

郝雨淋 主編

506849

51.233
HYL

几何 立体

智能 训练



立体几何智能训练

徐玉明 朱志诚 宋婉英 郝雨淋 编
许炽雄 李珍玉 段真引 翟淑英

农村读物出版社

1989年·北京

立体几何智能训练

主编：郝雨淋

责任编辑：王炜琨

农村读物出版社 出版

印刷：北京日报印刷分厂

新华书店北京发行所 发行

•

787×1092毫米1/32 11.5印张 256千字

1989年1月第1版 1989年1月北京第1次印刷

印数：1—16000 定价：2.90

书号：ISBN 7-5048-0522-X G·174

目 录

第一章 直线和平面

甲组题.....	(1)
一、平面的基本性质.....	(1)
二、两直线的位置关系.....	(4)
三、直线与平面的位置关系.....	(12)
四、平面和平面位置关系.....	(26)
乙组题.....	(44)
提示或答案.....	(51)

第二章 多面体

甲组题.....	(110)
一、棱柱.....	(110)
二、棱锥.....	(126)
三、棱台.....	(143)
乙组题.....	(149)
提示或答案.....	(160)

第三章 旋转体

甲组题.....	(258)
一、圆柱.....	(258)
二、圆锥.....	(263)

三、圆台	(272)
四、球	(279)
乙组题	(291)
提示或答案	(298)

第一章 直线和平面

甲 组 题

一、平面的基本性质

1. 选择题*

(1) 一条直线 a 和两条异面直线 b 、 c 都相交，过其中的两条直线的平面共有 ()

- (A) 一个平面； (B) 两个平面；
(C) 三个平面； (D) 四个平面。

(2) 两个平面重合的条件是它们 ()

- (A) 有两个公共点； (B) 有三个公共点；
(C) 有四个公共点； (D) 有公共的两条平行直线。

(3) 已知 a 、 b 是两条异面直线，在 a 上有 3 个点，在 b 上有 5 个点，那么过这些点最多可以确定平面 ()

- (A) 8 个； (B) 10 个； (C) 15 个； (D) 45 个。

(4) 两两相交且任意三条直线不交于一点的四条直线 ()

- (A) 不共面； (B) 共面；
(C) 可共面亦可不共面； (D) 以上答案都不对。

-
- 本书的选择题都是给出字母代号为 (A)、(B)、(C)、(D) 四个答案，其中只有一个答案是正确的。试把正确答案的字母代号填入括号内。

(5)一直线和这直线外不在同一直线上的三点,所确定的平面个数为()

(A) 1个; (B) 3个; (C) 4个; (D) 以上答案都有可能.

(6)在空间四点中,无三点共线是四点共面的()

(A) 充要条件;

(B) 充分条件但不是必要条件;

(C) 必要条件但不是充分条件;

(D) 既不是充分条件也不是必要条件.

(7)空间三条直线如果其中一条直线和其它两条直线都相交,那么这三条直线可能确定()

(A) 一个平面; (B) 两个平面;

(C) 三个平面; (D) 以上答案都有可能.

(8)下列哪种情况可以确定一个平面?()

(A) 四边形; (B) 空间三点;

(C) 两两相交且交点均不相同的四条直线;

(D) 三条直线交于同一点.

(9)异面直线 a 、 b 与异面直线 c 、 d 分别都相交,由 a 、 b 、 c 、 d 四条直线共可确定()

(A) 两个平面; (B) 一个平面;

(C) 四个平面; (D) 三个平面.

(10)空间有七个点,除其中某三个点共线外,其余各点均无三点共线、四点共圆,则最多可以确定多少个平面?()

(A) 34个;

(B) 26个;

(C) 22个;

(D) 21个.

(11)四边形的任何三个顶点都不在同一直线上,是这四

边形为空间四边形的什么条件？（ ）

- (A) 充分且不必要条件；
- (B) 必要且不充分条件；
- (C) 充要条件；
- (D) 不充分且不必要条件。

(12) 空间四条直线两两相交，它们确定的平面个数是（ ）

- (A) 6 个；
- (B) 4 个；
- (C) 1 个；
- (D) 不能确定。

(13) 不共面的四点可确定（ ）

- (A) 一个平面；
- (B) 二个平面；
- (C) 三个平面；
- (D) 四个平面。

(14) 设平面 α 内有 5 个点，平面 β 内有 6 个点，那么过这些点最多能确定平面（ ）

- (A) 55 个；
- (B) 110 个；
- (C) 135 个；
- (D) 137 个。

(15) 三条直线 a 、 b 、 c ，其中 a 与 b 是异面直线，过它们中的两条，共可能确定几个平面？（ ）

- (A) 0 个或 1 个；
- (B) 1 个或 2 个；
- (C) 0 个或 2 个；
- (D) 以上答案都不对。

2. 回答：

(1) 一条线段在一个平面内，为什么它的延长线也在这个平面内？

(2) 三角形、平行四边形、梯形是否一定是平面图形？为什么？

3. 证明：

(1) 若交于一点的四条直线和另一直线都相交，且交点异于四直线的公共点，则这五条线必在同一平面内；

(2) 两两相交的 n ($n > 3$) 条直线, 或者经过同一点, 或者在同一平面内.

4. (1) 顶点分别在空间四边形各边上的平面四边形的对边, 如果相交, 则交点必在空间四边形的对角线上. 如果不相交呢?

(2) 如图 1-1. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, O_1 为上底面的中心, 过顶点 D_1 、 B_1 、 A 作一个平面, 此平面与对角线 A_1C 交于 P 点, 则 P 点必在 AO_1 上.

5. 正方体的棱长为 a , 求过下列直线和点确定的平面与正方体相交所得截面的面积:

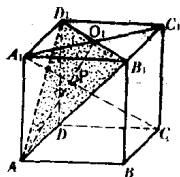


图 1-1

(1) 过上、下两底相对的两条平行对角线;

(2) 过相交于一个顶点的三条棱的另三个端点;

(3) 过相交于一个顶点的三条棱的三个中点.

二、两直线的位置关系

6. 选择题:

(1) 直线 a 、 b 、 c 及平面 β 具备以下哪一个条件时 $a \parallel b$? ()

(A) $a \parallel \beta$ 且 $b \parallel \beta$; (B) $a \perp c$ 且 $b \perp c$;

(C) a 、 b 与 β 成等角; (D) $a \parallel c$ 且 $b \parallel c$.

(2) 空间三条直线 a 、 b 、 c , 如果 $a \perp c$, $b \perp c$, 那么 a 和 b 的位置关系是 ()

(A) 平行;

(B) 相交

- (C) 异面; (D) 以上答案都有可能.
- (3) 两条直线没有公共点是两条直线为异面直线的 ()
- (A) 充分条件; (B) 必要条件;
- (C) 充要条件; (D) 既非充分又非必要条件.
- (4) 若直线 a 、 b 分别在相交的两平面 α 、 β 内, 则 ()
- (A) $a \parallel b$; (B) a 、 b 相交;
- (C) a 、 b 异面; (D) a 、 b 的位置关系不能确定.
- (5) 正方体的一条对角线与正方体的棱可以组成多少对异面直线? ()
- (A) 2对; (B) 3对; (C) 6对; (D) 12对.
- (6) 平面内一点与平面外一点的连线, 和这平面内的任意一条直线的位置关系是 ()
- (A) 平行; (B) 异面; (C) 相交或异面; (D) 相交.
- (7) 若 AB 和 CD 是异面直线, 则 AC 与 BD 是 ()
- (A) 异面直线; (B) 相交直线;
- (C) 或异面或相交; (D) 不能确定.
- (8) 直线 a 和 b 是异面直线, 直线 $c \parallel a$, 那么 b 与 c ()
- (A) 异面; (B) 相交; (C) 异面或相交; (D) 不异面.
- (9) 两条永不相交的直线是 ()
- (A) 平行直线; (B) 异面直线;
- (C) 或平行或异面的直线; (D) 不确定.
- (10) 如果两个相交平面分别经过两条平行线中的一条, 那么它们的交线和这两条直线 ()

- (A) 相交; (B) 平行;
(C) 异面; (D) 位置关系不确定.
- (11) 两条异面直线指的是 ()
(A) 在空间不相交的两条直线;
(B) 分别位于两个不同平面内的两条直线;
(C) 某一平面内的一条直线和这平面外的一条直线;
(D) 不可能在任何一个平面内的两条直线.
- (12) 直线 $a \parallel b$, 直线 $c \perp a$, 那么直线 c 与 b ()
(A) 垂直; (B) 平行; (C) 相交; (D) 异面.
- (13) a 、 b 是异面直线, b 、 c 也是异面直线, 则 a 、 c 的位置关系是 ()
(A) 相交直线或平行直线;
(B) 异面直线;
(C) 平行直线或异面直线;
(D) 相交直线或平行直线或异面直线.
- (14) 设 a 、 b 是两条异面直线, 过 a 、 b 外的一点 P , 作与 a 、 b 都平行的直线 ()
(A) 有一条; (B) 有两条;
(C) 有无数多条; (D) 不可能作出.
- (15) 在空间作过一点与已知直线垂直的直线有 ()
(A) 一条; (B) 两条; (C) 无数条; (D) 以上都不对.
- (16) 设 a 、 b 是异面直线, AB 是 a 和 b 的公垂线段, 如果直线 $l \parallel AB$, 那么 l 与 a 、 b 的公共点的个数是 ()
(A) 零个; (B) 一个; (C) 有时两个; (D) 最多一个.
- (17) 已知空间四边形的对角线相等, 顺次连结它的各边

中点所成的四边形是 ()

- (A) 平行四边形; (B) 长方形; (C) 菱形;
(D) 正方形.

(18) E 、 F 、 G 、 H 分别是空间四边形 $ABCD$ 各边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点, 且 $AC \perp BD$, 那么这四边形 $EFGH$ 是 ()

- (A) 矩形, (B) 菱形; (C) 正方形; (D) 平行四边形.

(19) 在空间四边形 $ABCD$ 中, E 、 H 分别是 AB 、 AD 的三等分点, F 、 G 分别是 BC 、 CD 的中点, 则四边形 $EFGH$ 是 ()

- (A) 平行四边形; (B) 梯形; (C) 矩形; (D) 菱形.

(20) 在长方体的 12 条棱中, 组成异面直线的总对数为 ()

- (A) 48 对; (B) 24 对; (C) 12 对; (D) 6 对.

(21) 条件甲: 空间一个角的两边分别垂直于另一个角的两边; 条件乙: 这两个角相等或互补, 则 ()

- (A) 甲是乙的充要条件;
(B) 甲是乙的必要且不充分条件;
(C) 甲是乙的充分且不必要的条件;
(D) 既不充分也不必要条件.

(22) 已知异面直线 a 、 b , 分别在平面 α 、 β 内, 并且 $\alpha \cap \beta = c$, 那么直线 c ()

- (A) 同时与 a 、 b 相交;
(B) 至少与 a 、 b 中的一条相交;
(C) 至多与 a 、 b 中的一条相交;

(D)与 a 、 b 中的一条平行而与另一条相交。

(23)两条不同的直线分别和第三条直线成异面直线，则这两条直线的位置关系是 ()

(A)平行；(B)相交；(C)异面；(D)不能确定。

(24)在空间中，字母 a 、 b 、 c 分别表示哪一种情况时，命题“若 $a \perp b$ ， $b \parallel c$ 则 $a \perp c$ ”成立？()

(A) a 、 b 各表示直线， c 表示平面；

(B) a 、 b 各表示平面， c 表示直线；

(C) a 、 b 、 c 各表示直线；

(D) a 、 c 各表示平面， b 表示直线。

(25)已知两直线 a 、 b 与两异面直线 m 、 n 都相交，则 a 、 b 两直线的位置关系 ()

(A) a 、 b 异面；(B) a 、 b 异面或相交；

(C) a 、 b 异面或平行；(D) a 、 b 异面或相交或平行。

(26)如图1-2，分别在平面 M 和平面 N 上作 $\angle EAC = \angle FBD$ ，那么 AC 和 BD 的位置关系是 ()

(A)异面；(B)平行；(C)相交；(D)以上答案均有可能。

(27)如图1-3， $ABCD$ 为空间四边形， G 、 E 为 BC

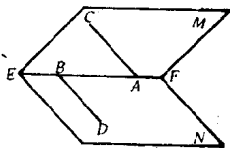


图 1 - 2

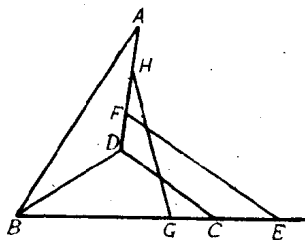


图 1 - 3

所在直线上异于 B 、 C 的两点， F 、 H 为 AD 边所在直线上异于 A 、 D 的两点，并连结 BD ，则图中共有几对异面直线？（ ）

(A) 9对；(B) 8对；(C) 7对；(D) 6对。

(28) $ABCD$ 为空间四边形(如图1-4)，已知 $AB = CD$ ， $AD = BC$ ，但 $AB \neq AD$ ， M 、 N 为两对角线的中点，则（ ）

(A) MN 与 AC 、 BD 都不垂直；

(B) MN 仅与 AC 、 BD 中之一垂直；

(C) MN 与 AC 、 BD 都垂直；

(D) 无法确定 MN 与 AC 、 BD 是否垂直。

(29) P 是边长为 a 的正六边形 $ABCDEF$ 平面外的一点(如图1-5)。 $PA \perp AB$ ， $PA \perp AF$ ，为了求 P 到 CD 的距离，作 $PQ \perp CD$ 且 $PQ \cap CD = Q$ ，则（ ）

(A) Q 为 CD 的中点；(B) Q 与 D 重合；

(C) Q 与 C 重合；(D) 以上都不对。

(30) 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = 2AA_1$ ， E 、 F 分别是 A_1B_1 、 BB_1 的中点，那么 EF 与 DD_1 所成角为（ ）

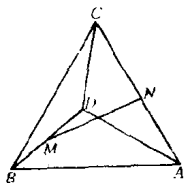


图 1 - 4

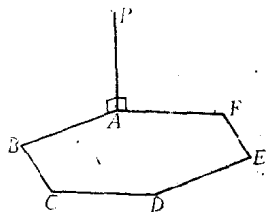


图 1 - 5

(A) $\operatorname{arctg} 2$; (B) $\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$;

(C) $\arcsin \frac{\sqrt{5}}{5}$; (D) $\arcsin \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

(31) 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=6$, $BC=3$, $BB_1=4$, 那么 A_1B 与 B_1C 所成角为 ()

(A) 60° ; (B) $\arccos \frac{2}{3}$;

(C) $\arccos \frac{8\sqrt{13}}{65}$; (D) $\arccos \frac{4\sqrt{13}}{65}$.

(32) 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 、 F 分别是 AB 、 BB_1 的中点, 那么 A_1E 和 C_1F 所成的角是 ()

(A) 60° ; (B) $\arccos \frac{2}{5}$; (C) $\arcsin \frac{2}{5}$; (D) 45° .

(33) 正方体 A_1C 中, 如图 1-6, A_1C 和 C_1D 的夹角为 ()

(A) 0° ; (B) 30° ; (C) 60° ; (D) 90° .

(34) 如图 1-7, E 、 F 、 G 、 H 分别为空间四边形 $ABCD$ 各边中点, 已知对角线 $BD=2$, $AC=4$, 则

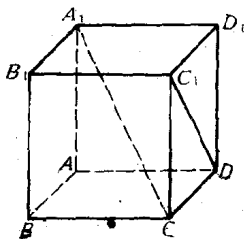


图 1-6

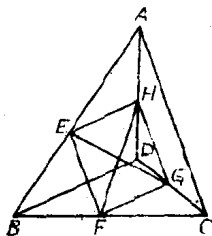


图 1-7

$EG^2 + HF^2$ 的值为 ()

(A) 5; (B) 10; (C) 20; (D) 不能确定.

(35) 棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 底面对角线 BD 与正方体对角线 A_1C 间的距离为 ()

(A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$; (B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$; (C) $\frac{\sqrt{6}}{6}$; (D) $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

(36) 空间四边形两对角线的长分别为 6 和 8, 所成的角为 45° , 连结各边中点所得的四边形的面积为 ()

(A) $24\sqrt{2}$; (B) $12\sqrt{2}$; (C) $6\sqrt{2}$; (D) 12.

(37) 直线 a 、 b 、 c 互相平行, 已知 a 与 c , b 与 c 的距离分别是 17cm 与 25cm, 又知 c 与 a 、 b 所在平面 α 的距离为 15cm, 则直线 a 与 b 之间距离为 ()

(A) 28cm; (B) 12cm;

(C) 28cm 或 12cm; (D) 以上答案都不对.

(38) AB 是异面直线 a 、 b 的公垂线段, A 、 $C \in a$, B 、 $D \in b$, 射线 AC 、 BD 间的夹角为 θ , $AB = d$, $AC = m$, $BD = n$, 那么 CD 等于 ()

(A) $\sqrt{d^2 + m^2 + n^2}$; (B) $\sqrt{d^2 + m^2 + n^2 + 2mncos\theta}$;

(C) $\sqrt{d^2 + m^2 + n^2 - 2mncos\theta}$;

(D) $\sqrt{d^2 + m^2 + n^2 \pm 2mncos\theta}$.

7. (1) A 、 B 、 C 是平面 α 内共线的三点, P 、 Q 是平面 α 外同侧的两点, $PB = QB$, $PA = QA$. 求证: $PC = QC$;

(2) 如图 1-8, $AO = GO$, $BO \perp AG$, $CO \perp$

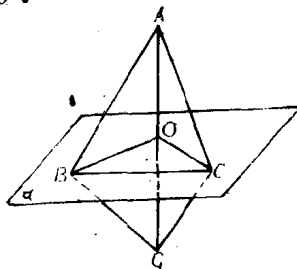


图 1-8

AG, 证明: $\triangle ABC \cong \triangle GBC$.

8. 如图 1-9, $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是长方体. $\angle BAB_1 = \angle B_1A_1C_1 = 30^\circ$, 求:

(1) AB 和 A_1C_1 的夹角; (2) AA_1 和 B_1C 的夹角.

9. 在如图 1-10 所示的长方体中:

(1) 经过下列各组直线能不能作一个平面? 为什么?

A_1D_1 与 BC , B_1C_1 与 AA_1 , DB_1 与 A_1C ;

(2) 如果 $AB = 10$ 厘米, $BC = 5$ 厘米, $BB_1 = 15$ 厘米, 那么 A_1B_1 和 DD_1 , AD 和 CC_1 , A_1D_1 和 DC 的距离各是多少? BB_1 和 DC_1 , AA_1 和 B_1C_1 , A_1C_1 和 DC 的交角各是多少度 (精确到 1°)?

10. 一个正方体的棱长为 a , 过它的上底两邻边的中点和下底的中心作一个截面, 求这截面的周长.

三、直线与平面的位置关系

11. 选择题:

(1) 如果平面 α 外的一条直线 a 与 α 内两条直线垂直, 那么 ()

(A) $a \perp \alpha$; (B) $a \parallel \alpha$;

(C) a 与 α 斜交; (D) 前面三种结论都有可能.

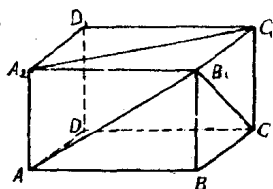


图 1-9

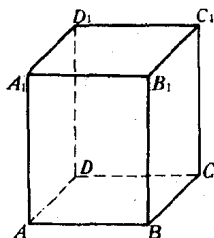


图 1-10