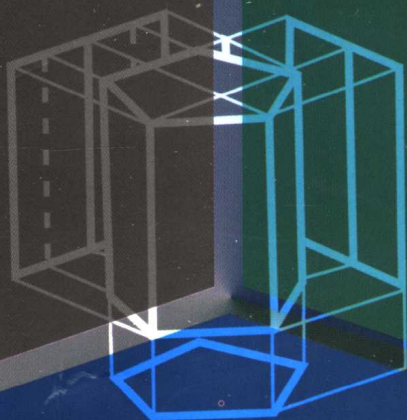


南京城市节奏科技有限公司 策划
周 佶 尹述平 主编

画法几何

HUAFAJIHE



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn
知识产权出版社
www.cnipr.com



画法几何

HUAFAJIHE

南京城市节奏科技有限公司 策划
周 信 尹述平 主编

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn
知识产权出版社
www.cnipr.com



内容提要

本书主要内容涵盖了点、线、面、体的正投影理论和实例。其中既有正投影也有标高投影的理论和实例。书中详细讲解了利用综合分析法和投影变换法解决几何元素的空间定位和度量等问题。为了满足目前教学改革的需要,本书压缩了一些不常用的传统内容,使得画法几何中和专业制图关系密切的内容更加充实,让学生学习“画法几何及工程制图”课程时更易、更快、更好,为专业制图打好坚实的理论基础。

本书可作为高等工业院校各土木工程建筑类专业的“画法几何及工程制图”课程的教科书或教学参考书。

与本书配套的《画法几何习题集》将另册同时出版。

策划编辑: 南京城市节奏科技有限公司

责任编辑: 敖三妹

图书在版编目(CIP)数据

画法几何 / 周诒等主编. - 北京: 中国水利水电出版社: 知识产权出版社, 2003
ISBN 7-5084-1720-8

I. 画… II. 周… III. 画法几何-高等学校-教材 IV. 0185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 086650 号

画法几何

南京城市节奏科技有限公司 策划

周诒 尹述平 主编

中国水利水电出版社 出版、发行 (北京市西城区三里河路 6 号; 电话: 010-68331835 68357319)
知识产权出版社 (北京市海淀区蓟门桥西土城路 6 号; 电话: 010-62024794)

全国各地新华书店和相关出版物销售网点经销

北京市兴怀印刷厂印刷

787mm×1092mm 16 开 8.5 印张 202 千字

2003 年 9 月第 1 版 2003 年 9 月第 1 次印刷

印数: 0001—4000 册

定价: 18.00 元

ISBN 7-5084-1720-8

TU·119

版权所有 侵权必究

如有印装质量问题, 可寄中国水利水电出版社营销中心调换

(邮政编码: 100044, 电子邮件: sales@waterpub.com.cn)

前 言

为了适应教育改革的需要,我们依据教育部制订的《画法几何课程教学大纲》的要求,编写了本教材。考虑到目前高等学校扩大招生后出现的新情况和新要求,本教材对画法几何的投影理论作了系统的阐述。针对目前工科院校学生学习画法几何时出现的问题,我们对相关的内容重新作了编排。为了便于学生学习和教师讲解,增强了对实例求解过程的描述,并对学生普遍认为比较困难的问题,增加了多种解题方法和解题思路。并根据土建制图的要求增加了标高投影部分的内容。

为了便于学习和复习,每一章节的开头,增加了章节的要点和提示,使得学习目标明确,重点突出,更易于学习和掌握。

本教材内容充实、重点突出。为了使图样清晰,增大了插图的尺寸,既方便了教师讲解,也方便了学生自学。

与本教材配套的《画法几何习题集》将另册同时出版。

本教材由南京工业大学周信、尹述平主编。其中第一、三、五、七、八、九、十一章由周信编写;第二、四、六、十章由尹述平编写。

由于编者的水平所限,加之时间仓促,书中错误不当之处在所难免,恳请读者批评指正。如有疑问请通过电子邮件与作者联系。

E-mail: zhouji@cce.njut.edu.cn。

南京工业大学 周信 尹述平

2003年7月

目 录

前 言

第一章 投影的基本知识	1
本章要点	1
1.1 投影	1
1.1.1 投影的形成	1
1.1.2 投影的分类	2
1.2 平行投影的基本特性	3
1.2.1 实形性	3
1.2.2 积聚性	3
1.2.3 同素性	3
1.2.4 平行性	3
1.3 三面投影	4
1.3.1 三面投影体系	4
1.3.2 投影关系	5
第二章 点	7
本章要点	7
2.1 点的投影	7
2.1.1 点的两面投影	7
2.1.2 点的三面投影	8
2.1.3 点的投影与直角坐标的关系	9
2.1.4 特殊位置点的投影	11
2.2 两点的相对位置	12
2.2.1 两点的相对位置	12
2.2.2 重影点	13
第三章 直线	16
本章要点	16
3.1 直线的投影特性	16
3.2 直线相对投影面的位置	17
3.3 直角三角形法	18
3.4 特殊位置的直线	22
3.4.1 投影面平行线	23

3.4.2 投影面垂直线	23
3.5 直线上点	24
3.6 两直线的相对位置	26
3.6.1 两直线相互平行	26
3.6.2 两直线相交	27
3.6.3 两直线交叉	28
3.6.4 两直线垂直	28
第四章 平面	31
本章要点	31
4.1 平面的表示法	31
4.1.1 几何元素表示平面	31
4.1.2 迹线表示平面	31
4.2 各种位置平面	32
4.2.1 一般位置平面	32
4.2.2 投影面垂直面	32
4.2.3 投影面平行面	33
4.3 平面内的点和线	35
4.3.1 取平面内的点和线	35
4.3.2 平面内的投影面平行线	36
4.3.3 平面内的最大斜度线	37
第五章 点、线、面综合问题	40
本章要点	40
5.1 平行问题	40
5.1.1 直线与平面平行	40
5.1.2 平面与平面平行	40
5.2 垂直问题	41
5.2.1 直线与平面垂直	41
5.2.2 平面与平面垂直	42
5.3 相交问题	43
5.3.1 一般位置直线与投影面垂直面相交	43
5.3.2 投影面垂直线与一般位置平面相交	44
5.3.3 两投影面垂直面相交	44
5.3.4 投影面垂直面和一般位置平面相交	44
5.3.5 一般位置直线和一般位置平面相交	45
5.3.6 两个一般位置平面相交	46
5.4 点、线、面有关问题的综合分析法	47
5.4.1 具有特殊位置的几何元素的度量类和定位类问题	48

5.4.2	一般位置的点到直线的距离问题	48
5.4.3	一般位置的点到平面的距离问题	49
5.4.4	一般位置的两直线的夹角问题	50
5.4.5	定位类问题的轨迹解法	50
第六章	投影变换	54
本章要点		54
6.1	概述	54
6.2	换面法	55
6.2.1	换面法的基本概念	55
6.2.2	点的变换	56
6.2.3	直线的变换	57
6.2.4	平面的变换	59
6.3	换面法解题举例	61
第七章	立体	65
本章要点		65
7.1	平面立体的投影特性	65
7.1.1	棱柱体的投影特性	65
7.1.2	棱柱体投影的可见性判别	66
7.1.3	棱锥体的投影特性	69
7.1.4	棱锥体投影的可见性判别	70
7.2	曲面立体的投影特性	71
7.2.1	圆柱体的投影特性及可见性判别	71
7.2.2	圆锥体的投影特性及可见性判别	71
7.2.3	圆球和圆环体的投影特性及可见性判别	72
7.3	平面立体表面上的点和线	73
7.3.1	有积聚性平面立体表面上的点和线	73
7.3.2	无积聚性平面立体表面上的点和线	73
7.4	曲面立体表面上的点和线	74
7.4.1	有积聚性的曲面立体表面上的点和线	74
7.4.2	无积聚性的曲面立体表面上的点和线	75
7.5	立体表面的展开	76
7.5.1	棱柱体表面的展开	76
7.5.2	棱锥体表面的展开	77
7.5.3	圆锥体表面的展开	78
7.6	螺旋面和螺旋楼梯	78
第八章	平面、直线与立体相交	80
本章要点		80

8.1 平面与平面立体相交	80
8.1.1 平面与棱柱体相交	80
8.1.2 平面与棱锥体相交	81
8.2 平面与曲面立体相交	82
8.2.1 平面和圆柱相交	84
8.2.2 平面和圆锥相交	85
8.3 直线与立体相交	86
8.3.1 平面立体的贯穿点	86
8.3.2 曲面立体的贯穿点	87
第九章 立体与立体相交	90
本章要点	90
9.1 立体的贯通孔和切口	91
9.1.1 平面体的贯通孔和切口	91
9.1.2 曲面立体的切口	92
9.2 平面立体与平面立体的相贯线	94
9.2.1 截交线法	94
9.2.2 贯穿点法	95
9.3 平面立体与曲面立体和两曲面立体的相贯线	98
9.3.1 平面立体与曲面立体的相贯线	98
9.3.2 两曲面立体的相贯线	99
第十章 轴测投影	103
本章要点	103
10.1 轴测投影的基本知识	103
10.1.1 轴测图的形成	104
10.1.2 轴间角和轴向变形系数	104
10.1.3 轴测投影的特性	105
10.1.4 轴测图的分类	105
10.2 正等测	106
10.2.1 轴间角和简化伸缩系数	106
10.2.2 平行于坐标面的圆的正等测	106
10.2.3 正等测图的画法	107
10.3 斜二测	111
10.3.1 轴间角和简化伸缩系数	111
10.3.2 平行于坐标面的圆的斜二测	111
10.3.3 斜二测的画法	113
第十一章 标高投影	115
本章要点	115

11.1 点和直线的标高投影	115
11.1.1 点的标高投影	115
11.1.2 直线的标高投影	116
11.2 平面和平面立体的标高投影	117
11.2.1 平面的标高投影	117
11.2.2 平面立体的标高投影	120
11.3 曲面和曲面立体的标高投影	120
11.3.1 曲线的标高投影	120
11.3.2 曲面的标高投影	120
11.4 地形图与同坡曲面	121
11.4.1 地形图	121
11.4.2 同坡曲面	122

第一章 投影的基本知识



- ◆ 投影概念
- ◆ 投影的分类
- ◆ 平行投影的四个基本特性
- ◆ 三面投影体系
- ◆ 投影图的投影关系

在工程实践中,由于工程设计和生产施工经常是由不同的群体完成。群体内和群体间需要交流,而像地面、建筑物、机器等的形状、大小、位置等信息,很难用语言或文字来表达,而图形是最佳的表达形式。当研究空间物体如何用图形来表达时,由于空间物体的形状、大小和相互位置等各不相同,不便以个别物体来逐一研究。为了使得研究时易于做到正确、深刻和完全,以及所得结论能广泛地应用于所有物体,需采用几何学中将空间物体综合和概括成抽象的点、线、面、体等几何形体的方法。研究这些几何形体在平面上如何用图形来表达,以及如何通过作图来解决它们的几何问题。这种研究在平面上用图形表达空间几何形体和运用几何作图解决空间几何问题的学科,称为**画法几何**。

画法几何是工程制图不可或缺的基础。画法几何及工程制图对于高等工科学校的学生来说,无论在专业课的学习、设计和生产实习中,还是在毕业后的工作岗位上,都是必不可少的重要基础技术课。是工科院校的主干课程之一。课程主要培养学生图示空间形体和图解空间几何问题的能力;正确地使用绘图工具和仪器,掌握绘图的技巧和方法;以及绘制和阅读工程图的能力,进一步培养空间想像能力和逻辑思维能力。

1.1 投影

1.1.1 投影的形成

投影的形成来源于日常的自然现象,当光线照射物体时,就会在地上产生影子,如图 1.1.1 所示。影子只能反映物体的外轮廓,人们在这种自然现象的基础之上,对影子的产生过程进行了科学的抽象,即将光线抽象为**投射线**,将物体抽象为**形体**,将地面抽象为**投影面**,于是创造出投影的方法。如图 1.1.2 所示。投射线、形体、投影面是投影的三要素。

投影能把形体上的点、线、面都显示出来,所以在平面上可以利用投影图把空间形体的几何形状和大小表示出来。

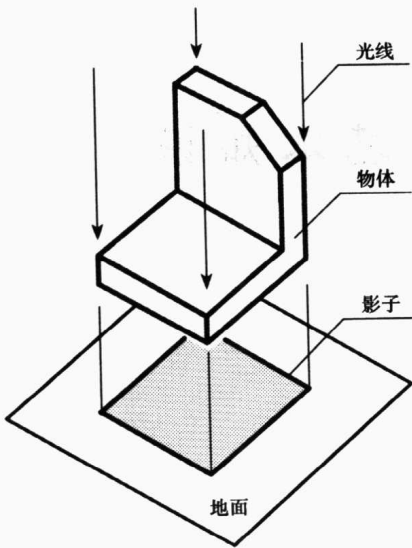


图 1.1.1 影子

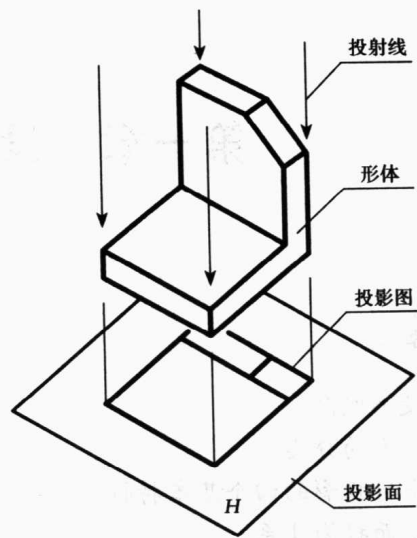


图 1.1.2 投影

1.1.2 投影的分类

按照投射线的关系投影可以划分为中心投影、平行投影。

当投射线都是从一点发出时称为中心投影，如图 1.1.3 所示。

当投射线相互平行时称为平行投影，如图 1.1.4 所示。在平行投影中，又根据投射线与投影面之间的相对位置分为斜投影、正投影，如图 1.1.4 所示。

当投射线和投影面倾斜时称为斜投影，如图 1.1.4 (a) 所示；当投射线和投影面垂直时称为正投影，如图 1.1.4 (b) 所示。

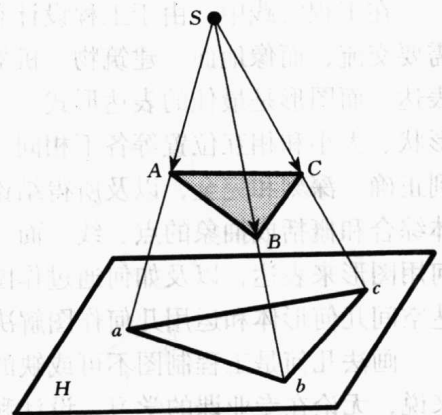
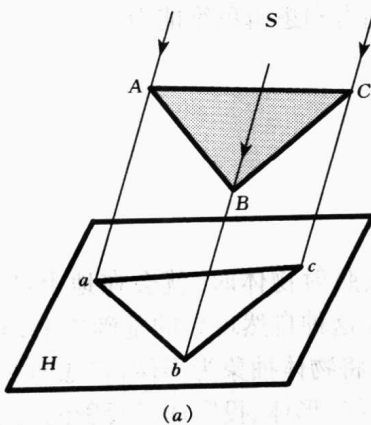
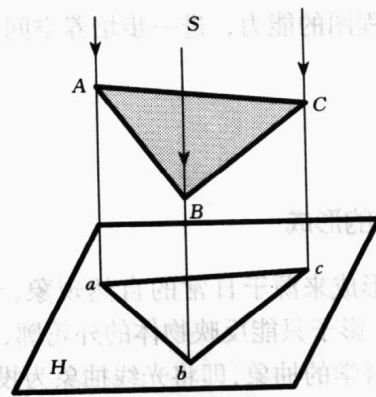


图 1.1.3 中心投影



(a)



(b)

图 1.1.4 平行投影
(a) 斜投影；(b) 正投影



1.2 平行投影的基本特性

1.2.1 实形性

当直线或平面平行于投影面时，其投影反映实长或实形。如图 1.2.1 所示。直线 AB 平行于投影面 H ，其投影 ab 反映 AB 的真实长度，即 $ab = AB$ 。平面 $\triangle CDE$ 平行于 H 面，其投影 $\triangle cde \cong \triangle CDE$ 。

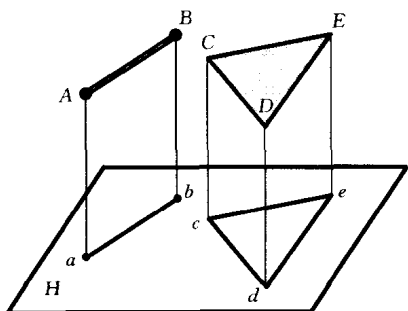


图 1.2.1 实形性

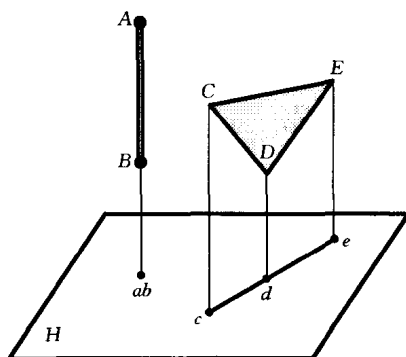


图 1.2.2 积聚性

1.2.2 积聚性

当直线或平面平行于投射射线，或正投影中垂直于投影面时，其投影积聚为一点或一直线，如图 1.2.2 所示。直线 AB 和平面 $\triangle CDE$ 垂直于投影面而产生积聚性，直线积聚为一点，平面积聚为一直线。

1.2.3 同素性

一般情况下，直线或平面不平行于投射射线，其投影仍为直线或平面。当直线或平面不平行于投影面时，其投影不反映实长或实形。如图 1.2.3 所示。直线 AB 不平行于投射射线，也不平行于 H 面，故其投影 $ab \neq AB$ 。平面 $\triangle CDE$ 不平行于投射射线，亦不平行于 H 面，其投影 $\triangle cde$ 不反映 $\triangle CDE$ 的实形，是其类似形。

1.2.4 平行性

当空间两直线互相平行时，它们的投影仍互相平行，而且它们的投影长度之比等于空间长度之比。如图 1.2.4 所示。空间两直线 $AB \parallel CD$ ，它们的投影 $ab \parallel cd$ ，且 $ab : cd = AB : CD$ 。

由于正投影属于平行投影，因此以上性质同样适用于正投影。

本书的内容主要针对于正投影，若无特别说明，所谓的“投影”均指“正投影”。

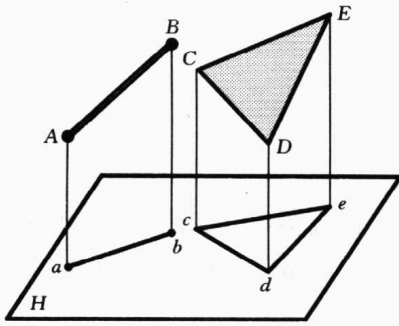


图 1.2.3 同素性

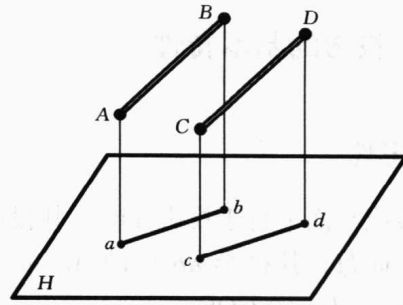


图 1.2.4 平行性

1.3 三面投影

1.3.1 三面投影体系

由于空间物体是三维的，而投影是二维的，因此只用一个投影是不能完全确定空间物体的形状和大小的。为此，需设立三个互相垂直的平面作为投影面，如图 1.3.1 所示。水平投影面用 H 标记，简称水平面或 H 面；正立投影面用 V 标记，简称正面或 V 面；侧立投影面用 W 标记，简称侧面或 W 面。两投影面的交线称为投影轴， H 面与 V 面的交线为 OX 轴， H 面与 W 面的交线为 OY 轴， V 面与 W 面的交线为 OZ 轴，三轴的交点为原点 O 。

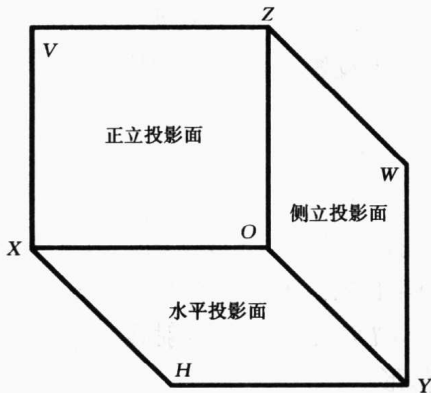


图 1.3.1 三面投影体系

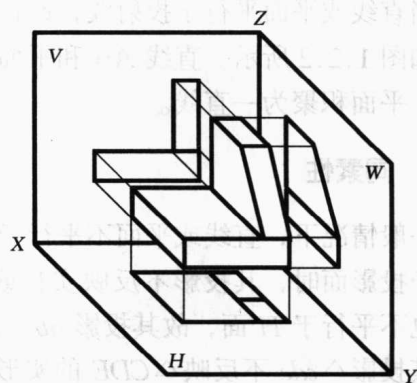


图 1.3.2 形体的三面投影

将形体放置于三面投影体系中，从上向下投影在 H 面上得到 H 面投影，称为水平投影；从前向后投影在 V 面上得到 V 面投影，称为正面投影；从左向右投影在 W 面上得到 W 面投影，称为侧面投影。如图 1.3.2 所示。

绘图时，需要将空间的三个投影展开并使得它们位于同一平面上，展开后的形式如图 1.3.3 所示。展开时以 V 面为准，将 W 面和 H 面分别向后和向下展开到 V 面所在的平



面上。此时，由于 Y 轴被剪开，故在 H 投影面和 W 投影面中都有 Y 轴存在，为了区别起见，将 H 面中的 Y 轴标记为 Y_H ，W 面中的 Y 轴标记为 Y_W 。

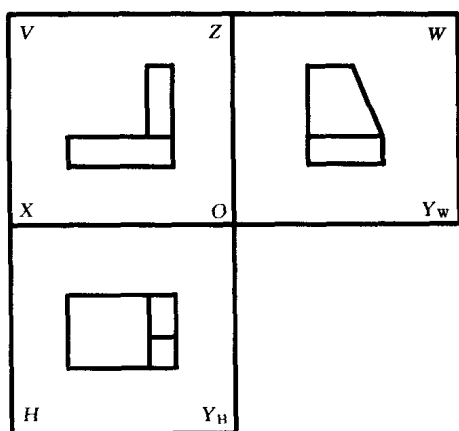


图 1.3.3 投影图的展开

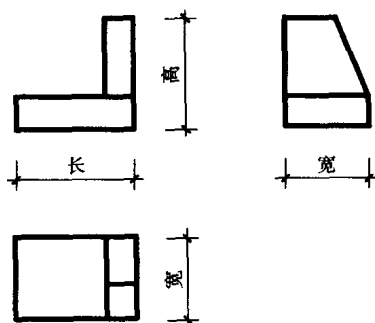


图 1.3.4 三面投影图相互之间的关系

1.3.2 投影关系

在三面投影体系中，形体的 X 轴向尺寸称为长度，Y 轴向尺寸称为宽度，Z 轴向尺寸称为高度。根据形体的三面投影图可以看出： H 投影位于 V 投影的下方，且都反映形体的长度，应保持“长对正”的关系； W 投影位于 V 投影的右方，且都反映形体的高度，应保持“高平齐”的关系； H 投影和 W 投影虽然位置不直接对应，但都反映形体的宽度，必须符合“宽相等”的关系。如图 1.3.4 所示。

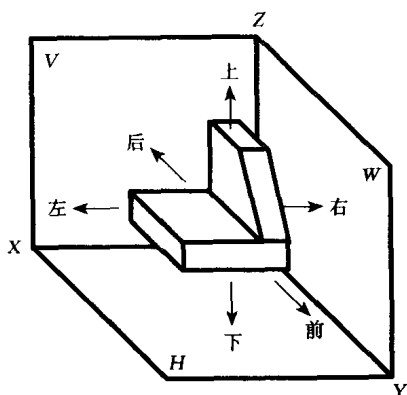


图 1.3.5 空间方位关系

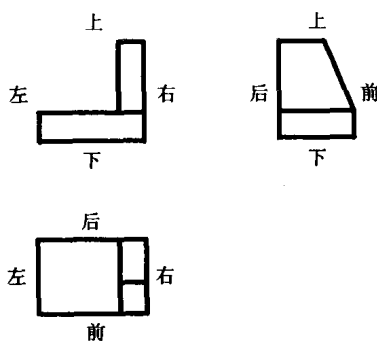


图 1.3.6 投影图的方位关系

“长对正、高平齐、宽相等”是形体的三面投影图之间最基本的投影关系，也是画图和读图的基础。无论是形体的总体轮廓还是各个局部都必须符合这样的投影关系。

形体在三面投影体系中的位置确定后，对观察者而言，它在空间就有上、下、左、



右、前、后六个方位，如图 1.3.5 所示。这六个方位关系也反映在形体的三面投影图中，每个投影只反映其中四个方位。V 面投影反映上下和左右关系，H 面投影反映左右和前后关系，W 面投影反映上下和前后关系。如图 1.3.6 所示。

第二章 点



- ※ 点的投影特性：①点的投影连线垂直于投影轴；②点的投影到投影轴的距离 = 空间点到相邻投影面的距离。
- ※ 点的投影与直角坐标的关系：点的投影与直角坐标之间是一一对应的，已知点的投影，就可以求出它的坐标；反之，已知点的坐标，就可以求出它的投影。
- ※ 两点之间的相对位置：左右、前后、上下三个方向的坐标差，即是两点对投影面的距离差。根据距离差，可以判断两点之间的相对位置关系；或已知一点及两点之间的坐标差，就可以求出另一点。
- ※ 重影点：利用坐标差判别可见性。

2.1 点的投影

点是最基本的几何元素，下面从点开始讲解正投影法的建立及基本原理。

如图 2.1.1 所示，由空间点 A 和 H 平面，可以作出 A 的正投影 a 。反之，若已知 A 点的投影 a ，是不能唯一确定 A 点的空间位置的。即仅已知点的一个投影，是不能确定空间点的位置。

因此，通常建立两个或多个相互垂直的投影面，将几何形体向这些投影面作正投影，形成多面正投影。

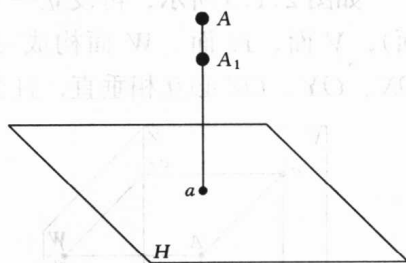


图 2.1.1 点的投影

2.1.1 点的两面投影

如图 2.1.2 所示，在 V 、 H 两面投影体系中，由空间点 A 作垂直于 V 面、 H 面的投射射线 Aa' 、 Aa ，分别交 V 面、 H 面为 a' 、 a 。 a' 即为 A 点的正面投影（ V 面投影）， a 为 A 点的水平投影（ H 面投影）。

由于平面 $Aa'a$ 分别与 V 面、 H 面垂直，所以这三个互相垂直的平面必相交于一点 a_X ，且 $a_Xa' \perp OX$ 、 $a_Xa \perp OX$ 。又因为 Aaa_Xa' 是矩形，所以 $a_Xa' = Aa$ 、 $a_Xa = Aa'$ 。即：

点 A 到 H 面的距离 = A 点的 V 面投影 a' 到投影轴 OX 的距离
点 A 到 V 面的距离 = A 点的 H 面投影 a 到投影轴 OX 的距离

V 面不动，将 H 面绕 OX 轴向后、向下转至与 V 面平齐，如图 2.1.2 (b) 所示，这样就得到 A 点的两面投影展开图。因为过 OX 轴上的一点 a_X 只能作一条垂线，故 a' 、

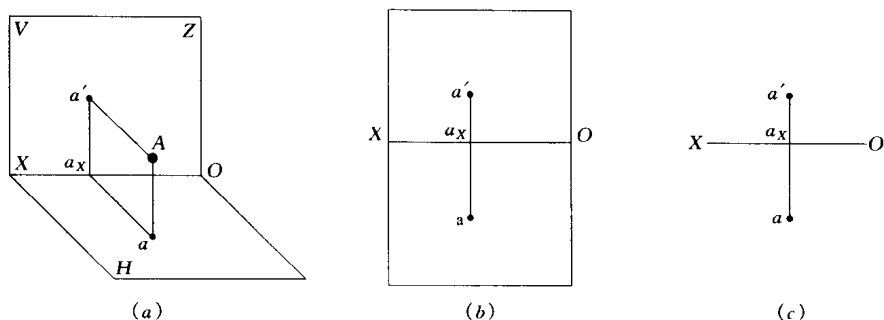


图 2.1.2 点的两面投影
(a) 空间状况; (b) 展开图; (c) 投影图

a_x 、 a 共线。即 $a'a \perp OX$ 轴。相互垂直的两个投影面上的投影，在投影面展开成同一平面后，两投影的连线，称为投影连线。

在实际画图时，不必画出投影面的边框。如图 2.1.2 (c) 所示，即为 A 点的投影图。

通过上述分析，可得出点的两面投影特性：

- (1) 点的投影连线垂直于投影轴。
 - (2) 点到投影面的距离 = 点的投影到相应投影轴的距离。
- 已知点的两面投影，就能唯一确定该点的位置。

2.1.2 点的三面投影

如图 2.1.3 所示，再设立一个与 V 面、 H 面都垂直的侧立投影面（或称侧面或 W 面）， V 面、 H 面、 W 面构成三投影面体系。三个投影面之间的交线，即三条投影轴 OX 、 OY 、 OZ 必互相垂直，且交于点 O 。

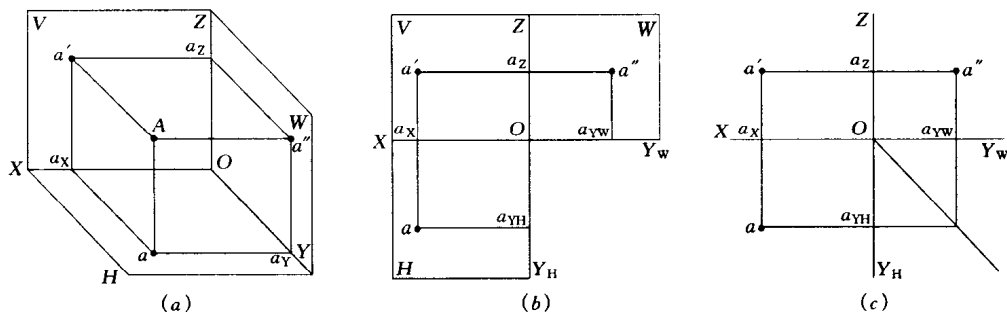


图 2.1.3 点的三面投影
(a) 空间状况; (b) 展开图; (c) 投影图

由 A 分别作 V 、 H 、 W 面的投射射线交 V 面于 a' ，交 H 面于 a ，交 W 面于 a'' 。 a 、 a' 、 a'' 为 A 点的三面投影。从图 2.1.3 (a) 看出，三个投影及投射射线共同构成一个长方体 $Aaa_xa'az_a''a_yO$ 。

就像两投影面体系中 H 面的展开一样，在三投影面体系中，再将 W 面绕 W 面与 V