帮你学奥数

小学奥数与华杯赛通用

xiaoxueaoshuchaojijiaocheng xiaoxueaoshuchaojijiaocheng

小学奥数超级教程

CHAOJIJIAOCHENG

朱华伟 编著

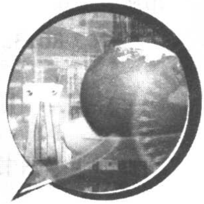
小学五年级

开明出版社

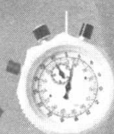
帮你学奥数

小学奥数与华杯赛通用

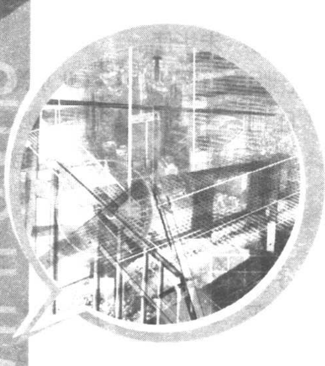
xiaoxueaoshuchaojijiaocheng xiaoxueaoshuchaojijiaocheng



小学奥数超级教程



朱华伟 编著



CHAOJIJIAOCHENG

小学五年级

开明出版社

图书在版编目（CIP）数据

“帮你学奥数”小学奥数超级教程．小学五年级卷/朱华伟编著．北京：开明出版社，2004.1

ISBN 7-80133-725-5

Ⅰ.帮… Ⅱ.朱… Ⅲ.数学课—小学—教学参考资料 Ⅳ.G624.511

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 107645 号

策　　划　焦向英

项目执行　柴　星　赵　菲

责任编辑　赵　菲

帮你学奥数

小学奥数超级教程——小学五年级卷

编著　朱华伟

出版　开明出版社（北京海淀区西三环北路 19 号）

印刷　三河市富华印刷包装有限公司

发行　新华书店北京发行所

开本　880×1230 毫米　1/32 开

印张　8.5

字数　251 千

版次　2004 年 1 月第 1 版　2004 年 1 月第 1 次印刷

书号　ISBN 7-80133-725-5/G·647

印数　00 001～20000 册

定价　10.50 元

前　言

数学被誉为科学的皇后。在人类文明的历史长河中，中华民族对数学的发展曾作出卓越的贡献。勾股定理、祖冲之圆周率、九章算术等丰硕成果无不闪射出其耀眼的光芒。新中国成立以来，中国的现代数学有了长足的发展，先后涌现出华罗庚、陈景润等一批著名数学家。数学大师陈省身教授曾预言："21世纪，中国必将成为数学大国。"中国中学生近年来在国际数学奥林匹克中的出色成绩，使人们相信陈省身教授的这一"猜想"将在本世纪得到证明。

由于计算机的出现，数学已不仅是一门科学，还是一种普适性的技术。从航空到家庭，从宇宙到原子，从大型工程到工商管理，无一不受惠于数学科学技术。高科学技术本质上是一种数学技术。美国科学院院士格里姆（J. Glimm）说："数学对经济竞争力至为重要，数学是一种关键的普遍使用的，并授予人能力的技术。"时至今日，数学已兼有科学与技术两种品质，这是其他学科少有的。数学对国家的贡献不仅在于富国，而且还在于强民。数学给予人们的不仅是知识，更重要的是能力，这种能力包括观察实验、收集信息、归纳类比、直觉判断、逻辑推理、建立模型和精确计算。这些能力的培养，将使人终身受益。这些能力的培养，必须从小抓起，从青少年抓起。而数学奥林匹克活动，则是培养这些能力的良好载体。

基于这样的想法，笔者以国内外小学数学奥林匹克为背景，以《全日制义务教育数学课程标准》的新理念新要求为准绳，根据多年培训数学奥林匹克选手的经验和体会，编写了这套奥数教程，既为学有余力且对数学感兴趣的小朋友提供了一个施展才华和提高数学解题能力的指导，也为参加数学竞赛的小朋友提供了一套科学实用

的培训教程。本丛书的读者对象范围很广，适用于备战各种小学数学竞赛的小朋友和老师。

本丛书分“教程”和“测试”两个系列，每个系列包括三年级卷、四年级卷、五年级卷、六年级卷、提高卷共五册，全套书共十册。

“教程”系列每册都以专题的形式编写，每章的主要栏目有：赛点突破、范例解密、超级训练。三至六年级卷的“超级训练”栏目中，题目根据难易程度分为A组、B组，A组较易，B组较难，供学生、老师和家长选择使用。全书后附有“超级训练”题目的详解。

“测试”系列中三至六年级测试卷每册分为两部分：第一部分为同步测试，是与“教程”中的专题对应设置的测试卷；第二部分为全真测试，精选了国内外最新小学数学奥林匹克试卷若干套。小学提高卷分两部分：第一部分为模拟测试，是作者自拟的40套试卷，并根据难易程度分为A组、B组，A组较易，B组较难；第二部分精选了难度较高的国内外最新小学数学奥林匹克试卷若干套。每套试卷都给出了详解。

问题是数学的心脏，数学奥林匹克是解题的竞赛。要提高解题能力，必须进行大量的训练。本丛书精选了具有代表性的经典例题，配备了足够的训练题和测试题。在这些题目中既有传统的名题，又有国内外近几年涌现的佳题，还有作者根据自己的教学实践编撰的新题。设置这些题目时，作者专门针对学生学习的实际，突出知识的重点、难点，以期达到提高的目的。

本丛书注重数学基础知识的巩固提高和数学思想方法的渗透，凸现科学精神和人文精神的融合，加强对学生学习兴趣、创新精神、实践能力、应用意识和分析、解决问题能力的培养。

数学大师陈省身教授为2002年8月在北京举行的第24届国际数学家大会题词：“数学好玩”。我们深信本丛书能让你品味到数学的无穷乐趣。著名数学家陈景润说得好：“数学的世界是变幻无穷的世界，其中的乐趣只有那些坚持不懈的人才能体会得到！”

朱华伟

2003年12月

朱华伟　广州大学教育软件研究所副研究员，特级教师，中国数学奥林匹克高级教练，博士研究生，享受国务院政府特殊津贴的专家。连续四届担任全国华罗庚金杯赛武汉队主教练，取得团体冠军，共辅导12名选手取得金牌，荣获"华罗庚金杯赛金牌教练奖"和"伯乐奖"。多次担任国际数学奥林匹克(IMO)中国队教练，作为96汉城国际数学竞赛中国队主教练，率队取得团体冠军和两枚金牌、一枚银牌、一枚铜牌的佳绩。在国内外共发表论文40余篇，翻译、编著图书60余册。

目　录

第 1 章　小数的巧算 ……………………………… (1)

第 2 章　图形的计数 ……………………………… (8)

第 3 章　周期性问题 ……………………………… (16)

第 4 章　奇数与偶数 ……………………………… (23)

第 5 章　枚举法 ……………………………… (30)

第 6 章　乘法原理 ……………………………… (39)

第 7 章　加法原理 ……………………………… (46)

第 8 章　图形与面积 ……………………………… (53)

第 9 章　图形的切拼 ……………………………… (64)

第 10 章　行程问题（一） ……………………………… (73)

第 11 章　行程问题（二） ……………………………… (80)

第 12 章　逻辑推理（一） ……………………………… (88)

第 13 章　逻辑推理（二） ……………………………… (99)

第 14 章　数的整除性 ……………………………… (116)

第 15 章　质数与合数 ……………………………… (123)

第 16 章　约数与倍数 ……………………………… (132)

第 17 章　带余数除法 ……………………………… (138)

第 18 章　中国剩余定理 ……………………………… (144)

第 19 章　观察与归纳 ……………………………… (149)

第 20 章　数列的求和 ……………………………… (161)

第 21 章　数列的分组 ……………………………… (169)

“超级训练”解答 ……………………………… (180)

第1章 小数的巧算

赛点突破

巧算就是用比较简便、巧妙的方法来计算. 小数的巧算除了可以运用整数四则运算的法则与巧算的方法之外，还可以运用小数的性质及运算的性质进行巧算.

1. 巧用运算律

在计算过程中，最常用的技巧是灵活熟练地运用运算律. 运算律有：

(1) 加法交换律：$a+b=b+a$

(2) 加法结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$

(3) 乘法交换律：$ab=ba$

(4) 乘法结合律：$(ab)c=a(bc)$

(5) 分配律：$a(b+c)=ab+ac$

计算时，首先应观察、分析参与运算的数的特征、排列顺序等，不妨交换一下各数的位置，或先算某几个数，后算另几个数，达到简化运算过程的目的.

2. 凑整与分拆

“凑整”就是指将算式中的数化成整数，如整十、整百等，其转化方法是对原式加、减、乘、除适当的数. 而“分拆”一般是指将算式中的数分为两个数的和或差，有时需先“分拆”后“凑整”. 如何进行合理的“分拆”与“凑整”，要依据具体的题目，以达到巧算为目的而确定.

3. 凑整与分解

“分解”是指将一个整数分为若干个数的积. 在乘法算式中有时需要先“分解”，再利用乘法交换律、结合律，改变运算次序进行“凑

整".

范例解密

1. 巧用运算律

例 1 计算 4.75－9.64＋(8.25－1.36)

分 析 题中通过去小括号，使 4.75 与 8.25 结合凑整，使 9.64 和 1.36 结合凑整，可运用减法的运算性质 $a-b-c=a-(b+c)$，使运算化难为易.

解 原式＝4.75＋8.25－9.64－1.36

＝(4.75＋8.25)－(9.64＋1.36)

＝13－11

＝2

评 注 这里值得提醒同学们注意的是，如果括号前面是减号，去括号时应根据下面的计算规则变化运算符号：

$$a-(b+c)=a-b-c$$

$$a-(b-c)=a-b+c$$

例 2 计算 3.71－2.74＋4.7＋5.29－0.26＋6.3

分 析 这是一道小数加减混合运算题，观察数字的特点，可以发现 3.71 和 5.29，4.7 和 6.3，2.74 和 0.26 可以凑成整数，运用加法的交换律和结合律及运用减法的运算性质，可以使计算简便.

解 原式＝3.71＋5.29＋4.7＋6.3－2.74－0.26

＝(3.71＋5.29)＋(4.7＋6.3)－(2.74＋0.26)

＝9＋11－3

＝17

例 3 计算 (5.25＋0.125＋5.75)×8

分 析 先在括号内运用加法交换律，再用分配律.

解 原式＝(5.25＋5.75＋0.125)×8

$=(11+0.125)\times 8$

$=11\times 8+0.125\times 8$

$=88+1$

$=89$

例 4 计算 $34.5\times 8.23-34.5+2.77\times 34.5$

分　析 题中的三项都有因数 34.5，容易想到把 34.5 作为公因数提取出来(把乘法分配律反过来用)，从而使计算简便.

解 原式$=34.5\times(8.23+2.77-1)$

$=34.5\times 10$

$=345$

例 5 计算 $6.25\times 0.16+264\times 0.0625+5.2\times 6.25+0.625\times 20$

分　析 根据积的变化规律："一个因数扩大若干倍，另一个因数缩小相同的倍数，积不变"的道理，264×0.0625 可改写为 2.64×6.25，0.625×20 可改写为 6.25×2，这样改写后，每个加数中都有相同的因数 6.25，再运用乘法分配律，把 6.25 提出来.

解 原式$=6.25\times 0.16+2.64\times 6.25+5.2\times 6.25+6.25\times 2$

$=6.25\times(0.16+2.64+5.2+2)$

$=6.25\times 10$

$=62.5$

评　注 从以上几例可以看出，运用运算定律和性质，改变原来的运算顺序，都是为了"凑整"，使运算简便. 为了"凑整"，有时还要"分拆".

2. 凑整与分拆

例 6 计算 $1998+199.8+19.98+1.998$

分析 1 四个加数都是由四个相同数字组成，只是小数点位置不同，运用积的变化规律，将 199.8，19.98，1.998 都变成 1998，再运用乘法分配律.

解法 1 原式＝1998＋1998×0.1＋1998×0.01＋1998×0.001

＝1998×(1＋0.1＋0.01＋0.001)

＝1998×1.111

＝(2000－2)×1.111

＝2000×1.111－2×1.111

＝2222－2.222

＝2222－(10－7.778)

＝2222－10＋7.778

＝2219.778

分析 2 用“凑整”的方法，1998 接近整千数 2000，其余各加数分别接近一个整数，可先把各加数看做与它接近的整数，再把多加的数减去.

解法 2 原式＝(2000－2)＋(200－0.2)＋(20－0.02)＋(2－0.002)

＝2222－2.222

＝2219.778

例 7 计算 13.5×9.9＋6.5×10.1

解 原式＝13.5×(10－0.1)＋6.5×(10＋0.1)

＝13.5×10－13.5×0.1＋6.5×10＋6.5×0.1

＝135－1.35＋65＋0.65

＝(135＋65)－(1.35－0.65)

＝200－0.7

＝199.3

3. 凑整与分解

例 8 计算 0.125×0.25×0.5×64

分 析 将式中出现的 0.125，0.25，0.5 等设法凑成整十、整百等数，注意到 64＝8×4×2，将 0.125 与 8 结合，0.25 与 4 结合，0.5 与 2 结合即可凑整.

解 原式＝0.125×0.25×0.5×(8×4×2)

$=(0.125\times8)\times(0.25\times4)\times(0.5\times2)$

$=1\times1\times1$

$=1$

例9 计算 $11.8\times43-860\times0.09$

分 析 观察题中的每一个数，我们发现：$860=43\times20$，可把20与0.09结合.

解 原式$=11.8\times43-43\times20\times0.09$

$=11.8\times43-43\times1.8$

$=43\times(11.8-1.8)$

$=43\times10$

$=430$

评 注 由上述例题可以看出，巧算的本质就是充分利用运算律和法则进行“凑整”，只是在很特例的情况下才可以进行. 这就要求我们不能只重视技巧，而忽视基本题或过程稍繁的计算题.

例10 下面有两个小数：

$a=\underbrace{0.00\cdots0}_{1996\text{个}0}125$ $\quad b=\underbrace{0.00\cdots0}_{2000\text{个}0}8$

试求 $a+b, a-b, a\times b, a\div b$.

分 析 只需记住小数的四则计算法则就能正确算出.

解 $a+b$, a 的小数点后面有1998位，b 的小数点后面有2000位. 小数加法要求数位对齐，然后按整数的加法法则计算，所以

$a+b=0.\underbrace{00\cdots012508}_{2000\text{位}}=\underbrace{0.00\cdots0}_{1996\text{个}0}12508$

$a-b$，方法与 $a+b$ 一样，数位对齐，还要注意退位和补零. 因为 $a=0.\underbrace{00\cdots0125}_{1998\text{位}}$, $b=0.\underbrace{00\cdots08}_{2000\text{位}}$，由 $12500-8=12492$，所以

$a-b=0.\underbrace{00\cdots12492}_{2000\text{位}}=\underbrace{0.00\cdots0}_{1996\text{个}0}12492$

$a\times b$，$a\times b$ 的小数点后面应该有 1998＋2000 位，但 $125\times8=1000$，所以

$$a\times b=0.\underbrace{00\cdots01000}_{1998+2000\text{位}}=0.\underbrace{00\cdots01}_{3995\text{个}0}$$

$a\div b$，将 a、b 同时扩大 $1\underbrace{00\cdots0}_{2000\text{个}0}$ 倍，得到

$$a\div b=12500\div8=1562.5$$

超级训练

A　组

1. 计算 $999\times87.5+87.5=$______.
2. 计算 $808\times0.125-1600\div16=$______.
3. 计算 $3.49+4.47+3.51+2.38+4.53+2.62=$______.
4. 计算 $732066\times55555\times(4-3.2\div0.8)=$______.
5. 计算 $0.45-[10-(0.2+6.37\div0.7)]\times0.5=$______.
6. 计算 $0.035\times935+0.035+3\times0.035+0.07\times61\times0.5=$______.
7. 计算 $19.98\times37-199.8\times1.9+1998\times0.82=$______.
8. 计算 $(8.4\times2.5+9.7)\div(1.05\div1.5+8.4\div0.28)=$______.

B　组

9. 计算 $26.25+73.75\times0.35+0.65\times73.5=$______.
10. 计算 $1.1+1.3+1.5+\cdots+9.9=$______.
11. 计算

$32.14+64.28\times0.5378\times0.25+0.5378\times64.28\times0.75-8\times64.28\times0.125\times0.5378=$______.

12. 计算 $0.888\times125\times73+999\times3=$______.
13. 计算（精确到小数点后第三位）

$0.1\dot{6}+0.\dot{1}+0.125+0.\dot{1}4285\dot{7}=$______.

14. 在小数点后依次写下整数 1，2，…，998，999，得到 0.123456789101112…998999，其中小数点右边第 1997 个数字是多少？

第2章 图形的计数

赛点突破

计数，就是数(shǔ)数．图形的计数就是数一数图形的个数．这类问题往往具有某种规律，需要我们细心观察，认真探索，才能发现规律．

范例解密

例 1 图 2-1 中有多少条线段？

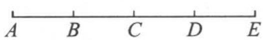


图 2-1

分　析 要正确解答这类问题，基本的要求是数数时要做到不遗漏、不重复，因此必须要有次序、有条理地进行．

解法 1 如果把图中的线段 AB，BC，CD，DE 叫做基本线段，那么本题共有下面几种情况：

由一条基本线段构成的：有 AB，BC，CD，DE 4 条，

由两条基本线段构成的：有 AC，BD，CE 3 条，

由三条基本线段构成的：有 AD，BE 2 条，

由四条基本线段构成的：有 AE 1 条．

所以一共有 $4+3+2+1=10$ 条．

解法 2 如果我们考虑这些线段的左端点，那么有下列几种可能：

左端点是 A：有 AB，AC，AD，AE 4 条，

左端点是 B：有 BC，BD，BE 3 条，

左端点是 C：有 CD，CE 2 条，

左端点是 D：有 DE 1 条

左端点是 E：不可能.

所以，一共有 $4+3+2+1=10$ 条.

当然，考虑右端点也是可以的，但不能同时考虑左右端点.

这样有次序地数，就保证了不漏、不重，答案正确.

评　注　如果直线上有 6 个点、10 个点、n 个点呢？不难看出这样的规律：有 6 个点，就有 $1+2+3+4+5=15$(条)线段；有 10 个点，就有 $1+2+3+4+\cdots+9=45$(条)线段；有 n 个点，就有

$$1+2+3+\cdots+(n-1)=\frac{1}{2}[1+(n-1)](n-1)=\frac{1}{2}n(n-1)$$

条线段.

如果我们把问题不限于某线段上的若干个点，那么这类问题还有更一般的情形：

在 n 个物体中，任意取出两个，那么共有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 种不同的取法.

例如，有 n 个人，每两个人都握一次手，那么他们共握 $\frac{n(n-1)}{2}$ 次手；在平面上有 n 个点，如果其中任何三点都不在同一直线上，那么过其中的任何两点作一条直线，一共可作 $\frac{n(n-1)}{2}$ 条直线.

从这个简单的例子可以看到，为了计数正确，我们可以把要计数的所有对象一一列举出来，然后计算总数，这种方法叫做枚举法. 运用枚举法时，务必要注意做到无一重复，无一遗漏. 为此常常要找到合理的分类方法，力求有规律、有次序地进行列举.

例 2　图 2-2 中有多少个锐角？

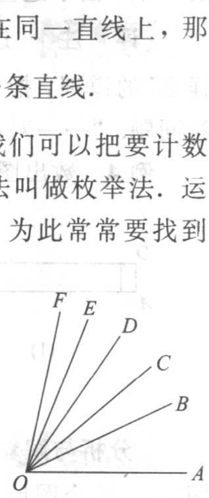


图 2-2

分　析　和直线上任意两点间的部分构成一条线段类似，这个图形上任意两条射线间的部分构成一个锐角. 所以我们可以仿例 1 数线段的方法来数这里的角.

解 以 OA 为始边的角有$\angle AOB$，$\angle AOC$，$\angle AOD$，$\angle AOE$，$\angle AOF$ 5 个；以 OB 为始边的角有$\angle BOC$，$\angle BOD$，$\angle BOE$，$\angle BOF$ 4 个；以 OC 为始边的角有$\angle COD$，$\angle COE$，$\angle COF$ 3 个；以 OD 为始边的角有$\angle DOE$，$\angle DOF$ 2 个；以 OE 为始边的有$\angle EOF$ 1 个．一共有 $5+4+3+2+1=15$ 个．

评　注 从例 2 可以找出这样的规律：一般地，从一点出发的射线如果有 n 条，组成角的个数为 $1+2+3+\cdots+(n-1)=\dfrac{n(n-1)}{2}$.

例 3 如图 2-3 中，P 为直线 AF 外的一点，点 B，C，D，E 都在线段 AF 上，把 P 和 A，B，C，D，E，F 分别连结起来，一共可得到多少个三角形？

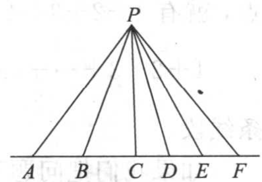


图 2-3

解 由例 1 可知，在直线 AF 上以 A，B，C，D，E，F 中的两点为端点的线段共有 $1+2+3+4+5=15$ 条，把其中每一条线段的两个端点分别和 P 连结，就可得到一个三角形，而且每一个三角形都有一条边是这些线段中的一条．由于这些线段共有 15 条，所以共有 15 个三角形．

评　注 这里我们把三角形与线段对应，根据“一一对应就一样多”的道理，把计算三角形个数的问题转化成了计算线段条数的熟悉问题．“一一对应”在这里起了桥梁作用．

例 4 数出图 2-4 中各有多少个长方形．

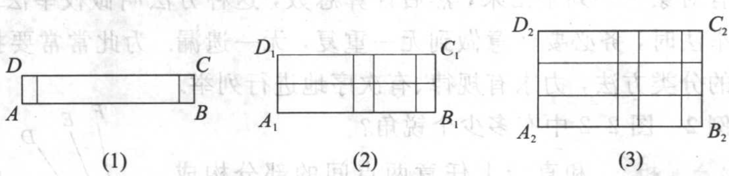


图 2-4

分析与解 数长方形的方法和数线段有很密切的联系．先看图(1)，这个图形中的长方形有一个相等的宽，以 AD 长度为宽的长方形个数，决定于 AB 上线段的条数．由于 AB 上线段有 $4+3+2+1$