I_1 ，如图 1 所示。

变力的冲量也可以用 $F-t$ 图象来求

冲量的概念，我们前面是从恒力推导出来的，但是可以把它推广到大小和方向随时间变化的变力：只要我们把变力对物体作用的全部时间分成无数个很短的时间间隔，只要每一时间间隔取得无限小，那么在任一间隔里都可以认为物体是受恒力作用；这样，从原则上说，我们可以求出每一无限小时间间隔里的冲量，然后用矢量加法把它们逐一相加，就得到这一变力在全部作用时间里的冲量。

上面所说的是我们在处理变力的时候所常用的方法。但

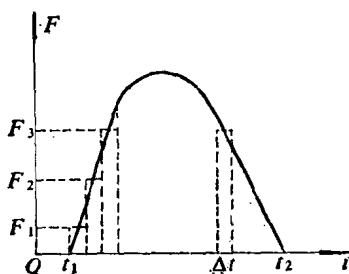


图2. 用 $F-t$ 图象求方向不变的变力的冲量。

是在具体计算的时候，一般都要应用高等数学的知识。

下面我们来讨论一个比较简单的变力的情况，就是如果力的大小变化而力的方向不变，这时候我们也可以用 $F-t$ 图象来求冲量。

设在 t_1 到 t_2 这段时间里物体受方向不变的变力作用，它的 $F-t$ 图象如图2所示。

为了求出这一变力在 $(t_2 - t_1)$ 这段时间里的冲量，我们把图上 t_1 到 t_2 这段时间等分成 n 个间隔，每一间隔的时间是 Δt ，这样把图象上的曲线和 t 轴所围成的面积分成了 n 个曲边梯形（其中两边两个是曲边三角形）。这些曲边梯形可以近似地看成是矩形，每一矩形的面积在数值上近似地等于在各时间间隔 Δt 里的冲量，所以，在全部时间 $(t_2 - t_1)$ 里这一变力的冲量的大小近似地等于这 n 个矩形面积的和，就是

$$I \approx F_1 \Delta t + F_2 \Delta t + F_3 \Delta t + \cdots + F_n \Delta t。$$

显然， n 取的数越大， Δt 就越小，这些矩形面积的和也就越接近于 $F-t$ 曲线和 t 轴所包围的面积。当 Δt 趋近零 ($\Delta t \rightarrow 0$) 的时候， $F-t$ 曲线下的面积实际上表示这一变力在 $(t_2 - t_1)$ 这段时间里冲量的大小，它的方向就是这一变力的方向。不难理解，如果 $F-t$ 曲线在 t 轴的下方，这一曲线和 t 轴所包围的面积仍然可以表示这一变力的冲量，但是这一冲量

的方向跟规定的正方向相反。一般规定在 t 轴上方的面积取正值,下方的面积取负值,那么我们可以从 $F-t$ 曲线和 t 轴所包围的面积代数之和来求出同一直线方向上的变力在全部作用时间里的冲量。下面举一个例。

例 1 已知 $F-t$ 图象如图 3,求变力在 8 秒里的冲量。

解 在前 5 秒里这一变力是正的,它的冲量 I_1 在数值上等于梯形 $OABC$ 的面积 S_1 ;

$$I_1 = S_1 = (1/2) (5 + 2) \times 4 \\ = 14 (\text{牛顿} \cdot \text{秒}).$$

在后 3 秒里这一变力是负的,它的冲量 I_2 在数值上等于三角形 CDE 的面积 S_2 ,但是应该取负值;

$$I_2 = -S_2 = -(1/2) \times 3 \times 3 \\ = -4.5 (\text{牛顿} \cdot \text{秒}).$$

所以这一变力在 8 秒里的冲量是

$$I = I_1 + I_2 = 14 - 4.5 = 9.5 (\text{牛顿} \cdot \text{秒}).$$

答 这一变力在 8 秒里的冲量是 9.5 牛顿·秒,它的方向跟前 5 秒里的受力方向相同。

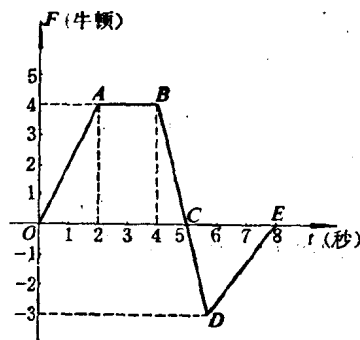


图 3. 从 $F-t$ 图象求变力冲量一例。

平均作用力

在实际生活中,物体受到冲击或物体间发生碰撞,它们受到的作用力都是变力,而且变化规律常常极其复杂。

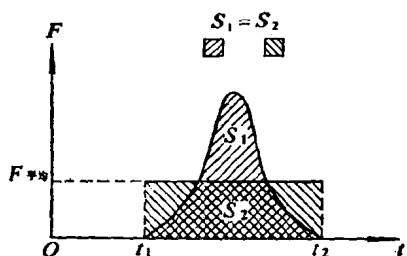


图4. 平均作用力概念示意图。

为此，在物理学上为了把问题简化，有时用到“平均作用力”这样一个概念：

如果一个物体受到变力的冲量正好等于某一个恒力作用在同一物体上在相同时间里所产生的冲量，我们就把这一恒力叫做原来那一变力的平均作用力。

比如说，一个变力在时间 t 里的冲量是 $\vec{I}$ ，那么平均作用力

$$\vec{F}_{\text{平均}} = \vec{I} / t, \quad (3)$$

平均作用力的方向跟这一变力的冲量方向一致。平均作用力可以认为是跟原来的变力等效的，在图4上可以直观地看到这一点。下面我们举两个例子。

例2 一个人用手竖直向上抛出质量 m 是 100 克的小球。设小球在被手抛出的这 0.2 秒的时间(t)里，手掌对小球的作用力(F)的 $F-t$ 图象如图5所示。试求在这段时间里：(1)手掌对小球作用力的冲量；(2)小球所受重力的冲量；(3)小球所受的合冲量；(4)小球所受的平均作用力。 g 取 10 米/秒²。

解 小球从手掌竖直向上抛出的过程中，同时受到手掌对它的作用力和重力的作用。这两个力在同一直线上，但是方向相反。我们规定竖直向上是正方向。

(1) 手掌对小球的作用力方向竖直向上, 大小随时间而变, 它的冲量在数值上等于图 5 上斜线 PQ 下面的三角形面积, 就是

$$\begin{aligned} I_1 &= (1/2) \overline{OP} \cdot \overline{OQ} \\ &= (1/2) \times 4 \times 0.2 \\ &= 0.4 (\text{牛顿} \cdot \text{秒}). \end{aligned}$$

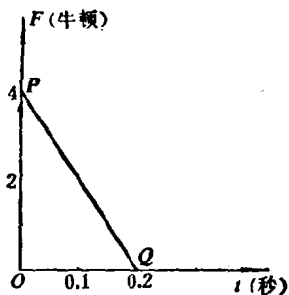


图 5. 手掌对球作用力的 $F-t$ 图象。

(2) 重力是恒力, 方向竖直向下, 冲量取负值, 就是

$$I_2 = -mgt = -0.1 \times 10 \times 0.2 = -0.2 (\text{牛顿} \cdot \text{秒}).$$

(3) 合冲量是以上两个冲量的矢量和, 因为它们在同一直线上而方向相反, 合冲量就是它们的代数和,

$$I = I_1 + I_2 = 0.4 - 0.2 = 0.2 (\text{牛顿} \cdot \text{秒}).$$

(4) 小球所受的平均作用力是

$$F_{\text{平均}} = I/t = 0.2/0.2 = 1 (\text{牛顿}).$$

这个平均作用力指的是平均合外力, 方向竖直向上。

答 (1) 手掌对小球作用力的冲量是 0.4 牛顿·秒, 方向竖直向上; (2) 小球所受重力的冲量是 0.2 牛顿·秒, 方向竖直向下; (3) 小球所受的合冲量是 0.2 牛顿·秒, 方向竖直向上; (4) 小球所受的平均作用力是 1 牛顿, 方向竖直向上。

注意 这道题里所给小球质量是 100 克, 代入公式的时候 $m=0.1$ 千克, 不要把单位搞错。

讨论 这里所考虑的都指手掌抛小球的 0.2 秒这段时间里。在这段时间以后, 小球离开手掌, 就用它所获得的初速度

只在重力作用下运动。

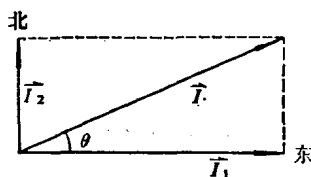
例3 一个在光滑的水平面上静止的物体，在起初3秒里受到 $F_1 = 8$ 牛顿向东的作用力，在紧接着的后2秒里受到 $F_2 = 5$ 牛顿向北的作用力。试求：(1) 在5秒里外力的合冲量；(2) 在5秒里的平均作用力。

解 (1) 由于 $\vec{F}_1$ 和 $\vec{F}_2$ 不在同一直线上，我们应该把两力的冲量用矢量加法求出合冲量。

$$I_1 = F_1 t_1 = 8 \times 3 = 24 (\text{牛顿} \cdot \text{秒}), \text{向东};$$

$$I_2 = F_2 t_2 = 5 \times 2 = 10 (\text{牛顿} \cdot \text{秒}), \text{向北}.$$

5秒里的合冲量



$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{24^2 + 10^2} \\ = 26 (\text{牛顿} \cdot \text{秒});$$

设它跟 $\vec{I}_1$ 的夹角是 θ ,

$$\tan \theta = I_2 / I_1 = 10 / 24 = 0.4167,$$

图6. 冲量的合成。

查表, $\theta = 22^\circ 37'$ 。

(2) 5秒里的平均作用力

$$F_{\text{平均}} = I / (t_1 + t_2) = 26 / 5 = 5.2 (\text{牛顿}),$$

方向跟 $\vec{I}$ 相同。

答 (1) 5秒里的合冲量是 26 牛顿·秒，方向东偏北 $22^\circ 37'$ ；(2) 5秒里平均作用力是 5.2 牛顿，方向跟合冲量相同。

讨论 解这题能否先求合力再求冲量呢？我们不妨照这思路试解如下：

$$\text{合力 } F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{8^2 + 5^2} = 9.4 (\text{牛顿}),$$

$\vec{F}$ 跟 $\vec{F}_1$ 的夹角 $\alpha = \arctg(F_2/F_1) = \arctg(5/8)$

$$= \arctg 0.625 = 32^\circ;$$

合冲量 $I = F(t_1 + t_2) = 9.4 \times 5 = 47$ (牛顿·秒), 方向同 $\vec{F}$ 。

这种解法显然是错误的。错在哪里呢? 原来只有当几个力同时作用在一个物体上的时候, 才能用矢量加法求合力, 对不同时间里先后作用的力, 求矢量和是没有意义的。

物体的动量

把前面(1)式里的 t 改写成 $(t_2 - t_1)$, 就是假定在时刻 t_1 和 t_2 物体的即时速度分别是 $\vec{v}_1$ 和 $\vec{v}_2$, 可以得到下式:

$$\vec{F}(t_2 - t_1) = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1. \quad (4)$$

从上式可知, 在相同的冲量作用下, 对于不同质量的物体, 它的速度增量也不同, 例如 10 牛顿·秒的冲量, 可以使质量是 5 千克的物体得到 2 米/秒的速度增量, 而对质量是 2 千克的物体, 却使它得到 5 米/秒的速度增量。但是对于不同质量的物体, 相同的冲量所产生的 $m\vec{v}$ 的增量 (就是 $m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$) 却相等。

现在再引进一个概念——一个物理量: 把一个物体的质量 m 跟它的速度 $\vec{v}$ 的乘积 $m\vec{v}$ 叫做这一物体的动量, 用符号 $\vec{p}$ 来表示, 就是

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (5)$$

动量也是矢量, 它的方向就是物体速度的方向。在国际单位制里, 动量的单位是千克·米/秒, 符号是 $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ 。

尽管动量的方向跟速度的方向相同, 在量值上是速度的