

中小学

数学教学心理学原理

〔苏〕П·М·弗利德曼 著

陈心五 译

徐友标 校

北京师范大学出版社

中小学数学教学心理学原理

[苏] П. М. 弗利德曼 著

陈心五 译

徐友标 校

北京师范大学出版社

中小学数学教学心理学原理

[苏] П. М. 弗利德曼 著
陈心五 译 徐友标 校

北京师范大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

国营五二三厂印刷

开本：787×1092 1/32 印张：6.75 字数：140千

1987年7月第1版 1987年7月第1次印刷

印数：1—8 500

统一书号：7243·466 定价：1.25元

说 明

“中小学数学教学心理学原理”是〔苏〕П. М. 弗利德曼的最新著作。1983年由莫斯科教育出版社出版。84年我们见到这本原著后，认为书中不少观点颇有新意，并根据书中的一些精神，在北京市五所中小学进行数学教法改革实试，经过一年的实践，效果确实不错。于是决定将它译为中文，介绍给我国广大中小学数学教师和教育工作者。

全书共分六章：普通教育数学课程内容和结构的教育心理分析；数学教学过程中思维的发展；学生是数学教学过程的对象和主体；数学教学过程中学生的活动；数学教学过程的组织；形成解数学题的技巧和技能。

作者以教育心理学理论为依据，对普通教育数学课程内容和结构的心理基础；对如何调动学生开展独立、主动、积极的学习活动；对为什么要确立学生是教学和教育的主体；对中小学数学思维能力水平层次的划分；对知识、技能和能力的关系以及如何提高解题能力等，作了精辟地阐述。读后使我们对现代苏联的一些教学和教育观点，会获得一些有益的启示。

本书由陈心五同志翻译，徐友标同志校订。由于我们才疏学浅，加上时间仓促，译文中可能会有不妥当的地方，请读者指正。

北京市教育科学研究所

一九八五年十月

目 录

绪论.....	(1)
第一章 普通教育数学课程内容和结构的教育心理分析	(9)
什么是教育心理分析	(9)
普通教育的目的和任务 (教育心理学问题)	(11)
数学教育内容的方法论问题	(15)
数学教学在普通教育中的作用和地位	(22)
关于学校数学课程的结构	(29)
第二章 数学教学过程中思维的发展	(38)
思维及其特征和种类	(38)
关于数学思维	(45)
提高思维修养	(52)
数学教学中的直观性和模型化	(60)
第三章 学生是数学教学过程的对象和主体	(74)
教师和学生在数学教学过程中的作用	(74)
作为数学教学对象的学生的年龄心理特征	(80)
学习过程的动机	(86)
第四章 数学教学过程中学生的活动	(97)
有目的的学习活动是学习过程的主导活动	(97)
学习主动性和它在现代教学条件下的意义	(113)
第五章 数学教学过程的组织	(127)
数学教师活动的内容和结构	(127)
数学教学过程的成分	(135)

组织学生学习活动的形式	(144)
关于数学教学的某些方法	(158)
数学教学过程中学生学习活动的检查和评定	(175)
第六章 形成解数学题的技巧和技能	(184)
技巧、技能和能力	(184)
形成技巧和技能的一般条件	(187)
发展解数学题的一般技能	(195)
参考书	(207)

绪 论

今天可以看到，数学教师对教育心理学问题，对心理学的知识具有强烈的兴趣。这种兴趣的产生，是由于数学教师在自己的日常实践活动中遇到了一些问题，这些问题只有依据教育心理学的知识，同时对这些问题的实质从心理学的角度进行深入地思考，才能获得解决。

最近一些年来，中小学数学教师的地位发生了相当大的变化。不久以前教师还可以把自己的工作局限于在课上讲述大纲规定的材料，向学生布置掌握教学内容的作业，检查和评定完成作业的情况。过去教师可以采取十分有效的办法，强迫任何一个学生完成作业和服从各种要求。这个办法就是当时的学校有权选择和淘汰学生。学校有挑选符合规定的标准要求的学生的权力，而对那些不符合这些要求的学生，对不完成教师布置的作业和不服从教师要求的学生，学校有权逐渐淘汰。结果过去可以受到完全中等教育的，只是广大入学儿童中为数不多的少数人。

这种情况主要是由于我们的国家遭受了战争（国内战争，外国武装干涉，然后是卫国战争）的毁灭性的破坏，还不可能使我国全体青年都受到完全的中等教育。因此学校也就有权挑选最有能力和最守纪律的学生。

学校的这种挑选和淘汰学生的权力。当然不仅为利用它来组织教学教育过程的教师所熟知，而且也为广大学生及其

家长所共知。大家都把这种权力理解为十分自然的事，许多个世纪的历史传统所尊崇的这种自然性、必要性和不可避免性的意识，正好使得这种权力对学生的作用确定起来。

当然，教师和学校使用这种权力不是直接的，而是首先影响学生的道德情感，指出他们对社会、对家长和对自己的责任，发展他们的认识兴趣，但是可以运用这种权力本身这一点终究会引起教师意识到自己的力量，会增加教师的活动和要求的社会意义，会使学生明白，必须完成这些要求。

从另一方面说，从学校里淘汰学生，作为一种结果，正象今天一样，是不普遍的，接受完全中等教育的青年人很少有这种情况，但是挑选和淘汰学生的权力给予学校教学过程本身一定的社会荣誉和威望，并对学生及其家长起相应的影响。

但是到了六十年代中期，不是一部分人，而是我国全体青年都能受到完全中等教育的经济条件建立起来了。在资产阶级国家里，免费的普及教育只是简单地标志可以上学到一定年龄（一般是到十五、十六岁）与资产阶级国家不同，在我国普及义务教育法规定，不仅对所有儿童实行免费教育到十七岁，而且要使他们每一个人都受到完全中等教育（在普通中小学或其它学校——中等师范学校，中等技术学校，夜校）。在这方面，如同在其它社会领域里一样，我们首先在世界上按照新的方式，用完全不同的原则，解决全民教育的任务，正在走一条前人从未走过的道路。

我国实现中等普及义务教育是社会主义社会的巨大成就，对于社会主义思想在全世界的胜利，对于我们社会的经济、社会政治、文化的进一步发展具有世界性的历史性的意

义。中等普及义务教育为人的全面和谐的发展创造必要条件，人的全面和谐发展是建成共产主义社会的必要前提。中等普及义务教育是在科学技术革命条件下，对经济和国民经济发展所提出的新要求的必然回答，因为在这种条件下能够富有成效地进行劳动的，只能是“具有广阔的职业见识和技能，深刻了解现代生产的综合技术原理，能够迅速掌握最新机器和生产工艺过程”^①的人。正如我国宪法中所指出的那样：“苏联实行并完善统一的国民教育制度；这一制度保证公民的普通教育和职业训练，目的是对青年进行共产主义教育、促使其身心成长、培养他们从事劳动和社会活动”^②。

因此，全面地和高质量地实现中等普及义务教育是我们学校、全体教师和每一位教师个人的光荣事业。

向中等普及义务教育过渡，极大地改变了教师和学生在教学教育过程中的地位。教师失去了挑选和淘汰学生的权力。尽管到现在他们还有点想要使用与这种权力相联系的残存的组织形式（等级分制，升级考试，毕业考试等等），但是这些形式已经失去了激发学生积极学习的效力。学生们（和许多家长）对中等普及义务教育的理解有点片面，他们只抓住自己有受中等教育的权利，而对由此引起的某些义务却估计不足，他们指望自然而然地获得国家通过学校的教师似乎是应当给予他们的准备好了的现成教育。十分遗憾，现在还相当普遍地存在一种看法，认为教育可以“给予”，相反，却

① 勃列日涅夫 Л.И. “在苏联列宁共产主义青年团第十七次代表大会上的讲话——按照列宁主义的方针”。《演讲和论文集》。莫斯科，1976年版，第5卷，第45页。

② 《苏联宪法(根本法)》。莫斯科，1980年版，第8页。

不常能够遇到一种清楚的正确认识，即教育只能“获取”，用自己的劳动，用有明确目的的和系统的工作来取得。

在这种条件下数学教师不能只作一个单纯教书的教员，他应该成为一名作为教育者的教师。他的主要努力应当集中在培养学生的个性品质上，集中在形成他们对学习活动的需求和渴求学习并成为有教养、有文化的人的强烈愿望上。

当然，所说的这一切不仅与数学教师有关，而且与学校的所有教师都有关系。但是对于数学教师来说，这一切具有特殊的意义，因为和其它学科相比，数学无疑需要付出更大的劳动，学生必须每天进行大量独立的工作，进行系统的工作，在十年的学习期间从不间断。如果没有认真思考的、每日的、严肃的工作，要想掌握数学简直是不可能的，甚至在最低限度内也是不行的。因此最近几年中教师地位方面所出现的变化，大概变化最大的正是数学教师。

在这方面教师教育好学生的可能性问题显得特别尖锐。那些对学校生活很不了解的人往往对这种可能性估计过高。他们认为，一切都取决于教师，教师什么都能，什么样的学生都能教会，什么样的学生都能教育好。真的，可以举出许多教师对学生有真正奇特影响的例子，教师把似乎是沒有希望的落后生教会了，把一个谁的话也不听的孩子重新教育好了。有许多有名的教师，他们教育出来的学生，在知识修养、智力发展和思想品德方面都具有很高的水平。

这些教师的秘诀是什么？能不能每位教师都成为这样的教师能手呢？这正是许多教师努力思考并经常寻找答案的问题。

同时社会和家长向所有的教师提出了看来是不可能做到

的要求。例如，B. 鲍辛科坚决要求：“学校应当给予对于人的全面正常发展所需要的一切，不管孩子或家长愿意不愿意，都要尽力使正在发育成长的人‘获取到’这一切”^①。
(强调字体是我改的——作者)

可是怎样才能够不管孩子和他们的家长的意愿让他们全面发展呢？俄罗斯苏维埃联邦社会主义共和国功勋教师 A. A. 茹科夫斯基十分有根据地肯定说：“教师在学校中的作用的确是很大的，但是教师不是万能的，他只能教会那些愿意学习并且自己学习的学生”^②。

这样说来，B. 鲍辛科不对了吗？不是的，他是对的。那么说，不对的是 A. A. 茹科夫斯基了吗？他也是对的。全部问题就在于，学校和教师教育好学生的可能性问题有两个方面：社会方面和教育心理学方面。从社会方面来看，从我们现代社会及其发展的需要来看，B. 鲍辛科是对的，因为今天特别需要尽一切努力使每一个儿童，使我国全体青年得到全面发展。这一观点直接出自苏共第二十四次代表大会的主要指示：建设共产主义的伟大事业，如果没有人自身的全面发展，就不可能向前推进。如果人们缺乏高水平的文化、教育、社会觉悟和内心的成熟，就不可能有共产主义，正如没有相应的物质技术基础，就不可能有共产主义一样”^③。

① 《共青团真理报》1974年10月1日。

② 茹科夫斯基 A.A.，马尔哈相 A.Г. 《怎样自学》，莫斯科，1974年版，第4页。

③ 《苏共第二十四次代表大会材料》，莫斯科，1971年版，第83页。

从教育心理学方面来看，现代学校、教师当然只能局限于教育好学生的可能性的范围之内。

怎么办呢？怎样克服社会对学校的要求与学校在教育心理学上满足这些要求的实际可能性之间的矛盾呢？

许多在自己的工作中取得很好成果的优秀教师的经验证明，这些矛盾可以克服，这些教师的所有学生都无一例外地，十分乐意地、满怀兴趣地、高兴地、满意地进行学习、接受教育。苏维埃教育学的大师们 H. K. 克鲁普斯卡娅、A. C. 马卡连柯、C. T. 沙茨基、B. A. 苏霍姆林斯基等人的全部巨大的教育遗产中谈到了这个问题。在他们的著作中，令人信服地表明，儿童不愿学习和接受教育，不想做一个有教养、有文化的人，这种情况是可以克服的，一般地说，这种情况是反常的，只是由于对某些教育条件欠考虑，家庭或者学校教育不正确才出现的。在大师们的著作中还表明，在教学和教育过程中克服反常的不良现象的可能性与深刻理解儿童内心世界密切相关，理解儿童的目的是要唤起潜藏在儿童身上的创造力量，使学生变成自己生活的创造者，把学生的全部活动和精力都引导到自我教育上，引导到个人的自我完善上。而为了做到这一点，当然需要深刻地懂得儿童的心理，懂得儿童心理发展的规律和对这种发展进行有的影响的规律。没有这方面的知识，要想克服上面所说的矛盾，自然是不可能的。

现在正在进行的数学教育内容的改革，给教师的工作带来了许多困难，这一点使得中小学数学教师的状况更加复杂了。由于 1977 年进行完的第一阶段改革的结果，学校数学课程的内容变得复杂多了，渗透了许多数学科学的基本思

想，掌握这些思想很不容易，许多学生都感到相当困难，与此同时，分配给数学课的学时，如果考虑到所进行的改革，自然应该有所增加，可是不仅没有增加，甚至还减少了。出现了众所周知的在学习材料方面学生负担过重。现在教师很少有足够的时间对所学的各个问题进行细致的分析，对必需的技能和技巧进行训练。是的，可以预料，由于第二阶段数学教育改革进行的结果，某些次要的问题将从大纲中删除，因而数学课程中基本问题的学习时间的状况会要好一点。但是掌握学校数学的主要规律、思想和方法方面的困难，毕竟仍将存在。此外，不能排除，大纲中还可能出现某些新的问题、新的章节和课题，因为数学科学在发展，数学运用的范围始终在扩大。所以，学生负担过重的问题，只靠删除某些次要问题是解决不了的。

要克服这些困难，与数学教师整个工作体系的完善有着密切联系。现在已经可以明显地看出，必须建立教师整个教育教学工作的有科学根据的体系，这个体系是以教学与教育过程和学生个性发展的教育心理学的规律为基础的。

因此，可以看出，现代学校的数学教师必须掌握教育心理科学（儿童心理学和年龄心理学，教育心理学和社会心理学，教学论，教学法等）的全部成果，以便依靠这些科学知识来建立作为教育者的教师的工作。

这本书的目的是要帮助数学教师掌握教师活动的教育心理学原理。书中将要用现代教育心理学的观点和思想来研究和分析数学教师活动的一切主要方面。

我们希望，书中的材料将帮助教师们更加深刻地理解自己的工作、工作的内容和方法，挖掘更有效地组织和进行工

作的潜力。书中没有研究大纲的某些课题和章节的现成药方和逐课分析的详细材料。因此阅读本书的数学教师应当懂得，教师只有创造性地对待自己的工作，才有可能在自己每日的工作中实际运用本书详细分析的思想和教学过程的规律。

第一章 普通教育数学课程内容 和结构的教育心理分析

什么是教育心理分析？

在对学校数学课程的内容和结构进行教育心理分析以前，十分明显，首先应当弄清楚，这是一种什么样的分析，还有哪几种分析，这种分析与其他分析有什么不同。

为了弄清楚这些问题，我们先来分析数学教学的过程。在这个过程中，以一定形式反映数学科学的数学教程是教学过程的对象和工作中使用的材料，教学过程的参加者是教师和学生。此外，间接参加教学过程的是为学生的活动创造和提供条件的家长，还有决定着教师活动的特点和内容的教育行政机关工作人员（学校行政人员、教学法专家、视导员等人员）。

数学教学过程的结构是很复杂的，所以很自然，可以从各种不同的角度来分析它。例如，可以把数学科学和数学学科之间的相互关系作为分析这个过程的基础，在这里说的是本体教学论的分析。可以从教师活动的角度来研究这一过程，这时说的是教学法分析。如果分析这一过程的角度是这个过程的组织和物质条件的供给（办公室，设备，教具等等），那么这就是数学教学过程的学校管理分析，在这种情况下，在教学过程的结构中还应有一个间接表现课程、教师和学生之间

关系的环节——教学设备和参考书。如果对这一过程的研究是从参加教学过程的所有人员之间的相互关系这个角度来分析，那么这就是数学教学过程的社会心理学的分析，甚或是社会学的分析。

可以看出，数学教学过程的分析可能是各种各样的，我们这里所提出的还不是全部，例如，当我们把教学过程作为一种管理等过程来研究时，还可以有控制论分析，这也是一种有益的分析。

但是从教学过程的中心人物——学生的角度来进行这一过程的分析，应当成为基本的和主要的分析。的确，组织和进行教学正是为了学生，这里的主角就是学生。如果在按一定的教学大纲和教学目的、任务进行的教学过程中学生不进行活动，那么也就不会有任何的教学，整个过程将是毫无结果的。教学过程的结果也应从学生的角度来分析和评价，因为它们包括学生在教学中发生了哪些变化，获得了哪些知识和技能，具有了哪些技巧，在心理发展和行为、习惯方面是否出现了必要的进步，科学辩证世界观形成了多少等等。所有其余参加教学过程的人（教师、家长、教学法专家、教科书的作者等人）进行活动的目的正是为了所有这一切。

从教学过程的主要人物学生的活动来研究数学教学过程的这种分析，就是教育心理分析。

我们可以看出，数学教学过程的各种分析是互相联系的，互为条件的，因为其中每一种分析都要考虑其他种类的分析的结果。但是作为主导的和基本的分析，无疑应是教育心理分析，因为它的结果是数学教学过程的其它各种分析作出结论的基础。

普通教育的目的和任务 (教育心理学问题)

当我们对普通教育数学课程的内容和结构进行教育心理分析时，显然，我们应当从这门课程的目的和任务出发。但是数学并不是普通教育的唯一的学科，尽管它十分重要，但终究只是普通教育中不大的一部分。因此很自然，数学课程的目的和任务要由普通教育的一般目的和任务来决定。因此，在谈数学教学的局部目的和任务之前，那怕是简短地，也应当谈一谈普通中等教育的一般目的。

普通中等教育的目的和任务，归根到底是由社会的需要和社会向学校提出的任务来决定的。今天这些目的和任务不同于过去，比如说，不同于一、二十年以前。一般地说，社会、国家和学校、教师之间的关系可以通过下列方式来表现。社会通过国家，从社会、政治、经济的状况及其发展计划出发，给学校下达一定的要求，这些要求表现为：为解决一定的社会任务和问题必须培养正在成长的一代；表现为未来公民品质的发展规范。教育学在接受社会的要求时，制定出实现这些要求的途径和手段。这点具体归结为，教育学把社会要求转化为教育学的语言，说明教育的目的，制定教学计划、教学大纲和保证所拟定的目的、计划和大纲得以完成的教学与教育的一般方法。所有这些拟定目的、计划和大纲的工作是教育科学向学校和教师提出来的。这些拟定出的目的、计划和大纲已经在组织和进行对学生的教学和教育实践，学生按照这些来实现学习过程。在这里我们所说的“学