

SHUXUE ZIXI YU FUDAO

数学

自习与辅导

初中代数
(第一册)
周继光 编

上海科学技术出版社

数 学 自 习 与 辅 导

初 中 代 数

(第 一 册)

周 继 光 编

上海科学技术出版社

数学自习与辅导

初中代数

(第一册)

周继光 编

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

新华书店上海发行所发行 无锡县人民印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 8 字数 175,000

1985年4月第1版 1985年4月第1次印刷

印数 1-311,000

统一书号: 13119·1211 定价: 1.15 元

前 言

本书是配合现行初中代数第一册的学习辅导读物。在内容上, 为使学生有一个承上启下的衔接, 特地增编了一章“小学数学复习”。

在教学实践中, 我们发现初学代数者往往存在各种问题。如算术四则基础较差, 影响代数的入门; 抽象思维薄弱, “字母表示数”过不了关; 缺乏良好的学习习惯和方法; 因轻视基本概念和原理的学习, 造成综合运用基础知识的能力比较弱等等。本书针对学生在学习中的问题或容易疏漏的地方, 有目的地进行辅导。

为了帮助学生掌握基础知识和基本方法, 各章除了对重点、难点和应注意的关键问题作扼要的说明外, 还配有“学习指导与例题”、“基本练习题”、“复习练习题”和“自我检查题”, 书末附有答案。

“学习指导与例题”是选择若干典型性、代表性、针对性较强的题目, 结合基本概念和解题规律, 提出分析问题的思考方法; “基本练习题”为课本习题填补台阶, 帮助学生正确理解和掌握概念; “复习练习题”大部分与课本的习题或复习题要求相当, 但也有一部分习题(打*的)比较灵活, 需要综合思考和较强的解题技巧; “自我检查题”知识覆盖面较大, 具有一定的综合性, 有助于学生自我检测学习效果。上述各类习题均按由浅入深、由易到难的循序编排, 既注意“阶段性”与“综合性”相结合, 又有适当归类与引伸, 有利于学生加深对概念的理解和综合运用知识能力的提高。

本书既能引起学生自学的兴趣，也便于家长针对子女的学习实际选题辅导，同时可供教师在对学复习指导时参考，也适合厂矿企业文化补习班选用。

本书在编写过程中曾得到姚善源老师以及夏明德、张福生同志的帮助和指点，在此表示感谢。

限于编者水平，时间仓促，不免出现错误或不妥之处，诚恳地希望读者批评指正。

编 者

一九八四年三月

目 录

一、小学数学复习	1
1.1 自然数和零	3
1.2 分数	8
1.3 整数、小数、分数的四则运算	11
自我检查题	20
二、有理数	28
2.1 有理数的意义	26
2.2 有理数的运算	43
复习练习题	82
自我检查题	98
三、整式的加减	92
3.1 整式	92
3.2 整式的加减	103
复习练习题	124
自我检查题	131
四、一元一次方程	126
4.1 一元一次方程的解法	136
4.2 列一元一次方程解应用题	165
复习练习题	187
自我检查题	192
五、一元一次不等式	196
复习练习题	214
自我检查题	219
习题解答	222

一、小学数学复习

我们在小学里学过算术，现在进了中学要学习一门新的学科——代数。那么什么是代数呢？代数是数学的一门分科，和算术一样，代数也是研究数量运算规律的科学，它是算术的继续。代数和算术虽然是二门学科，但它们是紧密相连的，例如代数第一章有理数的概念和运算就离不开小学算术里整数、小数、分数的有关概念和运算，可见要学好代数，必须有比较扎实的算术基础。因此在学习代数之前系统地复习小学算术是很有必要的，它将有利于中、小学数学学习的衔接。

复习算术时要注意以下几点：

① 要有重点 小学算术有以下三个主要内容：数的概念与运算；应用题；几何初步知识。这次复习要集中力量复习数的概念与运算，为学习有理数打好扎实的基础，另外两部分内容的复习可以分别安排在学习“列方程解应用题”和“几何”之前进行。这样安排复习，要求明确、重点突出，有利于大家一开始就取得学好代数的主动权。

② 要有针对性 在小学里，有的同学不重视概念的理解，只会死记硬背，遇到问题只知其然而不知其所以然；有的同学不重视计算或计算不熟练，经常出错，总归咎于“粗心大意”。这些毛病对学好代数都是很不利。在复习中要查漏补缺，各人针对存在的问题，切切实实地弥补自己在算术学习中的弱点。

③ 要“温故知新” 复习不应该只是知识的简单重复, 要达到“温故知新”的目的。建议在复习数的概念时要加强归纳与对比, 掌握各种数的内在联系; 在复习数的运算时, 要以运算定律为线索注意总结规律, 吸取计算错误的教训, 寻找防止计算错误的办法。例如在小数和分数的混合运算中, 什么时候把分数化成小数、什么时候把小数化成分数做比较简便? 值得提出的是, 算术里我们已经接触过用字母表示数, 如果我们在复习中经常用字母表示数的方法来总结一些规律, 会使我们对概念与法则的认识更加深化, 它将带领我们进入一个新的天地——代数。总之, 通过复习要努力使自己掌握的知识更系统化, 能在原有的基础上更上一层楼。

④ 要学会“思考” 在算术学习中, 有的学生不注意学习方法, 缺乏良好的学习习惯, 他们只会算答数, 不会想问题, 因而不能很快适应中学的学习。所以我们在复习旧知识的同时, 更要重视培养观察、分析、思考的能力。在算术里可以进一步思考的问题很多, 例如, 怎样的计算方法比较合理? 每一计算步骤依据哪一条运算定律? 又如, 小学算术里学习了被 2、5 和 3 整除的数的特征, 那么被 4、25 和 9 整除的数的特征又是什么呢? ……。通过对这些问题的思考, 思维能力一定会有所提高。

此外, 在以后学习代数过程中, 还应联系算术知识不断进行回顾、对比, 多问几个为什么? 这对弄清代数与算术的联系与区别, 体会代数的优越性, 从而明确学习代数的目的是大有好处的。

本章包括“复习要点与指导”“复习练习题”和“自我检查题”三部分。

复习时注意不要为解题而解题, 宁可少做几道, 但每做一

道题,都要使自己有所得.

“自我检查题”是用来检查复习效果用的,分 A、B 两组,学生可以根据实际情况选用.

1.1 自然数和零

复习要点与指导

(1) 自然数、自然数的单位,零,自然数列与扩大的自然数列.

(2) 整除,倍数和约数,被 2、5 和 3 整除的数的特征,奇数和偶数.

(3) 质数和合数,质因数,分解质因数.

(4) 公约数、最大公约数,公倍数、最小公倍数,用短除法求最大公约数和最小公倍数.

思考题 1.1

(1) ① 有没有最小的自然数,它是什么数? 有没有最大的自然数? 为什么?

② 能不能按从小到大的次序把自然数排成一个自然数列?

③ 在自然数范围内加法、减法、乘法的结果仍是自然数吗?

(2) ① 零和自然数有什么关系?

② 自然数都是整数,反过来整数是否都是自然数呢?

(3) ① 两个数都能被同一个数整除,那么它们的和与差能不能被这个数整除? 举例说明.

② 两个数都不能被同一个数整除,那么它们的和与差能不能被这个数整除? 举例说明.

③ 在加法里,如果有一个加数不能被某一个数整除,其他的加数都能被这个数整除,那么这些加数的和能不能被这个数整除? 举例说明.

(4) ① 在一个自然数 n 的约数集合里,有没有最大的约数,有没

有最小的约数？如果有，说出是什么数。

② 在自然数 n 的倍数集合里，有没有最大的倍数，有没有最小的倍数？如果有，说出是什么数；如果没有，说明为什么？

(5) ① 先观察一批能被 4 和 25 整除的数的末两位数，再观察一批能被 8 和 125 整除的数的末三位数，然后说出被 4 和 25、8 和 125 整除的数的特征。

② 先观察一批能够被 9 整除的数的各位上的数的和，然后说出被 9 整除的数的特征。

(6) ① 自然数按它能否被 2 整除可以分成哪两种数？奇数和偶数是否都是自然数？

② 奇数与偶数，偶数与偶数，奇数与奇数的和、差、积是奇数还是偶数？为什么？

③* 在自然数集合内，奇数和偶数一样多，你相信吗？为什么？

(7) ① 自然数按它的约数个数的情况可以分成哪几类？质数和合数是否都是自然数？

② 一个数能否既是质数，又是偶数？如果可能，它是些什么数？

③ 两个质数是否一定是互质？两个合数呢？

(8) ①* 两个数的最大公约数和最小公倍数与这两个数之间有什么关系？

② 求 12、18 和 36 的最小公倍数。下面的解法，哪一个对？为什么？

4		12	18	36
3		3	18	9
3		1	6	3
		1	2	1

$$\therefore \text{最小公倍数} = 4 \times 3^2 \times 2 = 72$$

2		12	18	36
2		6	9	18
3		3	9	9
3		1	3	3
		1	1	1

$$\therefore \text{最小公倍数} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

复习练习题 1.1

A 组

(1) ① 80,000,000,000 读作_____;

② “七十亿零六万三千四百点五”写作_____;

③ “三亿三千二百二十万五千吨”写作_____万吨.

(2) 三个连续自然数里中间的一个数分别是下列各数, 用阿拉伯数字写出这三个数.

① 八十万四千零三十;

② 九亿零九十九万九千九百九十九;

③ 中间一个自然数是 a , 则另外两个自然数是什么?

(3) ① 在下列各数中, 分别写出 2、3 和 5 的倍数.

15、51、180、264、386、415、540、1001;

② 上列各数哪些是 4、8 和 9 的倍数?

(4) ① 45 的约数有多少个? 把这些约数全部填在下面的大括号内: 45 的约数组成的集合 = { _____ };

② 45 的倍数有多少个? 写出其中较小的五个倍数. 45 的倍数组成的集合 = { _____ };

(5) 在五位数 $3427*$ 里, $*$ 表示它的个位数字, 当它是哪些数字时, 这个数就成为 ① 2 的倍数, ② 3 的倍数, ③ 4 的倍数, ④ 5 的倍数, ⑤ 8 的倍数, ⑥ 9 的倍数, ⑦ 10 的倍数, ⑧ $*11$ 的倍数.

(6) 写出在 113 与 131 之间

① 所有的偶数;

② 所有的奇数;

③ 所有 5 的倍数;

④ 所有 9 的倍数.

(7) 试答下列问题中可以回答的问题, 并说明哪些问题不能回答以及为什么?

① 391 是质数还是合数?

② 一个数不是质数就是合数对吗? 为什么?

③ 6 是质数吗? 是合数吗? 是约数呢? 是倍数吗? 是互质数吗?

是12的公约数吗？是3的公倍数吗？

④ 6和8有公约数吗？它们的最小的公约数是什么？最大公约数呢？

⑤ 6和8有公倍数吗？它们的最小公倍数是什么？有没有最大的公倍数？

⑥ 2、6、7、9这四个数中哪些是质数？哪些是互质数（每两个作为一组）？

(8) ① 写出两个都是质数的连续自然数；

② 写出在20以内三个数都是合数的连续自然数。

(9) 把下列各数分解质因数：

① 1995； ② 8475； ③ 40950；

(10) 求下列各数的最大公约数和最小公倍数：

① 30、18、24； ② 25、63、90。

(11) 学生3933人分成人数相等的小组，下乡参加义务劳动，每组人数限定在10人到20人之间，求每组人数及可分组数。

(12) 有棋子若干个，3个一数余2个，5个一数余4个，7个一数余6个，问最少有棋子几个？

(13) 有布一匹裁小孩衣服每套10尺余9尺；裁妇女衣服每套12尺余11尺；裁男子衣服每套15尺余14尺。问这匹布至少有多少尺？

(14) 有长方形白铁一块，长126厘米，宽238厘米，要切成最大的面积相等的正方形，可以切成几块？

B组

(1) ① 如果给你一个自然数 a ，试写出它后面连续的五个自然数。

② 如果给你一个比3大的自然数 b ，试写出它前面连续的三个自然数。本题中为什么要有比3大这个附加的条件？

③* 如果自然数 a 比自然数 b 大5，你能说出以下各对自然数哪一个大？大多少吗？

$a-9$ 与 $b+1$ $a-4$ 与 $b+3$ $a+1$ 与 $b-2$

(2) ① 给你一个自然数 n ，你能判断 $n+n$ 和 $n+1+n$ 两个自然数是奇数还是偶数吗？举例验证你的结论。

② 如果给你一个奇数 m ，你能写出紧接着这个数后面的三个奇数

和三个偶数吗?

(5) ① 在自然数 1 到 137 中有几个偶数? 有几个奇数?

②* 在自然数 1 到 $2n-1$ 中有几个偶数? 有几个奇数?

(4) ① 用 5、6、7、8 四个数字组成 6 个不相同的能被 4 整除的四位数.

② 用 5、6、7、8 四个数字组成 6 个不相同的能被 5 整除的四位数.

(5)* ① 在两个“8”、两个“1”和两个“0”六个数字中, 选五个数字组成一个能被 9 整除的五位数, 其中最小的数是什么?

② 能被 45 整除的, 在 3000 到 3200 之间的自然数有哪些?

(6) ① 在两位数里是 4 的倍数, 而不是 8 的倍数的数有几个?

② 已知 50 被某数除时, 其余数是 8, 试求出全部这样的数.

(7)* 两个互质数的最小公倍数是 648, 如果这二个都是合数, 问这两个数为多少?

(8)* 2430 的所有约数中, 能够被 3 整除的约数一共有多少个?

(9) 把下列各数分解成质因数的乘积:

① 4752; ② 1575; ③ 23208; ④ 201420.

(10) 求下列各数的最大公约数和最小公倍数:

① (180, 126); ② (210, 1260, 245); ③ (9000, 1350).

④ [96, 84]; ⑤ [35, 40, 100].

注: (a, b) 表示 a, b 的最大公约数, $[a, b]$ 表示 a, b 的最小公倍数.

(11)* 把一个三位数连抄两遍得到一个六位数, 一定能够被 7 整除吗? 为什么? 这样的六位数还一定能被哪些数整除?

(12) 两相啮合的齿轮, 甲轮有 52 齿, 乙轮有 78 齿, 现在是某两齿相啮合, 问两轮旋转若干圈后某两齿又相啮合?

(13) A、B、C 三人沿跑道同时同地同向出发, 跑完一圈, A 需 48 秒, B 需 54 秒, C 需 60 秒, 问各在几圈后, 再在出发地点相遇?

(14) 有长方形土地一块, 长 120 尺、宽 48 尺, 打算在它周围种树, 四角要各有一棵, 并且要使每相邻两棵树间距离都相等, 问最少要种多少棵树?

(15) 某校一年级 1 班有学生 48 人, 2 班有学生 32 人, 两班共同组成几个宣传小队. 要求组成的小队中每个班的同学人数相等, 总人数也相等, 而且所组成的小队数最多, 问能组成几队? 每队几人?

(16) 一排电杆, 相邻两根间距都是 45 米, 如果改成间距 60 米, 且起点不动, 那么从这根开始到第一根不动的电杆距离是多少米?

(17)* 在下列空格内填上适当的数字, 并简要说明理由:

$$\begin{array}{r} \square\square \\ \times \square\square \\ \hline 87 \\ 203 \\ \hline 2117 \end{array}$$

(18)* 大厅里有甲、乙两盏变色的灯, 这两盏灯每隔一分钟同时改变一次颜色。

甲灯变色的次序是

乙灯变色的次序是



- ① 甲灯每隔多少时间出现一次红颜色?
- ② 乙灯每隔多少时间出现一次红颜色?
- ③ 每隔多少时间甲乙两盏灯同时为红颜色?

1.2 分 数

复习要点与指导

(1) 分数与分数的单位, 十进分数、小数、百分数。

(2) 真分数、假分数与带分数, 最简分数; 分数与除法的关系, 分数与小数、百分数的互化。

(3) 有限小数与无限小数, 循环小数与循环节; 纯循环小数与混循环小数。

(4) 分数的基本性质, 小数的性质, 比的性质; 约分、通分。

(5) 分数比较大小的法则。

思考题 1.2

(1) 把单位 1 平均分成 n 分, 可以得到哪些真分数? 这些分数的单位是什么?

(2) 自然数和零是否都可以化为分数? 分数是否都可以化为自然数? 为什么?

(3) 普通分数是不是都可以化为有限小数? 怎样的分数才能化为有限小数?

(4) ① 约分与通分的根据是什么?

② 分子和分母都不相同的两个分数, 怎样比较它们的大小? 有几种方法?

(5)* ① 你能根据分数的基本性质说明: “在小数的末尾添上零或去掉零小数的值不变”的道理吗?

② 你能用分数基本性质说明: “只有分母不含有 2 和 5 以外的质因数的最简分数, 才能化成有限小数”的道理吗?

复习练习题 1.2

A 组

(1) 把下列各数, 按所给出的形式, 填入相应的大括号里:

5、2、 $\frac{1}{5}$ 、0.618、 $\frac{3}{7}$ 、0、0.1、0.01、100、1.7、3.1416、0.04、

$\frac{5}{4}$ 、 $2\frac{2}{3}$ 、1.02、2.7532、8%、 3×10^2

① 自然数集合: { };

② 小数集合: { };

③ 分数集合: { }.

(2) ① $\frac{3}{4}$ 是 10 的几分之几? $3\frac{3}{4}$ 里包含几个 $\frac{3}{8}$?

② 在下面的等式里填上适当的数字:

$$\text{七成半} = \quad \% = 0. \quad = \frac{(\quad)}{20} = \frac{21}{(\quad)};$$

- ③ 什么数的 15% 是 2.4? $1\frac{3}{4}$ 是 2 的百分之几?
- ④ 比 350 大它的 $\frac{3}{5}$ 的数是什么? 这个数是 350 的百分之几?
- ⑤ 比的前项是 0.3, 后项是 $3\frac{1}{3}$, 它们的比值是多少?
- ⑥ 如果 $0.57:\frac{1}{3}=76:x$, $x=?$
- ⑦ 把 $2\frac{2}{5}$ 、2.4、245% 和 2.439 四个数按从小到大的顺序用“<”

连接起来.

(3) 初中代数第一册复习题一第 6 题(66 页).

(4) 比较下列各组数的大小

① $\frac{5}{7}$ 和 $\frac{5}{8}$; ② $\frac{9}{23}$ 和 $\frac{10}{23}$; ③ $\frac{22}{21}$ 与 $\frac{21}{22}$;

④ $\frac{3}{17}$ 和 $\frac{2}{11}$; ⑤ $\frac{7}{8}$ 和 0.87; ⑥ 3.74 和 $\frac{15}{4}$.

(5) 把下列分数化成小数, 如果是循环小数, 指出它的循环节.

① $\frac{1}{3}$; ② $\frac{3}{4}$; ③ $\frac{5}{6}$; ④ $\frac{4}{7}$; ⑤ $\frac{3}{20}$; ⑥ $\frac{11}{70}$.

(6) 把下列分数化成百分数(精确到 0.1%)

① $\frac{6}{5}$; ② $\frac{5}{6}$; ③ $\frac{291}{2500}$; ④ $\frac{897}{900}$.

B 组

(1) ① 写出三个比 $\frac{7}{8}$ 大的真分数;

② 写出三个在 1.01 与 1.05 之间的假分数.

(2) ① 把 $\frac{77}{374}$ 、 $\frac{209}{247}$ 化成最简分数;

② 把 $\frac{91}{221}$ 与 $\frac{13}{51}$ 化成分母相同的分数;

③ 比较分数 $\frac{14}{25}$ 和 $\frac{21}{38}$ 的大小.

(3) ① 一个分数, 当分子扩大 5 倍, 分母应怎样变化, 才能使分数值不变.

② 分数 $\frac{3}{5}$, 当分母增加 5, 分子应该增加多少才能使分数值不变?

(4) ① 如果把一个数分别除以 $\frac{7}{9}$ 和 $\frac{9}{7}$, 这个数扩大还是缩小.

② 如果两个数的积比这两个因数都小, 这两个数是怎样的数?

(5) 在下列空格内填入适当的数字或文字

① 1.05 小时 = _____ 小时 _____ 分, 3 公里 50 米 = _____ 公里,
1 毫米 = _____ 公里.

② 4600 平方米 = _____ 亩, $4000 \text{ cm}^3 = \text{_____ m}^3$.

③ 3.958 精确到 0.1 约等于 _____, π 保留四位小数的近似值是 _____.

④ 在 0.6, 66%, $\frac{1}{6}$ 与 0.6 中最大的数是 _____; 最小的数是 _____.

⑤ 一个数的 40% 减去 40 的 5% 所得的差是 8, 这个数是 _____.

⑥ 某工厂生产 500 只电表, 经验查 498 只是合格品, 这批产品的次品率是 _____.

⑦ 两个数的商是 0.03, 如果被除数扩大到原来的 10 倍, 除数缩小到原来的 $\frac{1}{10}$, 那么商是 _____.

⑧ 如果一个圆的半径扩大到原来的 2 倍, 那么它的面积比原来增加了 _____ 倍.

⑨ 汽车司机原打算用每小时 25 公里的速度前进, 现在想只用原来的一半时间行完原来的全部路程. 他应该用每小时 _____ 公里的速度行车.

⑩ 甲每小时行 36 公里, 乙每秒钟行 12 米. 甲、乙同时从某地出发行同样一段路程, _____ 先到目的地.

⑪ 扇形的中心角是 45° , 半径是 4cm. 如果 π 取 3.14, 它的面积约为 _____.

⑫ 在一张比例尺是 $\frac{1}{500000}$ 的地图上, 量得两地的距离是 6 厘米, 这两地的实际距离是 _____ 公里.

1.3 整数、小数、分数的四则运算

复习要点与指导

(1) 加法与减法, 加数及加数与和之间的关系, 被减数、