

TONGSU SHUXUE MINGZHU YICONG



通俗数学名著译丛

DANGDAI SHUXUE
WEILE RENLEI XINZHI DE RONGYAO

让·迪厄多内 著

沈永欢 译

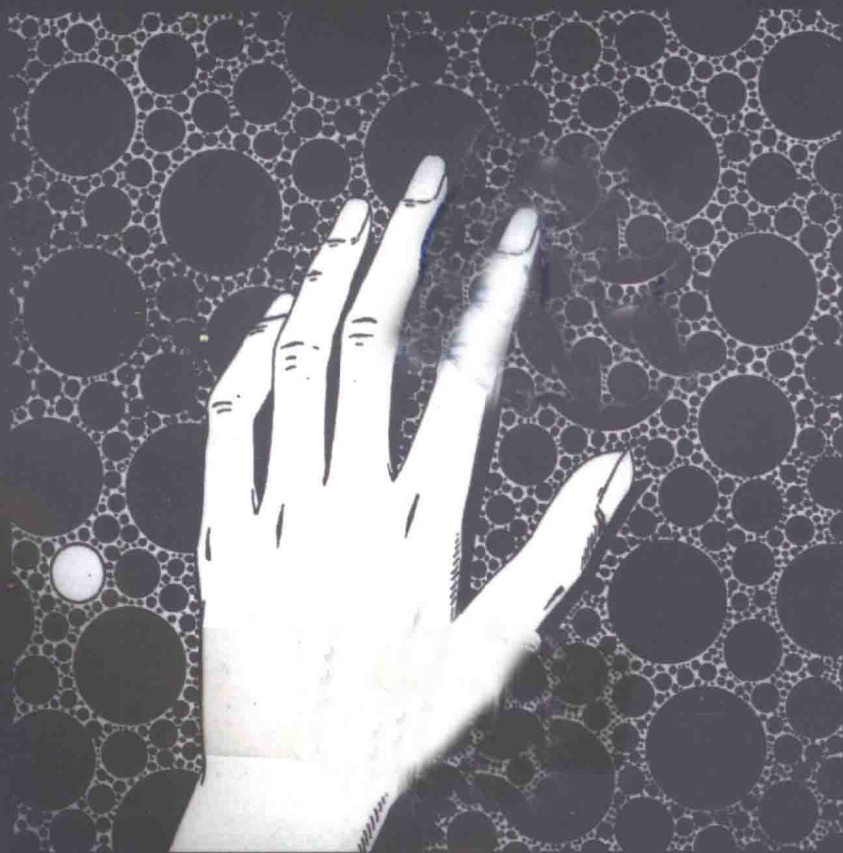
上海教育出版社

当代数学
为了人类心智的荣耀

当代数学

为了人类心智的荣耀

让·迪厄多内著 沈永欢 译 · 上海教育出版社





Jean Dieudonné

**Pour l'honneur de l'esprit humain
Les mathématiques aujourd'hui**

Hachette

© 1987 by Hachette

根据阿歇特出版社 1987 年第 1 版译出，
本书中文版权由上海市版权代理公司帮助取得

通俗数学名著译丛

当代数学：为了人类心智的荣耀

[法]让·迪厄多内 著

沈永欢 译

上海教育出版社出版发行

(上海永福路 123 号)

(邮政编码:200031)

各地新华书店经销 商务印书馆 上海印刷股份有限公司印刷

开本 850×1156 1/32 印张 11.25 插页 4 字数 267,000

1999 年 7 月第 1 版 1999 年 7 月第 1 次印刷

印数 1--5,100 本

ISBN 7-5320-6306-2/G · 6461 定价(软精):14.70 元

译丛序言

数学,这门古老而又常新的科学,正阔步迈向 21 世纪.

回顾即将过去的世纪,数学科学的巨大发展,比以往任何时代都更牢固地确立了它作为整个科学技术的基础的地位.数学正突破传统的应用范围向几乎所有的人类知识领域渗透,并越来越直接地为人类物质生产与日常生活作出贡献.同时,数学作为一种文化,已成为人类文明进步的标志.因此,对于当今社会每一个有文化的人士而言,不论他从事何种职业,都需要学习数学,了解数学和运用数学.现代社会对数学的这种需要,在未来的世纪中无疑将更加与日俱增.

另一方面,20 世纪数学思想的深刻变革,已将这门科学的核心部分引向高度抽象化的道路.面对各种深奥的数学理论和复杂的数学方法,门外汉往往只好望而却步.这样,提高数学的可接受度,就成为一种当务之急.尤其是当世纪转折之际,世界各国都十分重视并大力加强数学的普及工作,国际数学联盟(IMU)还专门将 2000 年定为“世界数学年”,其主要宗旨就是“使数学及其对世界的意义被社会所了解,特别是被普通公众所了解”.

一般说来,一个国家数学普及的程度与该国数学发展的水平相应并且是数学水平提高的基础.随着中国现代数学研究与教育的长足进步,数学普及工作在我国也受到重视.早在 60 年代,华罗庚、吴文俊等一批数学家亲自动手撰写的数学通俗读

物，激发了一代青少年学习数学的兴趣，影响绵延至今。改革开放以来，我国数学界对传播现代数学又作出了新的努力。但总体来说，我国的数学普及工作与发达国家相比尚有差距。我国数学要在下世纪初率先赶超世界先进水平，数学普及与传播方面的赶超乃是一个重要的环节和迫切的任务。为此，借鉴外国的先进经验是必不可少的。

《通俗数学名著译丛》的编辑出版，正是要通过翻译、引进国外优秀数学科普读物，推动国内的数学普及与传播工作，为我国数学赶超世界先进水平的跨世纪工程贡献力量。丛书的选题计划，是出版社与编委会在对国外数学科普读物广泛调研的基础上讨论确定的。所选著述，基本上都是在海外已广为流传、受到公众好评的佳作。它们在内容上包括了不同的种类，有的深入浅出介绍当代数学的重大成就与应用；有的循循善诱启迪数学思维与发现技巧；有的富于哲理阐释数学与自然或其他科学的联系；……等等，试图为人们提供全新的观察视角，以窥探现代数学的发展概貌，领略数学文化的丰富多采。

丛书的读者对象，力求定位于尽可能广泛的范围，为此丛书适当纳入了不同层次的作品，以使包括大、中学生；大、中学教师；研究生；一般科技工作者等在内的广大读者都能开卷受益。即使是对于专业数学工作者，本丛书的部分作品也是值得一读的。现代数学是一株分支众多的大树，一个数学家对于他所研究的专业以外的领域，也往往深有隔行如隔山之感，也需要涉猎其他分支的进展，了解数学不同分支的联系。

需要指出的是，由于种种原因，近年来国内科技译著尤其是科普译著的出版并不景气，有关选题逐年减少，品种数量不断下降。在这样的情况下，上海教育出版社以迎接 2000 世界数学年为契机，按照国际版权公约，不惜耗资购买版权，组织翻译出版这套《通俗数学名著译丛》，这无疑是值得称道和支持的举措。参加本丛书翻译的专家学者们，自愿抽出宝贵的时间来进行这类

通常不被算作成果但却能帮助公众了解和欣赏数学成果的有益工作,同样也是值得肯定与提倡的。

像这样集中地翻译、引进数学科普读物,在国内还不多见。我们热切希望广大数学工作者和科普工作者来关心、扶植这项工作,使《通俗数学名著译丛》出版成功。

让我们举手迎接 2000 世界数学年,让公众了解、喜爱数学,让数学走进千家万户!

《通俗数学名著译丛》编委会

1997 年 8 月

译者前言

当代数学是一个结构复杂、领域众多、宏伟壮丽的科学大厦.绝大多数数学家只能在其中一个领域甚至一个领域的某一分支毕生耕耘,能涉猎几个领域的数学家为数很少.这样他们就难于透彻地掌握当代数学的全貌及其来龙去脉.这或许可以部分地解释为什么几乎没有向广大受过教育的公众介绍当代数学的优秀通俗著作.只有在现代数学的多个领域做过深入研究、有过开创性贡献,并且通晓数学的历史发展,具有深邃洞察力和广博学识的数学家,才能写出这样的论著.现在我们有幸有了这样的书,就是让·迪厄多内写的《当代数学:为了人类心智的荣耀》.

迪厄多内于1906年7月1日生于法国里尔.在里尔和巴黎上了中学后,于1924年同时为综合工科学学校和高等师范学校录取.他选择了当时处于巅峰状态的高等师范学校,在那里结识了许多日后成为大数学家的人物.1930年至1931年间,他得到洛克菲勒基金的资助,游学柏林和苏黎世.1931年在P·蒙泰尔指导下完成博士论文.1934年,他与A·韦伊,C·谢瓦莱,J·德沙特,H·嘉当等建立著名的布尔巴基小组.布尔巴基是对20世纪的数学进展具有广泛深远影响的学派,它的成员都是视野广阔,知识渊博,见解深刻,能够洞察数学理论的演变和本质,对基础数学的统一性具有坚定的信念,热衷于对基础数学给出尽可能完美的阐述和诠释.A·韦伊和H·嘉当都得过沃尔夫数学奖,A·韦伊还被美国数学家P·R·哈尔莫斯赞为“当代最伟大的数学家

(注意,不是‘最伟大的数学家之一’——引用者)的候选人”。1939年,布尔巴基学派开始出版多卷巨著《数学原理》,已出40多卷。

迪厄多内曾先后在法国、美国、巴西的多所大学任教.他发表过近150篇研究论文.迪厄多内在本书中把当代数学划分为21个领域(第五章§5,A),而据译者粗略分析统计,其中他本人有过独创性研究的领域,竟达到12个,占到一半以上!迪厄多内具有超人的效率,写有关于线性代数和初等几何、微积分、典型群的几何学、代数几何学、形式群理论、经典群的自同构等多本专著(其中《典型群的几何学》有万哲先的中译本).特别应当指出,从1960年至1982年,出版了他写的9卷本《数学分析原理》,这是关于现代分析的系统辉煌论述,有英文、德文、俄文译本,其中第一卷有郭瑞芝、苏维宜的中译本,第二卷有拙译的中译本(《现代分析基础》),科学出版社,第一卷,1982;第二卷,1986).再有,在布尔巴基前30卷著作中,他写的篇幅超过其他几个人写的总和。

迪厄多内对数学史有浓厚的兴趣和深刻的研究.他著有关于泛函分析史、代数几何学史、代数拓扑学和微分拓扑学史以及关于现代数学概观(布尔巴基的看法)的论著,主编了《1700—1900年数学史纲要》.此外,布尔巴基关于数学发展的历史笔记,大都出自他的手笔。

迪厄多内于1968年当选为巴黎科学院院士,1978年被授予荣誉勋位勋章.他歿于1992年11月29日.逝世次日,巴黎科学院终身秘书P·热尔曼写道,J·迪厄多内是“我们时代数学的巨人,更确切地说,他熔铸于当代数学中,他就是当代数学”.《世界报》于1992年12月2日发表的文章中称他为“当代数学的象征”,J·P·皮埃认为他是“当代数学最杰出的人物之一”,是“在数学中具有百科全书式才智的数学家”。

从上面的简述中不难看出,迪厄多内一直在现代数学主流

中搏击,对其发展和全貌有着完整深刻的了解.以他的水平和功力写一本关于当代数学的通俗论著,一定会不同凡响.果如其然,本书出版后,很快就出现了多种文字的译本.据译者所知,1989至1990两年内,就出现了日文、西班牙文、葡萄牙文、意大利文和英文译本.迪厄多内的著作通常都有几种外文译本,但本书外文译本语种之多,在其著作中首屈一指.

本书是为广大受过教育而又对科学尤其是数学感到兴趣的公众写的,因此作者限于从代数、数论和集合论中撷取例证.作者在书中着重阐明数学在现代其实经历了真正的变革.如果说19世纪以前数学的特征之一是具有高度的抽象性,那么现代数学则更加抽象,它研究的是数学结构,其主要特征是研究对象之间的关系而不是这些对象本身的具体性质,因此它更加得不到外在的、可以感知的“形象”来显现或支撑.但是,这种变革又是必然的、自然的.为攻克经典时代遗留下来的数学问题或其他科学部门要求数学解决的问题,数学家们必须创造成为当代数学发展主流的对象和方法.

为了阐明作者力图解释的重点内容,迪厄多内首先简短而又生动有趣地谈论了数学的概念,数学家和数学界的特点以及数学问题的性质.接着作者从论述经典数学的对象、方法和几种不同类型的问题开始,勾勒当代新的数学对象和方法是怎样产生的,它们具有什么样的基本特征,以及当代数学总的面貌如何.最后作者还讨论了数学基础问题.

作者把需要较多数学知识(理工科大学一、二年级水平)的内容写进各章的附录中,因此,为理解本书主要章节,具有高中数学水平也已足够.当然,由于数学总究是一门推理严谨的科学,因此需要读者在阅读大部分章节时集中精力,勤于思考.

译者以为,本书对专业数学工作者和广大数学教师也极有教益.译者就从翻译本书中获益匪浅.当然,限于译者水平,译文中外错恐或难免,尚祈读者不吝指正.

“傅里叶先生认为,数学的主要目的是服务人类、解释自然现象;但像他这样的哲学家应当知道,科学的唯一目的是为了人类心智的荣耀,因此,一个关于数的问题与一个关于宇宙体系的问题具有同样的意义.”

——C·G·J·雅可比

1830年7月2日致勒让德的信,

见其 *Gesammelte Werke*(全集),

第1卷,柏林(Reimer),1881,PP.454.

献给

奥代特和弗朗索瓦



目 录

导言	1
第一章 数学与数学家	7
1. 数学的概念	7
2. 数学家的生活	9
3. 数学家的工作与数学界	13
4. 大师和学派	15
第二章 数学问题的性质	21
1. “纯粹”数学和“应用”数学	21
2. 理论物理学与数学	23
3. 经典时代数学的应用	24
4. 功利主义的责难	29
5. 时髦的说教	30
6. 小结	32
第三章 经典数学的对象和方法	34
1. 准数学观念的诞生	36
2. 证明的思想	39
3. 公理和定义	41
4. 几何学——从欧几里得到希尔伯特	44
5. 数和量	49
6. 逼近的想法	55
7. 代数学的演进	58

8. 坐标方法·····	60
9. 极限概念与微积分·····	67
附录	
1. 欧几里得《几何原本》第 V 卷中比的演算 ·····	76
2. 实数系的公理式理论·····	77
3. 多项式实根的逼近·····	81
4. “穷竭法”论证·····	83
5. 初等积分学的应用·····	86
第四章 经典数学中的某些问题 ·····	91
1. 极难问题与不结果实的问题·····	91
A. 完满数 ·····	91
B. 费马数 ·····	93
C. 四色问题 ·····	94
D. 初等几何学中的问题 ·····	95
2. 硕果累累的问题·····	97
A. 平方和 ·····	97
B. 素数的性质 ·····	103
C. 代数几何学的肇始 ·····	109
附录	
1. 形如 $4k-1$ 或 $6k-1$ 的素数 ·····	110
2. 分解 $\zeta(s)$ 为欧拉积·····	110
3. 求 $ax^2 + bxy + cy^2 = n$ 的整数解的拉格朗日法·····	112
4. 伯努利数与 ζ 函数 ·····	115
第五章 新的对象和新的方法·····	120
1. 新的演算 ·····	122
A. 复数 ·····	122
B. 向量 ·····	126
C. 函数的代数运算 ·····	130
D. 排列和置换 ·····	131

E. 位移和仿射变换	138
F. 整数同余式的演算	139
G. 二次型类的演算	140
2. 第一种结构	142
A. 合成律的主要性质	142
B. 变换群	144
C. “抽象”群	150
D. 四元数与代数	151
3. 集合语言与一般结构	156
A. 集合概念	156
B. 集合语言	157
C. 代数结构	159
(I) 群	159
(II) 环	160
(III) 域	162
(IV) 非交换环和非交换域	163
D. 序结构	164
E. 度量空间与拓扑概念	165
F. 结构的叠置和分离	167
4. 同构与分类	172
A. 同构	172
B. 分类问题	175
C. 函子和结构的发明	177
5. 当代数学	180
A. 数学概观	180
B. 专才和通才	189
C. 数学理论的演变	190
6. 直觉与结构	192

附录

1. 四次方程的解	197
2. 关于群与代数方程之解的补注	198
A. 对称群 S_n	198
B. 方程的伽罗瓦群	198
C. 伽罗瓦群和自同构群	200
D. 正规子群和单群	201
E. 立方体的旋转	203
3. 关于环和域 of 的补注	205
A. 模一素数的同余式	205
B. 高斯整数环 $\mathbb{Z}[i]$	207
C. 模一多项式的同余式	211
D. 代数函数域	213
E. 关于有序域的注记	215
4. 距离的例子	217
A. 连续函数空间中的距离	217
B. 准希尔伯特空间	221
C. 希尔伯特空间	224
D. p 进距离	225
5. 傅里叶级数	226
A. 三角级数和傅里叶系数	226
B. 傅里叶级数的收敛性	229
C. 伯努利多项式的傅里叶级数	234
D. 康托尔问题	235
第六章 关于“数学基础”的问题和假问题	236
1. 非欧几何学	237
A. 平行公设	237
B. 曲面上的几何学	241
C. 非欧几何模型	243

2. 深入挖掘数的概念	249
A. 无理数	249
B. 怪胎	251
C. 算术的公理化	252
3. 无穷集	255
A. 无穷集与自然数	255
B. 无穷集的比较	257
4. “悖论”及其后果	261
A. 存在与构造	261
B. 集合概念的变异与选择公理	262
C. 悖论与形式化	265
5. 数理逻辑的勃兴	267
A. 逻辑的形式化	267
B. 元数学	269
C. 数理逻辑的凯旋	270
D. 数学家的反应	274
E. 数学与逻辑之间的关系	275
6. “严格证明”的概念	277
附录	
1. 曲面上的几何学	280
A. 挠曲线	280
B. 曲面上的曲线	280
C. 庞加莱半平面	283
2. 实数模型	287
A. 有理数理论	287
B. 戴德金模型(简述)	288
C. 梅雷-康托尔模型(简述)	289
3. 康托尔及其学派的一些定理	289
A. 实数集不可数	289

B. 基数之间的序关系	291
C. $\mathbf{R}$ 与 $\mathbf{R}^2 = \mathbf{R} \times \mathbf{R}$ 等势	292
D. 子集的集合的基数	296
附录 数学家小传	297
索引	327
1. 标准记号	327
2. 专名索引	328
3. 人名索引	335