NEW

21世纪
高等学校数学辅导教材

● 本科学习同考研复习的有机对接
● 同步训练与应试模拟的紧密配合

高等数学
（上册）

全程

（同济大学·高等数学第五版）

学→练→考

孙艳蕊　王文涛　编著

★ 本科生：同步训练的良师益友
★ 考研者：全程复习的首选读本
★ 自学者：学习提高的最佳选择

NEUPRESS
东北大学出版社

21 世纪高等学校数学辅导教材

高 等 数 学

全程 学·练·考

（同济大学·高等数学　上册　第五版）

孙艳蕊　王文涛　编著

东北大学出版社

·沈　阳·

图书在版编目（CIP）数据

高等数学（上册）全程学·练·考 / 孙艳蕊，王文涛编著 .— 沈阳 ：东北大学出版社，2003.10
（21 世纪高等学校数学辅导教材）
ISBN 7-81054-846-8

Ⅰ.高…　Ⅱ.①孙…②王…　Ⅲ.高等数学—高等学校—教学参考资料　Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 073218 号

出 版 者：东北大学出版社
地址：沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号
邮编：110004
电话：024—83687331（市场部）　83680267（社务室）
传真：024—83680180（市场部）　83680265（社务室）
E-mail：neuph @ neupress.com
http：//www.neupress.com
印 刷 者：沈阳市政二公司印刷厂
发 行 者：新华书店总店北京发行所
幅面尺寸：140mm×203mm
印　　张：10
字　　数：324 千字
出版时间：2003 年 10 月第 1 版
印刷时间：2003 年 10 月第 1 次印刷
印　　数：1～4000 册
责任编辑：郭爱民　张德喜　　　责任校对：文　韬
封面设计：唐敏智　　　责任出版：杨华宁

定　　价：14.00 元

前　言

《高等数学全程学·练·考》（同济大学·第五版）是一本学习与复习大学高等数学的辅导教材．主要是为大学非数学专业本科生与全国硕士研究生入学统一考试应试者系统地复习"高等数学"内容，以求巩固提高所学知识，取得良好的考试成绩而编写的．在选材原则与教学要求上，该书根据原国家教委（现教育部）组织制定的《全国普通高等学校工科本科专业教学计划》中的"高等数学课程教学基本要求"以及教育部制定的2004年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲中"高等数学"部分的考试要求确定编写内容．

本书是编著者根据多年的教学经验，依据对课程内容的研究和理解，并在综合分析学生认识规律的基础上编写而成．本书共分七章．第1，2，3，7章由孙艳蕊编著，第4，5，6章由王文涛编著．车向凯教授对本书进行了认真的审阅，并提出了许多宝贵的意见，在此谨向他表示衷心的感谢．

本书的结构特点是，首先指出各章节教学要求、考研要求以及各章节内容的重要知识点、难点和考点，然后就高等数学的基本概念和基本方法，向读者提供大量有价值和具有典型性的例题、练习题以及

考试模拟题．

本书从国内外多种有关高等数学的教材及参考书中选取了众多具有代表性的典型例题，并精选了近十年来全国硕士研究生入学统考试题（包括数学一和数学二）．对这些典型例题进行详尽的解题思路分析和方法技巧上的指导．对容易出现错误的地方给予提醒．这对于读者深刻理解有关的基本概念，灵活运用基本方法，培养和提高综合分析问题和解决问题的能力诸多方面定会有极大的裨益．

同步练习题部分是对教材（同济大学·第五版）各章节后面的部分习题及每章的总习题的解答，便于读者学习教材时分析、对照和检查．

全书汇集了各部分章节的典型例题、练习题、全真模拟试题共近千道题．

本书的编写工作得到东北大学出版社有关同志的大力支持，他们为本书的编写提出了许多好的建议，并为全书的编审作出了大量出色的工作，这里向他们表示衷心的感谢．

限于编者水平及撰稿时间仓促，书中如有疏漏之处，敬请读者批评指正，以便在本书再版时修改，使其更臻完善．

作　者

2003年10月

目 录

第一章 函数与极限

一 教学要求·考研要求

(一) 大学本科教学基本要求

1. 理解函数的概念．

2. 了解函数奇偶性、单调性、周期性和有界性．

3. 理解复合函数的概念，了解反函数的概念．

4. 掌握基本初等函数的性质及其图形．

5. 会建立简单实际问题中的函数关系式．

6. 理解极限的概念(可以在学习过程中逐步加深对极限 ε-N、ε-δ 定义的理解；对于给出 ε 求 N 或 δ，不作过高要求．)

7. 掌握极限四则运算法则．

8. 了解两个极限存在准则（夹逼准则和单调有界准则），会用两个重要极限求极限．

9. 了解无穷小、无穷大，以及无穷小的阶的概念，会用等价无穷小求极限．

10. 理解函数在一点连续的概念．

11. 了解间断点的概念，并会判别间断点的类型．

12. 了解初等函数的连续性和闭区间上连续函数的性质（介值定理和最大值、最小值定理）.

(二) 全国硕士研究生入学统一考试高等数学部分(数学一，数学二)的考试要求

1. 理解函数的概念，掌握函数的表示法，并会建立简单应用问题中的函数关系式．

2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性．

3. 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念．

4. 掌握基本初等函数的性质及其图形．

5. 理解极限的概念，理解函数、左极限与右极限的概念，以及函数极限存在与左、右极限之间的关系．

6. 掌握极限的性质及四则运算法则．

7. 掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法．

8. 理解无穷小、无穷大的概念，掌握无穷小的比较方法，会用等价无穷小求极限．

9. 理解函数连续性的概念（含左连续与右连续），会判别函数间断点的类型．

10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应用这些性质．

二 知识点·难点·考点

(一) 知 识 点

1. 极限

(1) 数列极限

① 定义 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0$，$\exists$ 自然数 N，当 $n > N$ 时，有 $|x_n - a| < \varepsilon$.

② 性质

a. 惟一性：若 $\{x_n\}$ 收敛，则极限惟一．

b. 有界性：收敛数列必有界 .

c. 保号性：若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a>0\ (a<0)$，则 ∃ 自然数 N，当 $n>N$ 时，有 $x_n>0$ $(x_n<0)$.

d. 若 $\{x_n\}$ 收敛于 a，则它的任何子列都收敛于 a .

(2) 函数极限

① 定义

$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A\Leftrightarrow\forall\varepsilon>0$，$\exists X>0$，当 $|x|>X$ 时，有 $|f(x)-A|<\varepsilon$.

$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A\Leftrightarrow\forall\varepsilon>0$，$\exists\delta>0$，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，有 $|f(x)-A|<\varepsilon$.

② 极限存在的充要条件

$$\lim_{x\to x_0}f(x)=A\Leftrightarrow\lim_{x\to x_0^+}f(x)=\lim_{x\to x_0^-}f(x)=A.$$

(3) 极限存在准则

准则 1（夹逼准则） 若数列 x_n，y_n 及 z_n 满足条件：

（ⅰ）$y_n\leqslant x_n\leqslant z_n(n=1,2,3,\cdots)$，（ⅱ）$\lim\limits_{n\to\infty}y_n=a$，$\lim\limits_{n\to\infty}z_n=a$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$.

函数极限也有类似的准则 .

准则 2 单调有界数列必有极限 .

(4) 两个重要极限

① $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1$.

② $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e}$.

③ 两个重要极限的推广

（ⅰ）设 $\lim\varphi(x)=0$* 且 $\varphi(x)\neq0$，则 $\lim\dfrac{\sin\varphi(x)}{\varphi(x)}=1$.

（ⅱ）设 $\lim\varphi(x)=0$ 且 $\varphi(x)\neq0$，则 $\lim[1+\varphi(x)]^{\frac{1}{\varphi(x)}}=\mathrm{e}$.

（ⅲ）若 $\lim f(x)=1$，且 $\lim g(x)=\infty$，则

$$\lim[f(x)]^{g(x)}=\mathrm{e}^{\lim[f(x)-1]\cdot g(x)}.$$

(5) 无穷小

① 定义

---

* lim 表示对 $x\to x_0$，$x\to\infty$ 的情况均成立 .

如果$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$(或$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$),则称$f(x)$为当$x\to x_0$(或$x\to\infty$)时的无穷小.

② 无穷小阶的比较

设α,β是自变量同一变化过程中的无穷小,且$\alpha\neq 0$

(ⅰ)若$\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=0$,则称$\beta$是比$\alpha$高阶的无穷小,记为$\beta=o(\alpha)$.

(ⅱ)若$\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=c\neq 0$,则称$\beta$与$\alpha$是同阶无穷小;若$c=1$,则称$\beta$与$\alpha$是等价无穷小,记作$\alpha\sim\beta$.

(ⅲ)若$\lim\dfrac{\beta}{\alpha^k}=c\neq 0$,$k>0$,则称$\beta$是$\alpha$的$k$阶无穷小.

③ 无穷小定理

定理1　$\beta\sim\alpha \Leftrightarrow \beta=\alpha+o(\alpha)$.

定理2　$\alpha\sim\alpha'$,$\beta\sim\beta'$,且$\lim\dfrac{\beta'}{\alpha'}$存在,则$\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=\lim\dfrac{\beta'}{\alpha'}$.

定理3　$\lim f(x)=A \Leftrightarrow f(x)=A+\alpha$,其中$\lim\alpha=0$.

④ 常用等价无穷小

当$x\to 0$时,$\sin x\sim x$,$\tan x\sim x$,$\arctan x\sim x$,$1-\cos x\sim\dfrac{1}{2}x^2$,$e^x-1\sim x$,$a^x-1\sim x\ln a$,$\ln(1+x)\sim x$,$(1+x)^\alpha-1\sim\alpha x$.

请读者一定要记住上述八个等价无穷小!

⇨ 2.函数的连续性与间断点

(1) 连续的定义

设函数$f(x)$在$U(x_0,\delta)$内有定义,若$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$,则称$f(x)$在$x_0$点连续;若$\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=f(x_0)$,则称$f(x)$在$x_0$点右连续;若$\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=f(x_0)$,则称$f(x)$在$x_0$点左连续.

(2) 间断的定义

若函数$f(x)$在点x_0不连续,则x_0称为$f(x)$的间断点.

① 第一类间断点

设x_0为$f(x)$的间断点.若$\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$与$\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)$都存在,则称$x_0$为$f(x)$的第一类间断点.$\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)$时,称$x_0$为$f(x)$的可去间断点;$\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)\neq\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)$时,称$x_0$为$f(x)$的跳跃间断点.

② 第二类间断点

如果 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$与 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$ 至少有一个不存在,则称 x_0 为 $f(x)$的第二类间断点.

(3) 闭区间上连续函数的基本性质

定理 1(最大值和最小值定理) 在闭区间上连续的函数一定有最大值和最小值.

定理 2(介值定理) 设 $f(x)$在$[a,b]$上连续,$f(a)=A$,$f(b)=B$,$A\neq B$,则对于 A,B 之间的任意数C,在(a,b)内至少有一点 ξ,使得 $f(\xi)=C$.

(二) 难 点

⇨ 1. 极限概念的理解

如果将数列看成是自然数 n 的函数, 那么无论是数列极限还是函数的极限, 都可以看成是函数值随自变量变化的一种变化趋势. 以 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 为例, 该极限式子是指当自变量无限接近 x_0 时, 函数值 $f(x)$越来越无限接近于 A. 理解函数极限的概念时, 要注意: $f(x)$在 x_0 点是否有定义, 以及 $f(x_0)$的值是多少, 并不影响 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$的存在性, 及其值是多少; $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$是否存在, 以及值是多少, 仅和 $f(x)$在 x_0 的某个去心邻域$\mathring{U}(x_0,\delta)$ (δ 可以很小)内的函数值有关, 而和其他点处的函数值无关.

⇨ 2. 极限的计算

(1) 解题技巧

① 求极限或在极限计算过程中尽量用代数方法化简函数式.

② 计算过程中充分利用无穷小代换公式.

③ 若有极限不为零的因子,则先将该因子的极限求出.

(2) 易出现的错误

① 错: $\infty-\infty=0$.

对: 两个无穷大的差不一定为无穷小,如$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x}\right)=\infty$.

② 错: $\infty+\infty=\infty$.

对: 两个无穷大的和不一定为无穷大,如$\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{3}{x^3-1}\right)=-1$.

③ 错: $0\cdot\infty=0$, 或 0 乘"不存在"$=0$,如下述做法是错误的.

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x}\cdot\ln(1+x)=\infty\cdot0=0$, $\quad\lim\limits_{x\to0}x\sin\dfrac{1}{x}=0\cdot\lim\limits_{x\to0}\sin\dfrac{1}{x}=0$.

正确做法：$\lim\limits_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\ln(1+x)=\lim\limits_{x\to0}\ln(1+x)^{\frac{1}{x}}=1$，　$\lim\limits_{x\to0}x\sin\frac{1}{x}=0$.

④ 错：和、差形式利用无穷小代换，如 $\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan x-\sin x}{\sin^3 2x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{x-x}{(2x)^3}=0$ 是错误的．

对：只可对函数的因子作等价无穷小代换，对于代数和中各无穷小不能分别代换，一定是分子、分母的整体或分子、分母的因子进行代换。上述极限正确的做法为：$x\to0$ 时，$\tan x-\sin x=\tan x(1-\cos x)\sim\frac{1}{2}x^3$，所以

$$\lim_{x\to0}\frac{\tan x-\sin x}{\sin^3 2x}=\lim_{x\to0}\frac{\frac{1}{2}x^3}{(2x)^3}=\frac{1}{16}.$$

⑤ 错：所有的无穷小都可进行阶的比较．

例如 $x\to\infty$ 时，$f(x)=\frac{1}{x}$，$g(x)=\frac{\sin x}{x}$ 都是无穷小，但 $f(x)$ 与 $g(x)$ 却不能进行阶的比较．

⑥ 错：无界变量必是无穷大．

对：无界变量未必是无穷大，如 $x\to0$ 时，$y=\frac{1}{x}\sin\frac{1}{x}$ 为无界，但非无穷大．

上述几种情况都是在求极限时容易犯的错误，请读者一定要注意！

⇨ 3．函数连续性与间断点的讨论

要理解函数连续的概念．函数连续，有三个要素：有定义，有极限，极限值等于函数值．函数在一点的连续问题，实际上归结为求极限问题．对于分段函数需考虑左、右连续．

间断点一般是函数没有定义的点或分段函数的分界点，间断点类型一般是通过求间断点处的极限或左、右极限确定的．

⇨ 4．利用闭区间上连续函数的性质证明一些命题

关于闭区间上连续函数性质的命题的证明，一般来讲比较难，主要考虑利用闭区间上连续函数的最大值最小值定理和介值定理．

(三) 考　点

1．函数的表达式及性态．

2．极限的定义及存在性．

3．极限的计算．

4．无穷小的阶的比较．

5. 无穷大与无界的判别.
6. 函数连续性的研究.
7. 间断点及其类型的确定.
8. 闭区间上连续函数的基本性质.

三 全程典型例题精析

(一) 极限的概念和性质

【例 1-1】(1998(二)3 分) 设数列 x_n 与 y_n 满足 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n y_n = 0$，则下列断言正确的是

(A) 若 x_n 发散，则 y_n 必发散.
(B) 若 x_n 无界，则 y_n 必有界.
(C) 若 x_n 有界，则 y_n 必为无穷小.
(D) 若 $\dfrac{1}{x_n}$ 为无穷小，则 y_n 必为无穷小. 【 】

【解】 由 $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = \lim\limits_{n\to\infty} x_n y_n \cdot \dfrac{1}{x_n} = 0$ 知，y_n 必为无穷小，故选(D).

【例 1-2】(2003(一)4 分) 设 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$ 均为非负数列，且 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$，$\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 1$，$\lim\limits_{n\to\infty} c_n = \infty$，则必有

(A) $a_n < b_n$ 对任意 n 成立. (B) $b_n < c_n$ 对任意 n 成立.
(C) 极限 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n c_n$ 不存在. (D) 极限 $\lim\limits_{n\to\infty} b_n c_n$ 不存在. 【 】

【解】 应选择(D). 可用反证法证明. 假设 $\lim\limits_{n\to\infty} b_n c_n$ 存在，则由极限的运算性质，必有 $\lim\limits_{n\to\infty} c_n$ 存在，与已知矛盾.

本题也可用排除法.(A)，(B)显然不对，(C)中 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n c_n$ 为 $0\cdot\infty$ 型极限，不一定不存在. 故只有(D)对.

【例 1-3】(1999(二)3 分) “对任意给定的 $\varepsilon\in(0,1)$，总存在正整数 N，当 $n\geqslant N$ 时，恒有 $|x_n - a|\leqslant 2\varepsilon$” 是数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a 的

(A) 充分条件但非必要条件.
(B) 必要条件但非充分条件.

(C) 充分必要条件．

(D) 既非充分条件又非必要条件．　【　】

【解】 题中带引号的叙述实质上是$\{x_n\}$收敛于 a 的定义．因此应选(C)．

(二) 极限的计算

1. 利用代数方法求极限

【例 1-4】 求 $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$.

【解题思路】 这是含根式的$\dfrac{0}{0}$型极限．求这种类型极限的基本方法是进行有理化，使分子、分母分解出因子$(x-x_0)$，然后再进行约分消去$(x-x_0)$．

【解】
$$原式=\lim_{x\to 8}\frac{(\sqrt{9+2x}-5)(\sqrt{9+2x}+5)(\sqrt[3]{x^2}+2\cdot\sqrt[3]{x}+4)}{(\sqrt[3]{x}-2)(\sqrt[3]{x^2}+2\cdot\sqrt[3]{x}+4)(\sqrt{9+2x}+5)}$$
$$=\lim_{x\to 8}\frac{(2x-16)(\sqrt[3]{x^2}+2\cdot\sqrt[3]{x}+4)}{(x-8)(\sqrt{9+2x}+5)}=\frac{12}{5}.$$

【例 1-5】 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2^2}\cdots\cos\dfrac{x}{2^n}$.

【解题思路】 一般求 n 项和或n 项积的数列极限时，首先将和或积求出．注意到此题中 $x=0$ 或 $x=2^k\cdot\dfrac{\pi}{2}$　$(k=1,2,\cdots)$时，$\cos\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2^2}\cdots\cos\dfrac{x}{2^n}$分别取值为 1 和 0，所以需对 x 进行讨论．

【解】 $x=0$ 时，原式$=1$；

$x=2^k\cdot\dfrac{\pi}{2}$　$k=1,\ 2,\ \cdots$时，原式$=0$；

$x\neq 0,\ x\neq 2^k\cdot\dfrac{\pi}{2}$　$k=1,\ 2,\ \cdots$ 时，

$$原式=\lim_{n\to\infty}\cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2^2}\cdots\cos\frac{x}{2^{n-1}}\cos\frac{x}{2^n}\cdot\sin\frac{x}{2^n}\Big/\sin\frac{x}{2^n}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2^2}\cdots\cos\frac{x}{2^{n-1}}\sin\frac{x}{2^{n-1}}\Big/2\sin\frac{x}{2^n}$$
$$=\cdots$$
$$=\lim_{n\to\infty}\cos\frac{x}{2}\sin\frac{x}{2}\Big/2^{n-1}\sin\frac{x}{2^n}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin x}{2^n\sin\dfrac{x}{2^n}}=\frac{\sin x}{x}.$$

于是,

$$\text{原式}=\begin{cases}1, & x=0\\ 0, & x=2^k\cdot\dfrac{\pi}{2}, \quad k=1,2,\cdots\\ \dfrac{\sin x}{x}, & x\neq 0,\ 2^k\cdot\dfrac{\pi}{2}, \quad k=1,2,\cdots\end{cases}$$

【例 1-6】 计算 $\lim\limits_{n\to\infty}\sin(\pi\sqrt{n^2+1})$.

【解题思路】 当 n 充分大时,$\pi\sqrt{n^2+1}$和 $n\pi$ 充分接近,即 $\sqrt{n^2+1}\pi\to n\pi$ ($n\to\infty$时). 从而$\lim\limits_{n\to\infty}\sin\pi\sqrt{n^2+1}=0$.

【解】 原式 $=\lim\limits_{n\to\infty}(-1)^n\sin(\pi\sqrt{n^2+1}-n\pi)$

$$=\lim_{n\to\infty}(-1)^n\sin\frac{\pi}{\sqrt{n^2+1}+n}=0.$$

【例 1-7】(1997(二)3 分) 求 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+x-1}+x+1}{\sqrt{x^2+\sin x}}$.

【解题思路】 属于$\dfrac{\infty}{\infty}$型极限, 分子、分母同时除以分子、分母中的最高次幂, 由于 $x\to-\infty$, 所以分子、分母同时除以 $-x$.

【解】 分子、分母同时除以 $-x$ 得,

$$\text{原式}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}-1-\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{\sin x}{x^2}}}=\frac{2-1}{1}=1.$$

【例 1-8】 求 $\lim\limits_{x\to-\infty}\arcsin[x(\sqrt{x^2+1}+x)]$.

【解】 原式 $=\lim\limits_{x\to-\infty}\arcsin\dfrac{x(x^2+1-x^2)}{\sqrt{x^2+1}-x}$

$$=\lim_{x\to-\infty}\arcsin\frac{x}{\sqrt{x^2+1}-x}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\arcsin\frac{-1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1}=\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{\pi}{6}.$$

【题型解法小结】 (1) 一般遇到求含根式与根式、根式与有理式的和或差的$\dfrac{0}{0}$型极限时, 先有理化, 然后再计算极限.

(2) 如果 $x\to\infty$时出现$\dfrac{\infty}{\infty}$型, 则用分子、分母中的最大项除分子、分母.