教育部重点课题研究成果

全品图书 CHAMPION

素质教育新教案

（配套 人民教育出版社 现行教材）

全国知名中学科研联合体
实施素质教育的途径与方法课题组 编

修订版

- 为教师减负
- 为家长分忧
- 为学生导航

数学

高中（第三册）

高三年级用

西苑出版社

数学

高中第三册（选修Ⅱ）

全国知名中学科研联合体实施
素质教育的途径与方法课题组 编

西苑出版社

图书在版编目（CIP）数据

素质教育新教案．高中数学．第3册/《素质教育新教案》课题组编．—北京：西苑出版社，2003.6

ISBN 7-80108-777-1

Ⅰ.素… Ⅱ.素… Ⅲ.数学课-教案（教育）-高中 Ⅳ.G633

中国版本图书馆CIP数据核字（2003）第042518号

数　学

高中（第三册）

编　　者	全国知名中学科研联合体实施素质教育的途径与方法课题组
出 版 人	杨宪金
出版发行	西苑出版社
通讯地址	北京市海淀区阜石路15号　邮政编码 100039
	电 话　68173419　传 真　68247120
网　　址	www. xycbs. com　E-mail aaa@xycbs. com
印　　刷	三河铭浩彩色印装有限公司
经　　销	全国新华书店
开　　本	787×1092毫米 1/16　印张 18.25
印　　数	1-6 000册　字数 399千字
	2003年6月第1版　2003年6月第1次印刷
书　　号	ISBN 7-80108-777-1/G·286

定　价：20.00元

（凡西苑版图书有缺漏页、残破等质量问题本社负责调换）

《素质教育新教案》编委会名单

SU ZHI JIAO YU XIN JIAO AN BIAN WEI HUI MING DAN

总　　编:赵钰琳

执行总编:王文琪　孟宪和

编　　委:程　翔　刘德忠　蔡放明　唐善山

熊成文　税正洪　陈书桂　陈胜雷

王朝阳　张文林　张雪明　张新彦

岳　敬　李成伟

总 策 划:肖忠远

本册主编:于　明

编　　者:于　明　张雪明　陈向阳

许胜军　王爱斌

修订说明

XIU DING SHUO MING

伴着新世纪的钟声，《素质教育新教案》从第一版出版发行至今，已经走过了四年的历程。在这四年多时间里，我们收到了全国各地3500多封读者来信。从读者来信情况看，大家对《素质教育新教案》基本上是肯定的。广大读者对《新教案》予以很高的评价，并且发表了许多溢美之辞。但是，我们深知，《新教案》离真正实现素质教育理想尚有很大差距。特别是近两年，我国基础教育获得了很大的发展，国务院颁布了《关于基础教育改革与发展》的决定，教育部颁布了《基础教育课程指导纲要》。为了充分体现这些新精神、新观念，我们决定对《新教案》予以重新修订。

一、《素质教育新教案》的修订原则

第一，加大理论联系实际内容。以前中小学各科教案过于强调学科理论体系的完整与严谨，而对如何把学科理论和学生所面临的实际生活结合起来重视不够。本次修订的《新教案》加大把各学科灰色的理论和鲜活的实际生活相结合的内容，使教师和学生更好地理解和把握学科知识和生活实际。

第二，实现4个渗透。这4个渗透是：德育渗透、美育渗透、学科渗透、科学精神和人文精神的渗透。

第三，教案学案一体化设计原则。前两版《素质教育新教案》基本上是针对教师备课使用的。这次修订的《素质教育新教案》尽量增加学生可用的知识内容，争取让更多的学生能从中汲取有益的营养。

第四，体现强烈的时代特点。《新教案》充分体现了知识经济时代对人才综合素质的要求，突出对学生创新能力和实践能力的培养和训练。同时，尽最大可能激发学生的学习兴趣，关注学生的情感态度和价值观的培养。

第五，内容上反映了最新成果。本教案的编写力求在充分理解《国务院关于基础教育改革与发展的决定》基本精神基础上，结合中小学课程教材改革最新进程，总结倡导素质教育以来的最新成果。

第六，可操作性原则。《新教案》的体例设计和教学安排充分考虑到中小学的学习特点，所有教师活动和学生活动均方便操作。

第七，多种教学模式并存的原则。在修订《新教案》时注意了不能整本书只有一种教学模式，尝试将多种教学模式运用到各科教学中。

二、《素质教育新教案》修订时把握的全新理念

《素质教育新教案》应把握的理念很多，为方便起见，特通过与传统教案的比较说明如下：

表现方式	传统的教案	素质教育新教案
教师与学生的位置	以教师为中心	以学生为中心
学生发展的关注范围	单方面发展（智育）	德智体美等多方面发展
知识范围	课内知识的理解	课内知识及课外广泛教育资源的运用
教学模式	灌输－接受	研究性学习
学习方式	独立学习	自主、合作、探究学习
学习反应	被动反应	有计划的行动
学习重点	以知识传授为重点	以能力和素质为重点

表现方式	传统的教案	素质教育新教案
学习活动的内容	基于事实知识的学习	批判思维和基于选择、决策的学习
教学的背景	孤立的人工背景	仿真的、现实生活中的背景
教学媒体	单一媒体	多媒体
信息传递	单向传递	(双向)多项交换
评价方式	达标性内容和终结性评价	形成性评价以及这些评价所具有的反馈和激励功能
学习过程	基本知识和基本技能的分解	除双基外,更关注兴趣激发及学习中的情感体验和价值观的形成

三、《素质教育新教案》在原体例结构基础上增加或修改的内容

(一)"素质教育目标"增加"(四)美育渗透点"。

(二)增加"学法引导",主要包括"教师教法"和"学生学法"。

(三)"学生活动设计"改为"师生互动活动设计",即在原有"学生活动设计"基础上增加"教师活动设计"内容。

(四)"参考资料"改为"背景知识和课外阅读",供教师备课参考和学生课外阅读。

(五)增加了"单元复习"教案。

(六)增加了"单元测试题"。

(七)增加了"期中期末测试题"。

(八)每节课增加3~10道题型多样的随堂练习。

(九)高中部分增加"研究性学习"课题及操作过程。初中部分增加"科学探究"课题及操作过程。

(十)语文学科除阅读课教案外,还增加听说和写作(作文)等内容的教案设计和训练。

(十一)英语学科,每单元增加一个听力材料。

总之,**实施素质教育的主渠道在课堂,实施素质教育的关键在教师**。这是教育界的普遍共识。不过,更具建设性的问题是,教师如何通过教案的准备和设计,在课堂教学中渗透素质教育的观念,真真正正地贯彻"以教师为主导,以学生为主体"这一教育思想,这是一个理论上没有正解的课题,实践上,也是一个存在着多元答案的开放性问题。因此,我们组织编写本教案的目的就是为广大教师进行课堂素质教学提供一种参考,而不是一种规范;这是对教学方法的研究,而不是对教学流程的固化。所以,我们希望通过此套教案,促进研讨,边实践边总结,广泛听取意见,把我们大家都很关心的素质教育课题完成得更好。

本丛书涉及到中学的语文、数学、英语、政治、历史、地理、物理、化学、生物九个学科和小学的数学、语文两个学科。

这套丛书的读者对象,首先是有关学科的教师,其次是就读中小学的学生及主管教学工作的领导和开展素质教育科研工作的同志。此外,对关心孩子成长的家长来说,也是不可多得的良师益友。

《素质教育新教案》编委会

2003年6月

目 录

第一章　概率与统计

1.1　离散型随机变量的分布列

一.素质教育目标

(一)知识教学点

了解随机变量,离散型随机变量,连续型随机变量,并应用以前所学的排列、组合、概率的知识,会求某些简单的离散型随机变量的分布列.

(二)能力培养点

培养学生综合运用数学知识的能力,和实际问题数学化的能力.

(三)德育渗透点

通过感受和学习本节知识,意识到社会生活中大量随机变量现象都存在着数量规律.由此培养学生的辩证唯物主义世界观.

(四)美育渗透点

数学来源于生活,同时又服务于生活.体现了数学理论与实际生活存在着和谐的内在联系,培养学生热爱数学,热爱生活.

二.学法引导

1. 要从概念、分类、理解三方面正确认识随机变量
2. 理解离散型随机变量的意义
3. 常见的离散型随机变量有:两点分布和二项分布

三.重点·难点·疑点及解决办法

(一)重点

确定随机变量的分布列.

(二)难点

建立随机变量、连续型随机变量、离散型随机变量概念.

(三)疑点

突出概念的实际意义、"随机试验"的概念理解,连续型随机变量中的"连续"含义不清.

教师备注

四.课时安排

二课时

五.教与学过程设计

第1课时

(一)教具准备

投影仪

(二)课时目标

结合实际例子说明随机变量、离散型随机变量、连续型随机变量的概念.

(三)教学步骤及教与学互动设计

[设置情境]

(1)某人射击一次,可能出现的结果是________;

(2)某次产品检验,在可能含有次品的100件产品中任意抽取4件,则其中含有的次品可能是____.

引入新课

[探索研究]

1. 上面两个随机实验中,可能出现的结果可以用一个数来表示,这个数在随机试验前是无法预先确定的,可以用一个变量来表示,这样的变量叫做随机变量,随机变量常用希腊字母ξ、η等表示.

例如,上面射击的命中环数ξ是一个随机变量;产品检验所取4件产品中含有的次品数η也是一个随机变量.

2. 离散型随机变量:对于随机变量可能取的值,我们可以按一定次序一一列出.这样的随机变量叫做离散型随机变量.(让学生试举例说明)

3. 连续型随机变量:随机变量可以取某一区间内的一切值,这样的随机变量叫做连续型随机变量.

举例:(1)某一自动装置无故障运转的时间ξ是一个随机变量,它可以取区间$(0,+\infty)$内的一切值.

(2)某林场树木最高达30m,则此林场树林的高度η是一个随机变量.它可以取$(0,30)$内的一切值.

故ξ,η是连续型随机变量.

4. 任意掷一枚硬币,可能出现正面向上、反面向上这两种结果,虽然这个随机试验的结果不具有数量性质,但仍可以用数量来表示它,我们用ξ来表示这个随机试验的结果:

$\xi=0$,表示正面向上;

$\xi=1$,表示反面向上.

5. 若ξ是随机变量,$\eta=a\xi+b$,其中a,b是常数,则η也是随机变量.

举例:某城市出租汽车的起步价为10元,行驶路程不超出4km时租车费为10元,若行驶路程超出4km,则按每超出1km收费2元计费(超出不足1km的部分按1km计),从这个城

市的民航机场到某宾馆的路程为15km.某司机常驾车在机场与此宾馆之间接送旅客,由于行车路线的不同以及中途停车时间要转换成行车路程(这个城市规定,每停车5分时间按1km路程计费),这个司机一次接送旅客的实际行车路程 ξ 是一个随机变量,设他所收租车费为 η,则 $\eta=2(\xi-4)+10=2\xi+2$

显然,η 也是随机变量.

[演练反馈]

1. 写出下列随机变量可能取的值,并说明随机变量所取的值所表示的随机试验的结果:

(1)从10张已编号的卡片(从1号到10号)中任取1张,被取出的卡片的号数 ξ;

(2)一个袋中装有5个白球和5个黑球,从中任取3个,其中所含白球的个数 ξ;

(3)抛掷两个骰子,所得点数之和 ξ;

(4)接连不断地射击,首次命中目标需要的射击次数 η;(5)某厂加工的某种钢管 ξ 的外径与规定的外径尺寸之差 η.

答案:(1) ξ 可取1,2,3,……,10,$\xi=i$ 表示取出第 i 号卡片;

(2) ξ 可取0,1,2,3.$\xi=i$ 表示取出 i 个白球,$3-i$ 个黑球,其中 $i=0,1,2,3$;

(3) ξ 可取2,3,4,……,12,若以 (i,j) 表示抛掷甲、乙两个骰子后,甲得 i 点且乙得 j 点,则 $\xi=2$,表示(1,1);

$\xi=3$,表示(1,2),(2,1);

$\xi=4$,表示(1,3),(2,2),(3,1);

……

$\xi=12$,表示(6,6)

(4) η 可取1,2,3,4,……,$\xi=i$ 表示前 $i-1$ 次射击都未命中目标,第 i 次射击命中目标;

(5) η 可取 $(-\infty,+\infty)$ 中的数.

2. 举出一些随机变量的例子,并指出是离散型随机变量,还是连续型随机变量.

[总结提炼]

1. 随机变量 $\begin{cases}\text{离散型随机变量}\\\text{连续型随机变量}\end{cases}$

2. 若 ξ 是一个随机变量,则 $\eta=a\xi+b$(a,b 是常数)也溪随机变量.

(四)课时作业

1. 写出下列随机变量可能取的值,并说明随机变量所取的值所表示的随机试验的结果;

(1)袋中有大小相同的红球10个,白球5个,从袋中每次任取1个球,直到取出的球是白球为止所需要的取球次数;

(2)袋中有大小完全相同的红球10个,白球5个,从袋中每次任意取出一个球,若取出一个白球则结束,若取出一个红球则放回袋中继续从袋中任意取出一球,直到取出的球是白球为止所需要的取球次数 ξ;

(3)从标有1,2,3,4,5,6的6张卡片中任取2张,所取卡片上的数之和;

(4)某人每天早晨在某公共汽车站等某一路车的时间.

答案:(1)设所需的取球次数为 ξ,则 ξ 可取1,2,…,11,$\xi=i$ 表示 $i-1$ 次取出的球,这里 $i=1,2,\cdots,11$;

(2)设所需要的取球次数 ξ,则 ξ 可取所有的正整数,$\xi=i$ 表示前 $i-1$ 次取出红球,而第

教师备注

i 次取出白球,这里 $i=1,2,3,\cdots$;

(3)设所取卡片的数字之和为 ξ,则 ξ 可取 3,4,…,11.其中,

$\xi=3$,表示取出标有 1,2 的两张卡片;

$\xi=4$,表示取出标有 1,3 的两张卡片;

$\xi=5$,表示取出标有 1,4 或 2,3 的两张卡片;

……

$\xi=11$,表示取出标有 5,6 的两张卡片.

(4)设等车时间为 ξ(单位:min),则可取$(0,+\infty)$中的数,$\xi=t$ 表示需等车 t min.

(五)板书设计

1. 随机变量		
一、随机变量 二、离散型随机变量 三、连续型随机变量	举例 1: 2: 3:	全课小结

第 2 课时

(一)教具准备

三角板、投影仪

(二)课时目标

应用排列、组合、概率的知识,会求某些简单的离散型随机变量的分布列.

(三)教学步骤及教与学互动设计

[设置情境]

举例:抛掷一个骰子,设得到的点数为 ξ,则 ξ 可能取的值有 1,2,3,4,5,6 且 ξ 取各值的概率都等于 $\frac{1}{6}$(见下表)

ξ	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

引入新课

[探索研究]

1. 一般地,设离散型随机变量 ξ 可能取的值为

$$x_1, x_2, \cdots, x_i, \cdots$$

ξ 取每一个值 $x_i(i=1,2,\cdots)$ 的概率 $P(\xi=x_i)=p_i$,则称表

ξ	x_1	x_2	……	x_i	……
P	P_1	P_2	……	P_i	……

ξ 为随机变量的概率分布,简称为 ξ 的分布列.

2. 离散型随机变量的分布列的性质:

①$P_i=P(\xi=x_i)=P(A_i)$ $i=1,2,\cdots,n,\cdots$

②$0\leqslant P_i\leqslant 1(i=1,2,\cdots,n,\cdots)$

③$P_1+P_2+\cdots+P_n+\cdots=1$

④一般地,离散型随机变量在某一范围内取值的概率等于其在这个范围内取每一个值的概率之和.

3. 例题分析

例1 某一射手射击所得环数的分布列如下:

ξ	4	5	6	7	8	9	10
P	0.02	0.04	0.06	0.09	0.28	0.29	0.22

求此射手"射击一次命中环数≥7"的概率.

解:根据射手射击所得环数ξ的分布列,有

$P(\xi=7)=0.09$,

$P(\xi=8)=0.28$,

$P(\xi=9)=0.29$,

$P(\xi=10)=0.22$,

所求的概率为 $P(\xi\geqslant7)=0.09+0.28+0.29+0.22$

$=0.88$

例2 一袋中装有6个同样大小的黑球,编号为1,2,3,4,5,6,现从中随机取出3个球,以ξ表示取出球的最大号码,求ξ的分布列.

解:随机变量ξ的取值为3,4,5,6从而有

$$P(\xi=3)=\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{20}$$

$$P(\xi=4)=\frac{C_1^1C_3^2}{C_6^3}=\frac{3}{20}$$

$$P(\xi=5)=\frac{C_1^1C_4^2}{C_6^3}=\frac{3}{10}$$

$$P(\xi=6)=\frac{C_1^1C_5^2}{C_6^3}=\frac{1}{2}$$

∴随机变量ξ的分布列为:

ξ	3	4	5	6
P	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$

4. 二项分布

在一次随机试验中,某事件可能发生也可能不发生,在n次独立重复试验中这个事件发生的次数ξ是一个随机变量,其分布为:

教师备注

ξ	0	1	…	k	…	n
P	$C_n^0P^0q^n$	$C_n^1p^1q^{n-1}$	…	$C_n^kp^kq^{n-k}$…	…	$C_n^np^nq^n$

由于 $C_n^kp^kq^{n-k}$恰好是二项展开式.

$(q+p)^n=C_n^0p^0q^n+C_n^1P^1q^{n-1}+\cdots+C_n^kp^kq^{n-k}+\cdots+C_n^np^nq^0$

中的第 $k+1$ 项($k=0,1,\cdots,n$)中的各个值,所以,称这样的随机变量 ξ 服从二项分布,记作 $\xi\sim B(n,p)$,其中 n,p 为参数,并记:$C_n^kp^kq^{n-k}=b(k;n,p)$

举例:(1)抛掷一个骰子,得到任一确定点数的概率是$\frac{1}{6}$,重复抛掷骰子 n 次,得到此确定点数的次数 ξ 服从二项分布,$\xi\sim B(n,\frac{1}{6})$;

(2)重复抛掷一枚硬币 n 次,得到正面向上的次数 ξ 服从二项分布,$\xi\sim B(n,\frac{1}{2})$;

[演练反馈]

1. 篮球运动员在比赛中每次罚球命中得 1 分,罚不中得 0 分,已知某运动员罚球命中的概率为 0.7,求他罚球 1 次的得分的分布列.

2. 袋中共有 50 个大小相同的球,其中记为 0 号的 5 个,记为 n 号的有 n 个($n=1,2,\cdots,9$),现从袋中任取一球,求所取球的号数的分布列以及取出的球的号数是偶数的概率.

3. 抛掷 5 枚硬币,求出得到正面向上的次数 ξ 的分布列.

答案:1. 设此运动员罚球 1 次的得分为 ξ,则 ξ 的分布列为

ξ	0	1
P	0.3	0.7

2. 设所取球的号数为 ξ,则 ξ 是随机变量,其分布列为

ξ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{7}{50}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{9}{50}$

取出的球的号数是偶数的概率为

$$P(\xi\text{为偶数})=\frac{1}{10}+\frac{1}{25}+\frac{2}{25}+\frac{3}{25}+\frac{4}{25}=\frac{1}{2}$$

3. $\xi\sim B(5,\frac{1}{2})$,所以 ξ 的分布列如下:

ξ	0	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

[总结提炼]

理解离散型随机变量的分布列概念及其性质;求离散型随机变量的分布列,首先需要确定随机变量的取值,其次求其取每个值的概率;理解和掌握 $\xi\sim B(n,p)$

(四)课时作业

1. 某射手射击击中目标的概率为 0.9,求从开始射击到击中目标所需要的射击次数 ξ 的概率分布.

2. 已知随机变量 ξ 所有可能取的值是 $1,2,\cdots,n$,且取这些值的概率依次是 $k,2k,\cdots,nk$,求常数 k 的值.

3. 某批数量较大的商品的次品率为10%,从中任意地连续取出5件,求其中次品数 ξ 的分布列.

4. (1)如果 $\xi\sim B(20,\frac{1}{3})$,求使 $P(\xi=k)$ 取最大值的 k 的值;(2)一般地,如果 $\xi\sim B(n,p)$,其中 $0<p<1$,讨论当 k 由0增加到 n 时,$P(\xi=k)$ 的变化情况.k 取什么值时,$P(\xi=k)$ 取最大值?

答案:1. 射击次数 ξ 的概率分布为

ξ	1	2	3	…	n	…
P	0.9	0.09	0.009	…	$0.1^{n-1}\cdot 0.9$	…

2. 根据离散型随机变量的分布列的性质,得

$$k+2k+\cdots+nk=1$$

$$所以\frac{k(1+n)n}{2}=1$$

$$即\ k=\frac{2}{n(1+n)}$$

3. $\xi\sim B(5,0.1)$. ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3	4	5
P	0.59049	0.32805	0.0729	0.0081	0.00045	0.00001

4. (1)当 $k=6,7$ 时,$P(\xi=k)$ 取最大值.(2)如果 $(n+1)p$ 是正整数,当 k 取 $(n+1)p$ 或 $(n+1)p-1$ 时,$P(\xi=k)$ 取最大值;如果 $(n+1)p$ 不是正整数,记小于 $(n+1)p$ 的最大整数为 $[(n+1)p]$,则当 $k=[(n+1)p]$ 时,$P(\xi=k)$ 取最大值.

(五)板书设计

离散型随机变量的分布列		
1. ξ 的分布列	例1	学生练习
2. 二项分布	例2	全课小结

1.2 离散型随机变量的期望与方差

一、素质教育目标

(一)知识教学点

了解离散型随机变量的期望、方差的意义,会根据离散型随机变量的分布列,求出期望、

教师备注

方差.

(二)能力训练点

转化能力:通过数字来反映随机变量的某个方面的特征;解决实际问题的能力;估算法应用.

(三)德育渗透点

培养学生的辩证唯物主义世界观.

(四)美育渗透点

数学的形式美、对称美教育

二.学法引导

(1)正确认识离散型随机变量的期望和方差的意义:

$E\xi=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n+\cdots$; $D\xi=(x_1-E\xi)^2P_1+(x_2-E\xi)^2P_2+\cdots+(x_n-E\xi)^2P_n+\cdots$

(2)求离散型随机变量的期望与方差的关键环节是:写出离散型随机变量的分布列;正确应用期望与方差公式计算(同时,还应掌握如二项分布的期望与方差计算的结论等).

三.重点·难点·疑点及解决办法

1. 重点:离散型随机变量的期望与方差概念.

2. 难点:期望与方差概念的应用.

3. 疑点:期望与方差是随机变量两种最重要的特征数,它们分别表示随机变量一切可能值的平均值或集中位置、集中与离散或稳定与波动的程度.

四.课时安排

本节安排 2 课时

五.教与学过程设计

第 1 课时

(一)教具准备

三角板、计算器、投影仪.

(二)课时目标

理解和掌握离散型随机变量的期望的概念;会根据离散型随机变量的分布列求出期望.

(三)教学步骤及教与学互动设计

[设置情境]

某射手射击所得环数 ξ 的分布列如下:

教师备注

ξ	4	5	6	7	8	9	10
P	0.02	0.04	0.06	0.09	0.28	0.29	0.22

试估计 n 次射击的平均环数.

分析:在 n 次射击中,预计有大约

$P(\xi=4)\times n=0.02n$ 次得 4 环,

$P(\xi=5)\times n=0.04n$ 次得 5 环,

……

$P(\xi=10)\times n=0.22n$ 次得 10 环.

n 次射击的总环数约等于

$4\times0.02\times n+5\times0.04\times n+\cdots+10\times0.22\times n$

$=(4\times0.02+5\times0.04+\cdots+10\times0.22)\times n$

从而,n 次射击的平均环数约等于

$4\times0.02+5\times0.04+\cdots+10\times0.22=8.32$

你能得出什么一般结论?

答案:对任一射手,若已知其射击所得环数 ξ 的分布列,即已知各个 $P(\xi=i)(i=0,1,2,\cdots,10)$,则可预计他任意 n 次射击的平均环数是

$$E\xi=0\times P(\xi=0)+1\times P(\xi=1)+\cdots+10\times P(\xi=10)$$

称 $E\xi$ 为此射手射击所得环数的期望.(引入新课)

[探索研究]

1.一般地,若离散型随机变量 ξ 的概率分布为

ξ	x_1	x_2	…	x_n	…
P	p_1	p_2	…	p_n	…

则称 $E\xi=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n+\cdots$

为 ξ 的数学期望或平均数、均值,数学期望又简称为期望,它反映了离散型随机变量取值的平均水平.

2. $E(a\xi+b)=aE\xi+b$

推导:若 $\eta=a\xi+b$,其中 a,b 为常数,则 η 也是随机变量.

因为 $P(\eta=ax_i+b)=P(\xi=x_i)$,i = 1,2,3…

所以,η 的分布列为

η	ax_1+b	ax_2+b	…	ax_n+b	…
P	p_1	p_2	…	p_n	…

于是 $E\eta=(ax_1+b)p_1+(ax_2+b)p_2+\cdots+(ax_n+b)p_n+\cdots$

$=a(x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n+\cdots)+b(p_1+p_2+\cdots+p_n)$

$=aE\xi+b$

即 $E(a\xi+b)=aE\xi+b$

3. 例题分析

例 1 篮球运动员在比赛中每次罚球命中得 1 分,罚不中得 0 分.已知某运动员罚球命中的概率为 0.7,求他罚球 1 次的得分 ξ 的期望值.