

461202

高等結構學

楊振輝編著

正言出版社印行

高等結構學

楊振輝著

正言出版社印行

目 錄

第一章 柱比分析法

(1·1)	引言	1
(1·2)	柱比法公式之導立	1
(1·3)	柱比法於嵌端梁之應用	3
(1·4)	柱比法於剛架之應用	6
(1·5)	柱比法於環拱之應用	8
(1·6)	柱比法於閉合框之應用	11
(1·7)	柱比法於閉合環拱之應用	13
(1·8)	不對稱結構之柱比法公式	17
(1·9)	柱比法於不對稱結構之應用	18
(1·10)	練習題	23

第二章 傾度變位法

(2·1)	引言	26
(2·2)	原理	26
(2·3)	基本公式之導立	27
(2·4)	無節點移動及沉落之梁架分析	29
(2·5)	無節點移動及沉落之梁架習題	34
(2·6)	支點沉落之聯梁分析	35
(2·7)	節點側傾之框架分析	36
(2·8)	側傾結構之習題	45

第三章 力矩分配法

(3·1)	引言	47
-------	----	----

(3·2)	節點旋轉力矩與樑端旋轉角度	47
(3·3)	力矩分配的工作方法	50
(3·4)	支點無沉落及節點無側傾之梁架舉例	51
(3·5)	支點沉落所生之力矩	57
(3·6)	單架側傾所生之力矩	59
(3·7)	多層剛架側傾所生之力矩	66
(3·8)	複架之剪力分配	71
(3·9)	複架分析之舉例	74
(3·10)	橫梁無限剛硬之框架分析	79
(3·11)	斜頂單架之舉例	80
(3·12)	斜頂聯架之舉例	85
(3·13)	聯續梁	90
(3·14)	桿件截面不等、惰矩變化之結構	100

第四章 多層高屋架之分析

(4·1)	引言	110
(4·2)	高架上之荷重	110
(4·3)	高架之種類	111
(4·4)	無側傾之高架受豎荷重後之基本公式	111
(4·5)	無側傾高架之算式排列	112
(4·6)	無側傾高架豎直荷重時之分析要點	119
(4·7)	無側傾高架之實數舉例	121
(4·8)	傾側高架之基本公式	131
(4·9)	側傾高架之算式排列	133
(4·10)	側傾高架之分析要點	141
(4·11)	側傾高架之實數舉例	144
(4·12)	高架風應力之簡略分析法	154

(A)臂梁法 (B)框架法 (C)臨定鉛鏈法

第五章 三力矩定理

(5·1) 引言.....	165
(5·2) 三力矩定理之導立.....	165
(5·3) 由求得之支點力矩計算其他靜力值.....	169
(5·4) 聯梁例題及習題.....	170
(5·5) 節點無側傾之簡單框架.....	172
(5·6) 節點無側傾及兩桿以上會集之結構.....	174
(5·7) 有側傾框架之角變原理.....	177
(5·8) 有側傾框架之例題.....	178
(5·9) 溫度變化及直接應力之影響.....	181
(5·10) 框架之習題.....	185

第六章 聯梁之定點圖解法

等截面聯梁

(6·1) 原理及定點作圖法.....	186
(6·2) 定點之計算.....	188
(6·3) 單獨一孔負重時該孔之力矩分佈.....	189
(6·4) 交叉線截距之計算.....	190
(6·5) 均佈活荷重之力矩及剪力限值.....	195
(6·6) 活重之影響線.....	196

不等截面聯梁

(6·7) 原理.....	200
(6·8) 修正三角形重心線及替換支點垂線之求法.....	201
(6·9) 定點之性質.....	204
(6·10) 一孔負重時之交叉線截距.....	204
(6·11) 各種荷重情況之交叉線截距計算.....	205
(6·12) 遠孔自我等截面聯梁.....	208

(6.13) 嵌制端之不等截面聯梁.....	209
(6.14) 不等截面聯梁之分析舉例.....	209

第七章 聯架（附彈性硬接支柱之聯梁）之定點圖解法

等截面聯架

(7.1) 引言.....	213
(7.2) 原理.....	214
(7.3) 柱頂旋轉角.....	215
(7.4) 橫梁定點作圖.....	216
(7.5) 定點之計算.....	222
(7.6) 負重孔內支點力矩之求法.....	223
(7.7) 縮減係數 μ	226
(7.8) μ 值之算式.....	228
(7.9) 摑支力之組合.....	229
(7.10) 橫平側傾之分析原理.....	230
(7.11) 單獨一柱擺動時該柱頂左右兩梁力矩之分配.....	232
(7.12) 溫度變化之影響.....	234

不等截面聯架

(7.13) 不等截面支柱之柱頂旋轉角.....	236
(7.14) 定點之求法.....	238
(7.15) 交叉線截距及縮減係數 μ	242
(7.16) 側傾分析.....	243

第八章 實用係數表

(8.1) 直接均佈荷重，等孔聯梁之彎矩及剪力係數表	246
(8.2) 間接集力荷重，等孔聯梁之彎矩及剪力係數表	248
(8.3) 等孔聯梁承負均佈“段荷重”所起之支點力矩及梁孔力矩表.....	260
(8.4) 等孔聯梁逐孔均佈荷重之支點力矩表.....	263

(8·5) 等孔聯梁之力矩及剪力影響線值表.....	265
(8·6) 不等孔聯梁均佈荷重之力矩公式.....	268
(8·7) 單孔框架公式表.....	269
(8·8) 聯續框架之力矩係數表.....	271
(8·9) 拱托梁截面之傳遞係數剛度及定端力矩係數表.....	275
附錄 實用係數表之應用 (補充第八章)	

第一章

柱比分析法

(1·1) 引言

美國 Hardy Cross 教授介紹分析剛構之柱比法❶，甚為新奇別緻。Cross 氏對柱比法原理之解釋如下：

柱比法乃梁架或拱因連續性所引起之力矩與短柱受偏心壓力所引起之應力，在算式上的一種巧合。其原文為：The column analogy is a mathematical identity between the moments produced by continuity in beam, bent or arch and the fiber stresses in a short column eccentrically loaded. 因計算柱應力公式，久為設計者所稔習，故柱比法之概念及應用，較諸他法易於瞭解醒目；彼對不等截面之結構及較複雜之荷重，尤顯其方便之處。但此法祇適用於單孔的靜不定結構，其費餘值以三個為最多限。故此法的單獨用途並不太廣，惟在“力矩分配法”中是一個很重要的輔助工具❷。

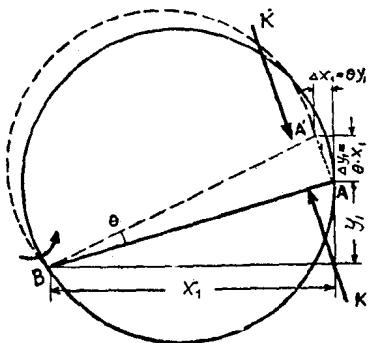
(1·2) 柱比公式之導立

(1·1) 圖示一任意截面及任意彎度之閉合環，承負平面作用力。此乃一種特殊之不定式結構，但本質上仍與雙嵌端環拱同義。蓋雙嵌端環拱在嵌支點以下之部分（基層），可視為閉合環之一部分，惟其 EI 屬無限大。由此關係，故本法之應用可以推廣矣。

茲設割破環之 A 點，於 B 點作用一力矩，引起上半環之相對轉動，如圖示虛線之位置，並假設下半環持定不動，上部 A 點移至 A' 。因 θ 角通常極小，故 $A-A'$ 可視

❶ 公開發表於美國 Illinois 大學工程研究報告中。“The Column Analogy,” by Hardy Cross, Bul. 215, Eng. Exp. Sta. Univ. ILL., 1930.

❷ 見本書“力矩分配法”，利用柱比法以計算桿件之“定端力矩、硬度、傳遞係數”。



1.1 ■

為垂直於 BA , 由相似三角形得:

$$\Delta y_1 : A-A' = x_1 : B-A$$

$$\text{或 } \Delta y_1 = \frac{A-A'}{B-A} \cdot x_1 = \theta \cdot x_1$$

$$\text{同理 } \Delta x_1 = \theta \cdot y_1$$

但實際上因環的連續性, 任一假定裂口之兩截面間不容有角變度存在, 亦不容有相對的橫平及豎直移動產生。故添置 K 力, 使 A' 重貼於 A , 意即 K 力須具此大度, 彼能引起自 A 至 A' 之間之總扭轉適等於反向之 θ 且使 A' 推回反向橫平移動 $\theta \cdot y_1$ 及豎直移動 $\theta \cdot x_1$ 。此項移動量, 可用由 K 力所起之環應力——力矩剪力及縱力——表示之。惟以由剪力及縱力所生之變形, 較為微小, 故略之, 而祇計由彎曲力矩所引起者。且以環弧之半徑常較斷面之尺寸為殊大, 故仍可按直桿計算應力。由靜不定力 K 產生於某一斷面之力矩為 M_i , 則斷面左右兩切線之相對旋角即等於 $\frac{M_i ds}{EI}$, 或亦即割破之環, 相對的轉回 $\frac{M_i ds}{EI}$, A' 端橫平移回 $\frac{M_i ds}{EI} y$, 豈直移回 $\frac{M_i ds}{EI} x$ 。

$x y$ 為該斷面對 A 點之座標。故靜不定力 K 所起之總變形, 當由前列各值沿整個環弧積分而得, 且適等於割破 A 點, B 點作用外力矩時所致變形之反號值:

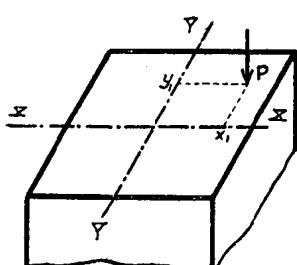
$$(1) \text{ 旋角 } \int \frac{M_i ds}{EI} = -\theta$$

$$(2) \text{ 橫平移動 } \int \frac{M_i ds}{EI} y = -\theta \cdot y_1$$

$$(3) \text{ 豈直移動 } \int \frac{M_i ds}{EI} x = -\theta \cdot x_1$$

檢討受偏心壓力 P 的短柱如(1.2)圖, 設應力之分佈按座標距離 xy 呈直線性。此自由體頂面所受 P 力必與頂面下之應力相持平衡: 應 $\sum V = 0$, $\sum M_x = 0$, $\sum M_z = 0$ 。假取一微分面 dF , 其座標為 xy , 該處之應力為 σ , 則得平衡式:

$$\int \sigma \cdot dF = -P \quad \int \sigma \cdot dF \cdot y = -P \cdot y_1 \quad \int \sigma \cdot dF \cdot x = -P \cdot x_1$$



1.2 圖

此三式與前例計算變形之(1)(2)(3)三式完全相似。 M_1 相當於 $6 \frac{ds}{EI}$ ，相當於 dF ，及 θ 相當於 P 。故可循相同的算式計算。根據力學計算柱應力之主要公式為：

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M_x \cdot c_x}{I_x} + \frac{M_y \cdot c_y}{I_y}$$

σ 為柱之邊緣應力， c, c_y 為外緣某點之座標。

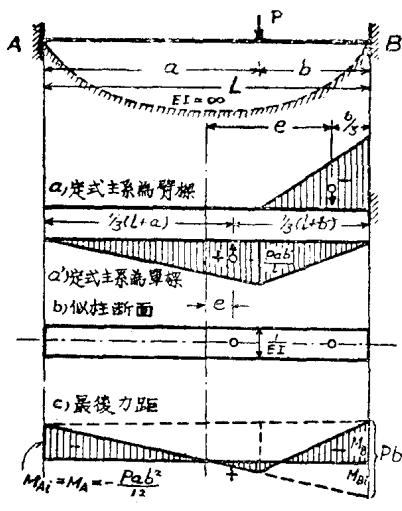
X, Y 為柱截面之二主軸，指數 x, y 示明距離或力矩對何軸而言。故環於某點之靜不定力矩，可依照柱之邊緣應力計算，一如由壓力 θ 所起。柱之截面即為環拱，惟任一處之厚度為 $\frac{1}{EI}$ (E 為環料之彈性係數， I 為該處原斷面之慣性力矩)，此乃柱比法中之虛構柱，定名為似柱，以資區別。任意一點之真正力矩，即為算得之靜不定力矩 M_1 及該處由外力所起之靜定力矩 M_0 之和。

若以普通之力荷重代替前敘之力矩荷重，環上作用相持平衡的外力，割破後，由此外力引起於環內之靜定力矩為 M_0 。某斷面因 M_0 發生之扭轉為 $\frac{M_0 \cdot ds}{EI}$ ，沿環之扭轉總值及 A' 對 A 之移動分量可由積分而得。其方向與靜不定力矩所起者相反，前例之(1)(2)(3)三式可以 $\int \frac{M_0 ds}{EI} = \theta$ ， $\int \frac{M_0 y}{EI} ds = \theta \cdot v_1$ ， $\int \frac{M_0 x}{EI} ds = \theta \cdot x_1$ 分別代之！故似柱之荷重顯然即為 $\frac{M_0}{EI}$ 面。 M_0 為割破環拱成為定式系統後由載重算得之力矩。

(1.3) 柱比法於嵌端梁之應用

(1.3) 圖等截面嵌端梁，負有一集力 P ，用柱比法分析其力矩，藉以說明工作步驟。

切破環於 A 端，則得一定式臂梁，其力矩線示如(a)。似柱之斷面示如(b)，長為 L ，寬為 $\frac{1}{EI}$ 。致 AB 兩點以下部份之似柱斷面則為零，不能出現，蓋以 $EI = \infty$ 故也。靜定力矩面 = $\frac{1}{2}P \cdot b^2$ ，似柱之荷重 = $\frac{Pb^2}{2EI}$ ，偏心距離 $e = \frac{L}{2} - \frac{b}{3}$ ，似柱之面積 $F = \frac{L}{EI}$ ，似柱慣矩 $I = \frac{L^3}{12EI}$ ，似柱 AB 兩端與中線之距離為 $c = \frac{L}{2}$ ，



1.3 圖

A 點之靜不定力矩即等於真正力矩，亦即
為似柱受偏心荷重時該邊緣之應力：

$$M_A = M_{A1} = \frac{P}{F} - \frac{P \cdot e \cdot c}{I}$$

$$M_A = \frac{Pb^2/2EI}{L/EI}$$

$$= \frac{(Pb^2/2EI)(L/2-b/3)(L/2)}{L^3/12EI}$$

$$= \frac{Pb^2}{2L} - \frac{3Pb^2}{2L} + \frac{Pb^3}{L^2}$$

$$= \frac{Pb^2}{L} \left(\frac{b}{L} - 1 \right)$$

$$= -\frac{Pab^2}{L^2}$$

B 點之靜不定力矩：

$$M_{Bi} = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot e \cdot c}{I}$$

$$= \frac{Pb^2}{2L} + \frac{3Pb^2}{2L} - \frac{Pb^3}{L^2} = \frac{2Pb^2}{L} - \frac{Pb^3}{L^2}$$

B 點之真正力矩則由靜不定力矩 M_{Bi} 及定式主系之力矩 M_{B0} 相併而得

$$M_B = -Pb + M_{Bi} = -\frac{Pab^2}{L^2}$$

最後力矩線示如(c)圖。

向號規律：割破 A 端後，臂梁之 $\frac{1}{EI}$ 倍負號力矩面，可視為似柱之向下作用

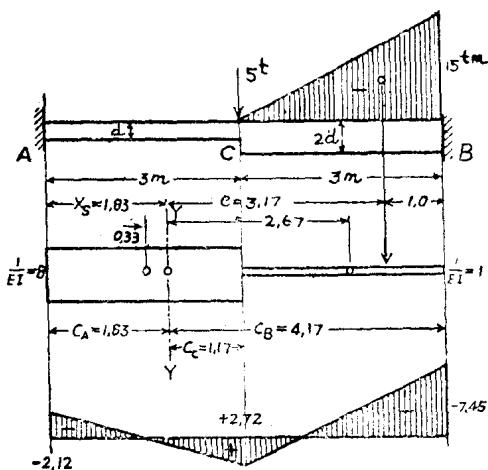
力，即壓力是也。由其偏心距之方位，即知 A 緣之應力為拉力，B 緣為壓力。按照坊工材料之應力向號，壓應力為正，拉應力為負。由是得 A 端之靜不定力矩 M_{A1} 為負，B 端之 M_{Bi} 為正。

柱比法之計算推演，祇須將環變為定式主系。選取定式主系之法不一，或除去擋支條件，或添置鉸鏈點。如(a')圖則用簡支梁為定式主系，以解除 AB 兩端之嵌固情況。似柱之截面仍與前同。因定式主系之力矩面為正，故似柱之荷重為拉力(-)。此時 AB 兩端之真正力矩均等於其靜不定力矩，茲分析之如下：

$$M_A = M_{Ai} = -\frac{P}{F} + \frac{Pe c}{I} \quad M_B = M_{Bi} = -\frac{P}{F} - \frac{Pe c}{I}$$

代入荷重 $= Pab/2EI$; $F = L/EI$, $\epsilon = \frac{L}{2} - \frac{L+b}{3}$, $c = L/2$ 及 $I = L^3/12EI$

$$\text{解得與前相同之結果} \quad M_A = M_{A1} = -\frac{Pab^2}{l^2}, \quad M_B = M_{B1} = -\frac{Pab^2}{l^2}.$$



1-4

同理計算(1·4)圖之不等式

而雙嵌支梁，因祇需 $\frac{ds}{EI}$ 之相對值，

設梁高等於 $2d$ 部分之似柱寬度

爲 $\frac{1}{EI} = 1$, 則梁高等於 d 部分之

似柱寬度應為 $\frac{1}{EI} = 8$, 蓋以 I 與

d^3 成正比例故也。

似柱之斷面：

$$E = 8 \times 3 + 1 \times 3 = 27$$

$$重心距 \quad x_s = \frac{24 \times 1.5 + 3 \times 4.5}{27} = \frac{49.5}{27} = 1.83 \text{ m (离 A 端)}$$

$$\text{惯性力矩} \quad I_y = \frac{1 \times 3^3}{12} + 1 \times 3 \times 2.67^2 + \frac{8 \times 3^3}{12} + 8 \times 3 \times 0.33^2 \\ = 2.25 + 21.39 + 18.0 + 2.61 = 44.25$$

$$\text{似柱荷重} \quad P = \frac{15 \times 3}{2EI} = 22.5 \quad \left(2d \text{ 部分之 } \frac{1}{EI} = 1\right)$$

$$\text{偏心力矩 } M_y = 22.5 \times 3.17 = 71.3$$

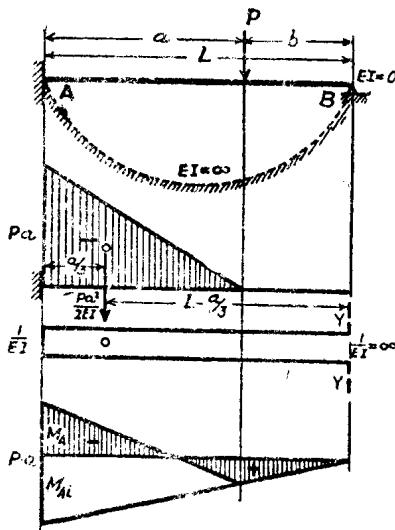
$$M_A = \frac{22.5}{27} - \frac{71.3}{44.25} \times 1.83 = 0.833 - 2.95 = -2.12 \text{ fm}$$

$$M_C = \frac{22.5}{27} + \frac{71.3}{44.25} \times 1.17 = 0.833 + 1.887 = +2.72 \text{ t/m}$$

$$(= \frac{M_{Ai} + M_{Bi}}{2})$$

$$M_B = \frac{22.5}{27} + \frac{71.3}{44.25} \times 4.17 - 15.0 = 0.833 + 6.717 - 15 = -7.45 \text{ t/m}$$

應用此法亦可計算(1·5)圖之平梁，*A* 端嵌支，*B* 端鏈支(即簡支)。*AB* 平梁可



1·5 圖

視為環之一部分，其剛度以 EI 表之。*AB* 以下部分之剛度為無限大，此無限大剛度之半環，與平梁硬接於 *A* 點，鏈接於 *B* 點，因鉸鏈毫無剛度，故 *B* 點之 $EI=0$ 。或亦得似柱於 *B* 點之寬度 $\frac{1}{EI}=\infty$ 。因得似柱之總斷面亦為 ∞ 大，其縱向重心線即在截面 ∞ 寬之 *B* 點。對此縱軸之 $I_y=L^3/3EI$ ，*A* 點離重心軸之 $c=L$ ，故得 *A* 點之靜不定力矩：

$$M_{A1} = \frac{Pa^2/2EI \left(L - \frac{a}{3} \right)}{L^3/3EI} L \\ = \frac{3}{2} \frac{Pa^2}{L} - \frac{Pa^3}{2L^2}$$

最後力矩：

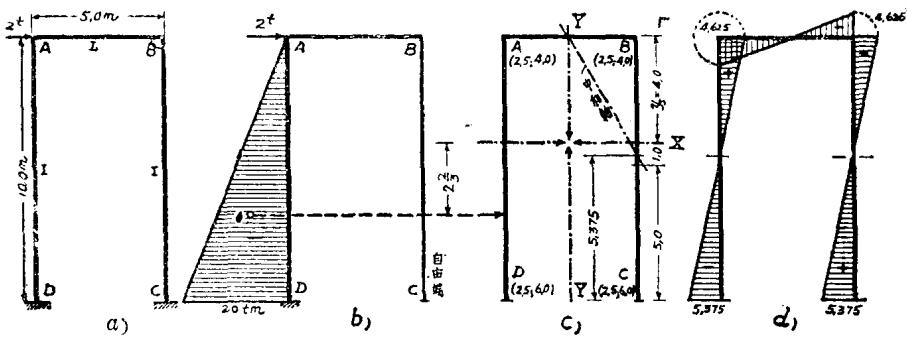
$$M_A = -Pa + M_{A1} = -Pa + \frac{3}{2} \frac{Pa^2}{L} - \frac{Pa^3}{2L^2} \\ = -\frac{Pa}{L^2} \left(L^2 - \frac{3}{2} aL + \frac{a^2}{2} \right) = -\frac{Pa}{L^2} \left[L^2 - aL - \frac{1}{2}(aL - a^2) \right] \\ = -\frac{Pa}{L^2} \left[L(L-a) - \frac{1}{2}a(L-a) \right] = -\frac{Pa}{L^2} \cdot b \left(L - \frac{a}{2} \right) \\ = -\frac{Pab}{L^2} \left(b + \frac{a}{2} \right)$$

(1·4) 柱比法於剛架之應用

茲應用柱比法以分析剛架，以(1·6)圖為例示其手續如後：

割破 *C* 端，得定式主系如(*b*)圖。因各桿之 EI 相同，在最後結果中互相可以對消，故可假定 $EI=1$ ，得(*c*)圖之似柱寬度 $\frac{1}{EI}=1$ 。

似柱之荷重 $P = \frac{1}{2} \times 20 \times 10 = 100$



1.6 圖

似柱之斷面

$$F = 1(10 + 10 + 5) = 25$$

重心距

$$y_s = \frac{2 \times 10 \times 5}{25} = 4.0 \text{ m}$$

慣性力矩:	$I_x = 2 \times \frac{1}{12} \times 1 \times 10^8 = 166.7$	$I_y = \frac{1}{12} \times 1 \times 5^8 = 10.4$
	$2 \times 1 \times 10 \times 1^2 = 20.0$	$2 \times 1 \times 10 \times 2.5^2 = 125.0$
	$1 \times 5 \times 4^2 = 80.0$	<hr/> 135.4
	<hr/> 266.7	

設 $DABC'$ 四點之座標為 x y , 得其靜不定力矩之公式:

$$M_i = \frac{100 \pm \frac{100 \times 2.5}{266.7}}{25} y \pm \frac{100 \times 2.5}{135.4} x$$

$$M_i = 4.0 \pm 1.0 y \pm 1.85 x$$

$$M_{D_i} = 4.0 + 1 \times 6.0 + 1.85 \times 2.5 = 4.0 + 6.0 + 4.625 = +14.625$$

$$M_D = -20 + 14.625 = -5.375 \text{ tm}$$

$$M_{A_i} = 4.0 - 1 \times 4.0 + 1.85 \times 2.5 = 4.0 - 4.0 + 4.625 = +4.625$$

$$M_A = M_{A_i} = +4.625 \text{ tm}$$

$$M_{B_i} = 4.0 - 1 \times 4.0 - 1.85 \times 2.5 = 4.0 - 4.0 - 4.625 = -4.625$$

$$M_B = M_{B_i} = -4.625 \text{ tm}$$

$$M_{C_i} = 4.0 + 1 \times 6.0 - 1.85 \times 2.5 = 4.0 + 6.0 - 4.625 = +5.375$$

$$M_C = M_{C_i} = +5.375 \text{ tm}$$

四角之靜不定力矩, 視如柱之邊緣應力, 則得中和軸或應力零線示如(c)圖。每

點由靜不定力所起之力矩，即等於靜不定力乘以對該點之垂直距離，故中和軸即示靜不定力之作用線。因 BC 桿上之靜不定力矩即符合真正力矩，故似柱中和軸與 BC 桿之交點，亦即該桿真正彎曲轉向點。

以(1.7)圖之等截面雙鉸鏈剛架，示此法之應用如後。除去一端之橫平支承，易

以動支，則得一定式簡支架為主

系，其靜力矩如圖示為一三角形。

DC 以上部份，似柱之寬度為 $\frac{1}{EI}$ 。

但 DC 兩點因屬鉸鏈點，故該處似柱寬度 $= \infty$ 。因此得似柱之總面積 $F = \infty$ ，似柱截面之 Y 軸仍符合剛架之對稱豎軸。 X 軸則落於似柱寬度為 ∞ 大之 DC 基線上。

似柱截面積 $F = \infty$

$$\text{似柱荷重 } P = \frac{-4 \times 5}{2EI} = -\frac{10}{EI}$$

$$\text{偏心距離 } e_x = 10 \quad e_y = 0.5$$

$$\begin{aligned} \text{似柱之 } I: \quad I_x &= 2 \times \frac{1}{EI} \times \frac{10^3}{3} = 666.7/EI \\ &\frac{1}{EI} \times 5 \times 10^2 = 500/EI \\ &\hline 1166.7/EI \end{aligned}$$

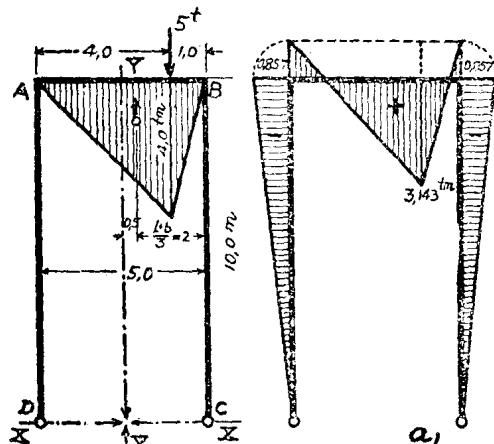
$$I_y = \infty$$

$$M_{Ai} = M_{Bi} = M_A = M_B = \frac{P e_x}{I_x} = \frac{-\frac{10}{EI} \times 10}{1166.7/EI} \cdot 10 = -0.857 \text{ tm}$$

最後力矩線示如(a)圖。

(1.5) 柱比法於環拱之應用

(1.8)圖示一半圓形環拱，其截面不變，於 $\frac{1}{4}$ 拱圈點作用 $10t$ 之豎直集力，試按

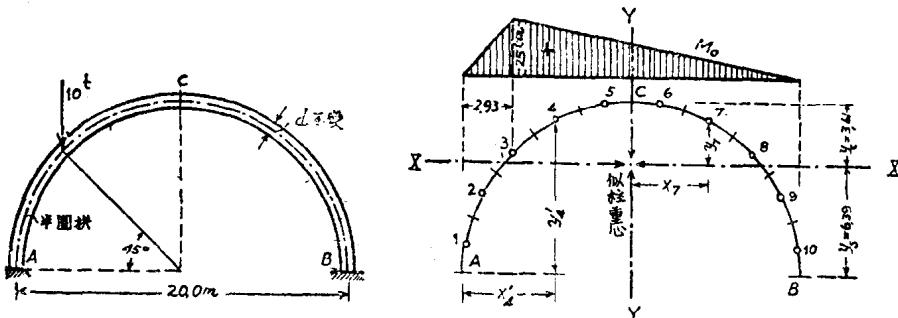


1.7 圖

a)

a)

柱比法解其應力。分析時將拱變為簡支式，其 M_0 面如圖示。茲分拱為等長十段，每段長 3.14m 。似柱每段面積 $\frac{\Delta s}{EI}$ 設為 1，因以下計算應力式中各項之分子分母均含有此值。故 $\frac{\Delta s}{EI}$ 為常數時，可用其確定之相對值以代替絕對值。



1.8 圖

似柱之斷面值及荷重，列表計算如下：

點號	似柱 斷面 $\frac{\Delta s}{EI}$	對 A 點之座標		對似柱重心 之座標		I_y	I_x	似柱 荷重 M_0	對 Y 軸 之偏心 力矩 $M_{0,x}$	對 X 軸 之偏心 力矩 $M_{0,y}$	附 註
		x'	y'	x	y						
1	1	0.12	1.56	-9.88	-4.83	97.6	23.3	1.2	-11.9	-5.8	十等分， $\Delta S = 3.14$ 設似柱寬 $\frac{1}{EI} = \frac{1}{3.14}$
2	1	1.09	4.54	-8.91	-1.85	79.4	3.4	9.3	-82.8	-17.2	
3	1	2.93	7.07	-7.07	+0.68	50.0	0.5	25.0	-176.7	+17.0	
4	1	5.46	8.91	-4.54	+2.52	20.6	6.4	21.3	-96.6	+51.9	
5	1	8.44	9.88	-1.56	+3.49	2.4	12.2	16.9	-25.4	+57.0	
6	1	11.56	9.88	+1.56	+3.49	2.4	12.2	12.4	+19.3	+43.3	
7	1	14.54	8.91	+4.54	+2.52	20.6	6.4	8.0	+36.3	+20.2	
8	1	17.07	7.07	+7.07	+0.68	50.0	0.5	4.3	+30.4	+3.9	
9	1	18.91	4.54	+8.91	-1.85	79.4	3.4	1.6	+14.2	-3.5	
10	1	19.88	1.56	+9.88	-4.83	97.6	23.3	0.2	+2.0	-1.0	
Σ	10	100.00	63.92	0	~ 0	500.0	91.6	100.2	-231.2	+165.8	

$$\text{似柱重心軸離 } AB \text{ 基線之高度 } y_s = \frac{63.92}{10} = 6.39 \text{ m}$$

最後力矩之計算如下：

$$M_A = M_{A1} = -\frac{100.2}{10} - \frac{291.2}{500} \times 10 + \frac{165.8}{91.6} \times 6.39 \\ = -10.02 - 5.82 + 11.53 = -4.31 \text{ tm}$$

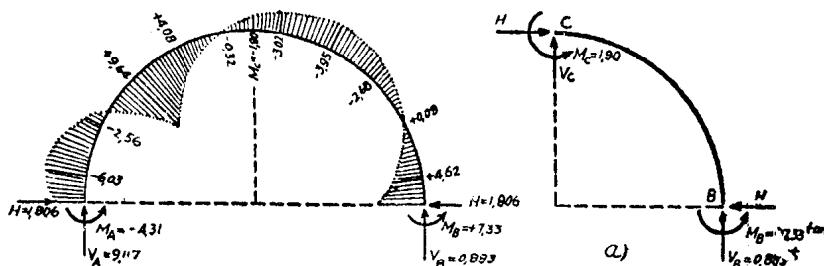
$$M_B = M_{B1} = -\frac{100.2}{10} + \frac{291.2}{500} \times 10 + \frac{165.8}{91.6} \times 6.39 \\ = -10.02 + 5.82 + 11.53 = +7.33 \text{ tm}$$

$$M_C = M_{C0} + M_{C1} = 14.65 - \frac{100.2}{10} - \frac{291.2}{500} \times 0 - \frac{165.8}{91.6} \times 3.61$$

$$\Rightarrow 14.65 - 10.02 - 6.53 = -1.90 \text{ tm} \quad (M_{C0} = \frac{M_{C0}}{17.07} \times 10 = 14.65)$$

$$M_B = M_{B0} + M_{B1} = 25.0 - \frac{100.2}{10} - \frac{291.2}{500} \times 7.07 - \frac{165.8}{91.6} \times 0.68 \\ = 25 - 10.02 - 4.11 - 1.23 = +9.64 \text{ tm}$$

其餘各點均可如法求其力矩，最後力矩線示如(1.9)圖。



1.9 圖

計算 A 端豎直力時，可按 B 端立力矩平衡式 $\sum_B M = 0$ ：

$$V_A \times 20 - 10 \times 17.07 - 4.31 - 7.33 = 0$$

$$V_A = \frac{1}{20} (170.7 + 4.31 + 7.33) = \frac{1}{20} 182.34 = +9.117 \text{ t}$$

$$\text{由 } \sum V = 0 \quad V_B = 10 - V_A = 10 - 9.117 = +0.883 \text{ t}$$

計算橫平推力時，可切取右半拱如(1.9)圖(a)，立 C 點力矩公式：

$$M_C = -1.90 = V_B \times 10 + M_B - H_B \times 10$$

$$H_B = \frac{1}{10} (1.9 + 8.83 + 7.33) = \frac{1}{10} 18.06 = +1.806 \text{ t}$$