

87.373
KLK

146091

运输车辆传动系的热计算

〔苏联〕A. Д. 克柳科夫著



中国科学院图书馆

运输车辆传动系的 热计算

〔苏联〕A. Д. 克柳科夫著

万耀青译 敦家麟校

国防工业出版社

1965

内 容 简 介

本书主要是阐述运输车辆（汽车、拖拉机、履带牵引车等）传动系的计算问题，内容包括：车辆在稳定和不稳定运动时传动系计算负荷的确定；分析传动系各机构中的热形成；确定所设计传动系中形成热量的散出和计算传动系中平衡温度的方法。

本书所述的热计算方法，在某种程度上亦适用于任何齿轮-摩擦传动系。书中附有较多的图表、线图，便于说明问题和在实际计算中应用。

本书适于从事运输车辆研究和设计的工程技术人员阅读，也可供生产单位的技术人员和高等院校有关专业的师生参考。

ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ ТРАНСМИССИИ

ТРАНСПОРТНЫХ МАШИН

〔苏联〕 A. L. Крюков

МАШИЗ 1961

*
运输车辆传动系的热计算

万耀青 譯

敦家麟 校

*
国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业登记证字第 074 号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店經售

国防工业出版社印刷厂印裝

*
850×1168 1/32 印張 4 1/2 113 千字

1965年8月第一版 1965年8月第一次印刷 印数：0,001—1,700册

统一书号：15034·933 定价：（科七）0.75 元

目 录

緒論	5
第一章 在運輸車輛穩定和不穩定運動時傳動系各機構計算負荷的確定	13
1. 車輛穩定運動時傳動系各構件外計算負荷的確定	13
2. 車輛不穩定運動時傳動系外部動負荷的確定	25
第二章 傳動系諸機構中的熱源	37
3. 確定傳動系機構中發热量的分計損失法的實質	37
4. 在圓柱齒輪和圓錐齒輪傳動嚙合中熱的形成	41
5. 行星機構中熱的形成、效率的試驗研究	46
6. 單流和雙流液力傳動中熱的形成	61
7. 离合器和制動器接合時熱的形成	67
8. 軸承中熱的形成。軸承熱計算的簡化方法	75
9. 在機構或傳動系箱體中潤油熱的形成	83
第三章 在傳動系結構中形成熱量的散出和 不平衡溫度的確定	86
10. 關於在運輸車輛傳動系結構中熱交換條件的概述	86
11. 運用相似理論來確定傳動系機構的溫升和散熱	92
12. 具有內熱源的機構的導熱	98
13. 從箱體表面散發熱量的確定	99
14. 與箱體接觸的傳動系零件通過導熱的方式散發的熱量	105
15. 軸的導熱	106
16. 通過箱體肋條的散熱	107
17. 簡化的熱計算法和車輛穩定運動時傳動系平衡溫度的確定	109
18. 車輛穩定運動時具有四個吸收體的簡化熱計算法	119
19. 簡化熱計算的幾個例子	120
附錄	140
參考文獻	141
名詞索引	143

緒論

机械传动系和液力机械传动系在很多机械制造部门，特别是在轮式和履带式车辆（小轿车和载重汽车、轮式和履带式拖拉机、轮式和履带式牵引车、自动推进装置及其它运输和特种用途的车辆，为简略起见，以后统称为运输车辆）上已广泛应用。运输车辆传动系是现有齿轮-摩擦传动中最复杂的一类，本书即介绍这种传动系的热计算方法。

这些车辆传动系的使用经验表明，它们的工作性能在很大程度上取决于结构元件的发热强度。由于齿轮传动和传动系，尤其是履带车辆侧传动的发热强度过高而引起报废的事例，是车辆使用者所熟知的。尽管轴、齿轮、轴承和其他零件有很大的强度储备，但它们却往往因机油过热分解而损坏。过去，由于传动系传递的功率不大，各构件的角速度较小以及这些机构的尺寸较大，对运输车辆传动系热计算不够重视，在某种程度上是可以容忍的。现在，在限制传动系轮廓尺寸的同时，传动系传递的功率和各构件的角速度比以前却增长了好几倍。例如明斯克汽车厂所生产的汽车发动机，功率接近400马力，车里雅宾斯克拖拉机厂所生产的车辆上的发动机功率为300马力等等。因此，为了创立工作可靠的结构，所有设计人员必须仔细地完成传动系全部机构的热计算。

应当指出，到目前为止，在这个领域内几乎还没有进行过理论和试验研究，因此在技术文献中甚至一般机械制造方面的文献中，很少涉及齿轮传动的热计算。

没有拟订出运输车辆各机构和传动系热计算方法，不能认为是正常的。这些车辆的传动系机构是在极困难条件下工作的。箱

体缺乏必要的吹風冷却，齒輪节点的单位压力很高，傳動系傳递的单位功率很大，存在大量摩擦元件，机构过份紧凑，散热器冷却表面积很小或根本没有散热器，所有这些在保証正常的发热强度方面，亦即保証这些部件結構的工作能力方面造成很大困难。

傳動系各机构由于热工况增高而损坏的过程，通常是因潤滑摩擦表面的机油的潤滑性改变（机油分解，树脂化作用）而开始。这就导致摩擦表面的磨损增加，机油中出現磨粒，密封填料（尤其是橡胶填料）硬化及金属粘附在制动器和离合器上，而后者却能使計算摩擦系数改变。由于机构发热强度过高而损坏的結果，可能会引起車輛的损坏。

如果設計师能够正确地确定机构各摩擦部分产生的热量，并从结构上采用有效的强制潤滑系和利用散热器的机油冷却系，则保証机构正常的热工况問題可以圓滿地解决。

强制潤滑和冷却系在本质上与飞溅潤滑不同。大家知道，这种系統中的机油是在一定压力下通过結構上設置的相应间隙和专用导管送到摩擦部分和軸承中，这样，机油不仅潤滑摩擦表面，而且带走过热摩擦部位的过剩热量。因此設計师在确定新的傳動系布置时，应仔細分析所設計傳動系的所有結構元件的整个散热系統。为此，应为各机构建立独特的热計算方法。

傳動系热計算有下列特点：

a) 热計算应按各个机构单独进行。所謂傳動系机构現可理解为用来传递发动机扭矩并放在单独箱体中的任何机构。

通常以液力变矩器、减速器、变速箱、轉向机构、側傳動、側行星变速箱、摩擦变矩器等作为傳動系机构。非常明显，对每一个这种机构应根据其本身的发热源和散熱情况来进行热計算。最后，应当确定出由傳動系每一机构的热平衡所决定的平衡溫度；

b) 热計算应当根据車輛在稳定和不稳定运动下所产生的計算負荷来进行。

当車輛稳定运动时，机构中的功率流是不变的，因此，其中

的热流量也保持不变;

б) 当车辆直线稳定行驶时, 傳动机构可能承受串联的或并行的功率流負荷 (这取决于傳动系的簡图), 且在受并行功率流时, 在一定簡图中可能在机构的封閉迴路中产生循环功率 N_u , 使机构各构件傳递的功率超过发动机的功率 N_a , 因此計算功率为

$$N_p = N_a + N_u; \quad (1)$$

г) 当车辆稳定轉向时, 与高速履带联結的傳动系构件将傳递发动机的功率 N_a 和再生功率 N_r , 因此在这种情况下的計算功率为

$$N_p = N_a + N_r; \quad (2)$$

д) 当车辆不稳定直线运动时, 傳动系各构件将承受外来动負荷, 估計这种动負荷是非常必要的, 因为稳定运动是车辆使用过程中特別是沿起伏不平地区行驶时的特殊情况。此时計算功率取决于由功率 N_f 值所决定的动負荷。功率 N_f 的大小由构件的加速度或減速度 (尤其在換擋时) 决定, 故計算功率为

$$N_p = N_a + N_f; \quad (3)$$

е) 当车辆不稳定轉向时, 功率流特別复杂, 只能近似地确定。

由此可得出結論, 为了完成傳动系热計算, 首先应知道計算功率值 N_p 和計算扭矩值 M_p , 它們影响到热流量的脉动和发热量;

ж) 現代非行星傳动系、半行星傳动系、液力机械傳动系和电力机械傳动系是由很多的局部机构組合而成的 (在变矩过程中及当接合摩擦元件时在这些机构中会引起功率損失)。这些局部机构是: 圆柱齒輪、圓錐齒輪、行星排、液力变矩器、液力偶合器、摩擦变矩器、制动器、离合器、軸承、密封等等。

傳动系各机构或甚至装在一个总箱体中的整个傳动系都是由这些元件組成的。目前有很多不同的傳动系运动学簡图。利用行星傳动系和液力机械傳动系的綜合理論, 可以从很多簡图中选出最好的簡图, 并針對每一具体場合建立令人滿意的傳动系, 在这

种传动系中将包含各种局部机构。局部机构是产生热的根源，因为在这些机构中存在摩擦，而且其效率小于1。

为了确定任何传动装置中发出的热量，我們采用分計损失的方法作基础。这方法的实质是：为了确定机构內部发出的总热量，应当把确定出的各部分热量加起来，这些热量是位于傳动系内部各局部摩擦源发出的。若已知以效率表示的在机构的摩擦源中的损失及包含在所設計傳动系中的这类发热源的数目后，则可事先以一定精确度求出单位時間內发出的总热量。

因此，設計師在知道局部热源的数目，并具备以有关的效率試驗曲綫表示的损失特性（这些效率試驗曲綫是扭矩、轉速、溫度或其它各参数表示的函数）后，就可以确定单位時間內傳动系内部所发出的总热量。

因此，分計損失法对于任何新設計的及現用的傳动系均适用。如前所述，为了利用这种方法，应知傳动系的布置图、計算負荷和标志各局部热源中所损失的机构效率試驗曲綫。

遺憾的是，将各种机构的效率作为所傳递扭矩、轉速、溫度及其它参数的函数而加以研究，所得的試驗数据都极端貧乏。

为了稍能弥补这个空白点，在作者领导和直接参加下完成了以下試驗工作：

- 1) 外啮合和內啮合的行星机构效率的研究；
 - 2) ГАЗ-51和《莫斯科人》汽車变速箱效率的研究；
 - 3) 一对圓柱齒輪的減速器中攬油损失的研究；
 - 4) 当系統作稳定和不稳定运动的情况下，双流液力減速器的效率和变矩系数的研究；
 - 5) 摩擦离合器接合过程的曲綫圖的研究和各种摩擦材料的摩擦系数的試驗确定；
 - 6) 螺旋伞齒輪傳动机构效率的研究；
 - 7) 带式制动器摩擦副的摩擦系数的研究等。
- 当车辆不稳定运动时，計算動負荷將隨外阻力而改变。这就

引起傳動系中熱流量的脈動和溫度變化。

因此當車輛不穩定運動時，傳動系的熱計算由於外界道路阻力的多樣性，傳動系熱流的可變性、研究放熱等現象時利用分析法的局限性等等帶來很大困難。這種情況使車輛不穩定運動時的熱計算具有假定性質，且不得不以車輛長時間穩定運動情況下的計算負荷為依據。但是根據第一章的資料有可能考慮某些動負荷，使計算接近於真實條件。

在研究傳動系的計算負荷時，我們把外計算負荷和內計算負荷加以區分。外計算負荷指的是當克服外界阻力時（加速、制動、遇障礙的撞擊等）在鏈輪上所產生的負荷；內計算負荷則是由齒輪傳動中噉合幾何關係被破壞、車體震動、履帶推進器工作的不均勻性等所產生的負荷。

在第一章中將闡述當運輸車輛穩定和不穩定運動時傳動系中的計算負荷。這個問題很複雜，前已指出，這是由於車輛進行加速、制動、不穩定轉向時，車輛運動的外界阻力是多種多樣的。不穩定的負荷在傳動系中造成變化的熱流量。

目前，還沒有簡單而可靠的方法來確定動力傳動各構件中的動負荷，因此我們只能限於用近似的計算方法。

在第二章里將研究組成現代運輸車輛傳動系的各熱源中所發出的熱量。根據效率研究的試驗數據可求出總發热量，而求算的範圍對設計師來說已足夠他在設計和計算任何機械傳動系及液力機械傳動系時作為參考了。

在第三章里將研究散熱並給出機構熱計算的各種實例。因此，知道了傳動系中發出的熱量和借助於導熱及對流所散走的熱量就可以求出新設計傳動系所期望的平衡溫度。這就是所提出的齒輪-摩擦傳動（精確地說就是運輸車輛的機械傳動系和液力機械傳動系）熱計算方法的主要概略。齒輪傳動作為一個元件包含在這些按一定規律變換發動機輸出扭矩的傳動系中。

為了近似地估計所設計傳動系預期的溫度，我們引用了設計

师所需的比較評價参数。选取由圓柱齒輪对和周轉齒輪型行星排所組成的側傳動为基础。

利用类似机构和傳動系的比較評價参数来估計新設計傳動系可能的平衡溫度，尽管是近似的，但在設計新傳動系結構的过程中，是必要的。

这些評價参数是根据类似側傳動的使用經驗的比較数据而得到的。

我們提出下列評價参数：

a) 机构布置的緊湊性系数，它是机构箱体内部容积 V_{nunymp} 对位于箱体內的各零件的总体积 $\Sigma V_{\partial em}$ 之比，即

$$\alpha = \frac{V_{nunymp}}{\Sigma V_{\partial em}} = 1.2 \sim 1.7. \quad (4)$$

系数 α 越小，机組布置就越緊湊，因而其潤滑和冷却系就应当越完善。行星傳動具有最小的 α 系数值，这可从其布置上看出。

b) 傳動系机組容积利用系数，它是最大傳動比 $i_{\alpha p}$ 与計算功率 N_p 的乘积对部件的外部体积之比，即

$$\beta = \frac{i_{\alpha p} N_p}{V_{nunymp}} = 20 \sim 40 \text{ 馬力/分米}^3. \quad (5)$$

系数 β 越大，则考慮到側傳動中所實現的傳動比的側傳動单位容积利用越緊張。

c) 附着扭矩傳递系数，它是鏈輪上的扭矩对傳動系部件外部体积之比，即

$$\gamma = \frac{M_k}{V_{nunymp} i_i \eta_i} = \frac{\Phi G_m r_k}{V_{nunymp} i_i \eta_i} = 10 \sim 25 \text{ 公斤}\cdot\text{米/分米}^3 \quad (6)$$

取附着系数 $\Phi = 0.6$ ；

d) 在傳递計算功率 N_p 的齒輪各齒单位工作表面上产生的单位摩擦功率

$$N_y = \frac{N_p}{i_F} < 30 \text{ 馬力/厘米}^2, \quad (7)$$

式中 F ——一个齒的工作表面积；

i —— 各受负荷齿輪的齒數。

八) 摩擦元件的单位摩擦功 I 及摩擦元件的零件在一次接合內的溫升 $t^\circ\text{C}$, 即

$$\left. \begin{aligned} I &= -\frac{L}{iF} = 150 \sim 400 \text{ 公斤}\cdot\text{厘米}/\text{厘米}^2, \\ t^\circ &= -\frac{L}{427 \cdot cQ} \leqslant 15^\circ\text{C}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中 L —— 磨滑功 (公斤·厘米);

iF —— 摩擦元件的摩擦面积 (厘米²);

i —— 摩擦表面对数;

c —— 材料的比热;

Q —— 材料的重量 (公斤)。

这些系数值是从使用性能較好的車輛上得出的。

若在新的傳動系布置中各系数值在上述規定範圍內, 那么就可以相信繼續拟定方案, 然后再完成熱計算是沒有問題的。

研究表明, 運輸車輛动力傳動中的熱交換是一種很複雜的过程。現將發動機和傳動系的組合稱為《动力傳動系》。發動機的發热量對傳動系的熱交換有一定影響, 特別是當傳動系直接靠近發動機的情況下。

本書不研究發動機的發热量, 因為這是一個獨立的問題, 而僅引用可確定發動機發热量的相應公式。本書主要集中研究傳動系機構中的熱交換問題, 亦即研究其熱流量。

為了在傳動系各機構之間形成熱交換過程, 在機構之間必須存在溫度差, 此時熱量向溫度較低的方向流動。

為了研究傳動系中的熱交換, 現將導熱、對流和輻射這三種本質上不同的過程, 系統地加以區別。

導熱的特徵是, 它必須在有實體介質存在的條件下才能產生, 且熱交換僅僅在物体的接觸質點之間發生。這種過程可想像為熱量從一個質點傳播到另一質點, 而質點並不移動, 而在金屬

內部熱傳播則是藉助自由電子的扩散來實現的。

對流僅在液體和氣體中產生，它是通過質點的移動而使熱量轉移的。此時液體或氣體的運動狀態及特性具有很大意義。

對流現象常常伴隨着從一個質點到另一質點的導熱現象，而且是在有溫度差的條件下出現。

熱輻射是能量以電磁波形式傳播的過程，它伴隨有熱能轉變為輻射能或反之輻射能轉變為熱能的現象。產生輻射能的數量取決於溫度。由於傳動系的溫度相對地較低，且放出的或接受的熱量是由物体所輻射和所吸收的熱量之差值來決定，故可以忽略輻射熱交換。

因此，傳動系機構中的熱交換和作用熱流量是由導熱和對流來決定的，且對流常常伴隨著導熱。這使我們可以斷言，在傳動系各機構中，伴隨熱流量的只有一種對流熱交換過程。應該指出，由於對流熱交換的結果，從高溫機構向低溫機構傳遞的內能流叫做熱流量。

這樣，研究對流熱交換的過程亦將是運輸車輛傳動系機構熱計算方法的內容。擬訂這種方法是重要而艱巨的任務。

本書對象為設計師、工藝師、直接參加生產人員和工科大學生們。因此作者盡量不用複雜的數學推導。同時，計算方法的敘述是以作者和其它研究人員得到的試驗數據為基礎，故所舉出的確定部件的效率和熱計算的實例，均是在傳動系使用過程中檢驗過的。

由於對運輸車輛傳動系的熱計算的介紹還是第一次，故本書不強求詳盡無遺地研究所有的問題。

第一章 在运输车辆稳定和不稳定运动

时传动系各机构计算负荷的确定

1 车辆稳定运动时传动系各构件外计算负荷的确定

当车辆稳定运动时，传动系各构件的计算负荷根据公式(1)和(2)所得的扭矩来决定。

对于非行星传动，计算扭矩 M_p 是主动扭矩 M_o ，传动比 i_{ox} 和效率 η_{ox} 的函数。

$$M_p = M_o i_{ox} \eta_{ox}; \quad N_p = \frac{M_p n_p}{716.2}, \quad (9)$$

式中 o 和 x ——主动轴和被动轴；

N_p ——传动机构所传递的计算功率。

对于二自由度的行星传动，计算扭矩由每一个受负荷的行星排所列出的功率平衡方程式和扭矩方程式来决定。功率平衡法对于任何的行星传动均是适用的，因其中总是有主动轴 o ，被动轴 x 和制动构件 q 。

兹列出对于制动构件角速度 ω_q 的相对角速度表达式：

$$\frac{\omega_o - \omega_q}{\omega_x - \omega_q} = i_{ox}^q; \quad \omega_o + (i_{ox}^q - 1) \omega_q = i_{ox}^q \omega_x, \quad (10)$$

式中 i_{ox}^q ——在制动制动器 q 时变速箱的传动比。

方程式(10)把三个变化的角速度 ω_o 、 ω_x 和 ω_q 联系起来。这些角速度图本是空间图形，在实用上不方便，因此假设取 $\omega_o = 1$ ，亦即取主动轴的角速度作为测量单位。

这样，方程式(10)可改写为下面形式：

$$1 + (i_{ox}^q - 1) \omega_q = i_{ox}^q \omega_x,$$

或

$$\omega_q = \frac{i_{ox}^r}{i_{ox}^r - 1} \omega_x - \frac{1}{i_{ox}^r - 1} \omega_0 \quad (11)$$

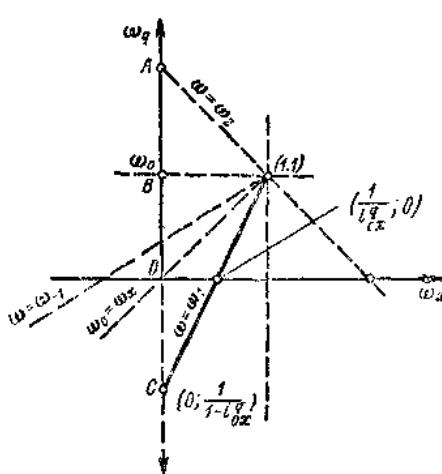


图1 二自由度行星传动的基本构件的角速度平面图。

根据方程式(11)

繪制行星傳动的傳动比为*i*₁、*i*₂、*i*₃和*i*₄时的角速度平面图(如图1)。角速度平面图的繪制方法在文献[1]中有所闡述。我們來確定行星傳动所傳递的計算扭矩。

依据能量守恒定律列出功率平衡方程式(不計損失)如下:

$$M_o \omega_o + M_s \omega_s + M_q \omega_q = 0 \quad (12)$$

扭矩靜平衡方程式

$$M_o + M_s + M_q = 0, \quad (13)$$

式中 $M_q = -(M_o + M_s)$ ——被動軸上扭矩。

以 M_s 值代入方程式(12)可得

$$M_o \omega_o + M_q \omega_q = (M_o + M_q) \omega_x,$$

或 $\frac{M_q}{M_o} = -\frac{\omega_o - \omega_x}{\omega_q - \omega_x} = -\left|\frac{\omega_o}{\omega_q}\right|_{\omega_x=0} = -i_{ox}^r,$

故

$$M_q = -M_o i_{ox}^r \quad (14)$$

方程式(14)表明, 二自由度行星傳动的任何承受負荷的制动力件*q*上的扭矩等于主动軸上的扭矩 M_o 和主动軸到該构件的傳动比的乘积(当制动力被動軸*x*时), 并冠以負号。

由于行星传动是一多軸系統，这些軸上安装有制动器和閉鎖离合器，故应当确定为計算接合过程中制动器和閉鎖离合器磨滑发热量所需要的扭矩值。

在确定制动扭矩和閉鎖扭矩时应依据这样假設，即車辆停住，輸入功率 ($M_o\omega_o$) 全部消耗在摩擦元件的磨滑中 ($-M_q\omega_q$)，亦即

$$M_q\omega_q = M_o\omega_o; \quad M_q = -M_o - \frac{\omega_o}{\omega_q} \Big|_{\omega_x=0}.$$

当 $M_o = 1$ 和 $\omega_o = 1$ 时可得

$$M_q = -\frac{1}{\omega_q} \Big|_{\omega_x=0}. \quad (15)$$

用公式 (15) 可以求出制动扭矩和閉鎖扭矩。

制动扭矩 $M_m = M_q$ 利用方程式 (11) 来决定，該式中当 $\omega_x = 0$ 时，制动鼓的相对角速度 ω_g 为

$$\omega_g = \frac{1}{1 - i_{ox}^q} \Big|_{\omega_x=0}.$$

以这个表达式代入公式 (15)，得

$$M_q = M_m = (i_{ox}^q - 1). \quad (16)$$

一擋或倒擋的傳動比越大，则制动扭矩值亦越大。当制动器磨滑时 $M_m < M'_m$ ，式中 M'_m 为磨滑制动器的扭矩值。

为了确定閉鎖离合器的扭矩亦可利用公式 (15)。車辆停住时构件 1 和 2 之間的相对角速度 ω_q 最大，而且联接构件 1 和 2 的离合器所传递的扭矩最小。 ω_q 值越大，閉鎖离合器的扭矩 $M_{\delta A}$ 就越小。在角速度图上 ω_q 的最大值 (图 1) 位于 A 点和 C 点之間。綫段 AO 和 OC 之和给出最大的 ω_q 值，該值相当于构件 1 和 2 的最好閉鎖情况。因此

$$M_q = M_{\delta A, g/p} = -\frac{1}{\omega_{q \max}} \Big|_{\omega_x=0}. \quad (17)$$

公式 (14)~(17) 可以确定車辆在稳定运动时 ($\omega_o = 1$) 二自由度行星传动的全部計算負荷。

除了上述确定行星传动計算負荷的方法外，还应补充說明一

下确定行星传动中计算负载的具体程序。

令 n_1 、 n_2 、 n_3 和 n_4 相应为太阳齿轮、齿圈、框架和行星轮的转速； M_1 、 M_2 、和 M_3 相应为太阳齿轮、齿圈和框架所传递的扭矩。

现列出三构件单排机构相对于框架的相对角速度方程式

$$\frac{n_1 - n_3}{n_2 - n_3} = -\frac{z_2}{z_1} = -k; \quad n_1 = -kn_2 + (1+k)n_3. \quad (18)$$

功率平衡方程式和扭矩方程式为：

$$M_1n_1 + M_2n_2 + M_3n_3 = 0; \quad M_1 + M_2 + M_3 = 0. \quad (19)$$

为所有受负载行星排列出公式 (18) 和 (19)，另外再给出这些行星排的运动学和静力学平衡的关系方程式。联立解这些方程式可以确定传动系所有构件在各档下的计算负载。

在行星传动简图中绘制功率流量的实质就是将各行星排受负载构件的扭矩和转速相乘。乘积的符号可区分出主动件和被动件，并指明功率流的方向。

为了证明起见，把方程式 (18) 改写为

$$n_1 = -\frac{r_2}{r_1}n_2 + \left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right)n_3; \quad k = \frac{z_2}{z_1} = -\frac{r_2}{r_1};$$

或

$$n_1r_1 + n_2r_2 = (r_1 + r_2)n_3.$$

以行星排啮合节点的圆周力乘最后一个方程式的各项： $P_1 = P_2 = P$ ； $P_3 = 2P$ ；于是

$$n_1r_1P + n_2r_2P = (r_1 + r_2)n_3P;$$

或

$$M_1n_1 + M_2n_2 = M_3n_3; \quad N_1 + N_2 = N_3. \quad (20)$$

方程式 (20) 表示在封闭传动中没有循环功率时差速机构的功率平衡。

如果在封闭传动中 $n_1 < 0$ ，则可得另一表达式：

$$-N_1 + N_2 = N_3; \quad N_2 = N_3 + N_1. \quad (21)$$

方程式 (21) 表示框架所传递的功率 N_3 和太阳轮所传递的功率 N_1 均传到齿圈上。