

國民教育文庫

兒童計算的困難和補救教學

盛振聲編

商務印書館發行



中華民國三十七年二月初版

(870045)

國民教育文庫
兒童計算的困難和補救教學一冊

定價 國幣貳元

印刷地點外另加運費

版權
所有
必究

編纂者

盛振聲

主編者

朱經農
沈百英

發行人

朱經農
上海河南中路

印刷所

商務印書館
印刷廠

發行所

商務印書館
各地分館

全

目次

第一章 兒童計算的心理基礎	1
第一節 計算習慣的養成	1
第二節 計算與理解	4
第三節 計算能力的個別差異	6
第二章 兒童計算的困難	8
第一節 運算方法的錯誤	8
第二節 不良習慣的養成	18
第三節 計算的疏忽	22
第四節 閱讀能力影響於理解的計算	23
第五節 課程與教材的不當	25
第三章 兒童計算困難的實例	27
第四章 如何診斷計算的困難	62
第一節 隨時觀察兒童的作業	62
第二節 考查測驗的結果	64
第三節 應用診斷測驗	65
第五章 教學的補救	82

第一節	心算練習和筆算練習.....	82
第二節	問題分析練習.....	91
第三節	課程教材教學的改進.....	98

兒童計算的困難和補救教學

第一章 兒童計算的心理基礎

第一節 計算習慣的養成

兒童對於數的認識，發展很早，因世間有了各個的物，就有了數，兒童只要對於各個物能辨認，就發生數的認識。例如幼兒見了一樣東西，知道伸手去取，取了以後，又伸第二隻手去取另一樣東西。又如有一樣東西放在較遠的地方，他也伸出小手，盡力試取。又如看見來了兩個生人，看見幾樣新奇的東西，用他的小手指指這個，又指指那個。諸如此類，雖不能說幼兒已有了數的經驗，可是至少已與數發生了關係，不論這關係是表示數量，次第，距離大小等。

計算是由處理經驗中數的事實而產生者，此等事實漸與具體對象分離，而成為抽象的數的觀念，故表現數的關係之對象可以改變，而此等關係固定不變。由此固定不變的數觀念，

發展而為計算的技能，計算的習慣，此項技能與習慣之正確與純熟，有賴於代表數的性質的符號，因此兒童最初對於具體的各個物的識別，很快地就發展到此種符號的運用了。

運用此種符號以求計算的正確和純熟，重要的在習慣的養成。詹姆士 (William James) 早就在他所著的心理學一書中，說明養成習慣的定律，為(一)對所要養成的習慣有深切的了解與決心，(二)沒有例外，不稍通融，(三)重複練習直至習慣完成為止。兒童學習計算，所需要養成的正確習慣，必須使兒童明瞭其所以然，譬如加法中的進位，減法中的借位，分數除法須將除數分子分母倒置而後相乘，凡此必須先使兒童了解所以要如此的緣由，那末兒童纔能用正確的方法演算，不致有其他不正確的方法任意應用，以影響計算的錯誤，而養成不良的習慣。經多次重複的練習，正確的習慣纔能固定，嗣後運用，自易得心應手了。

兒童對於各個物體的堆積而知道總和多少；對於一堆物體中取去若干，而知道還餘若干；對於同數各組物體的積聚而知道總和多少；對於許多物體，分為同數的各組而知道究有若干組。凡此都是兒童由具體的物的聚散而得到基本演算的概念。經屢次同樣結果的證驗，例如三只蘋果和二只蘋果放在一

起，得到五只蘋果；三只香蕉和二只香蕉得到五只香蕉；三枝筆和二枝筆得到五枝筆；五只鳥飛去二只鳥還有三只鳥；五本書取去二本書還有三本書；兩隻手是十個手指；五只橘子一堆二堆是十只；十只橘子兩個人分每個人五只；十顆糖二個人分每個人五顆；經過多次經驗以後，逐漸知道凡是三和二在一起總是五，五裏少了二總是三，二個五總是十，十可以分成兩個五，於是兒童從對具體的物的關係，發展到對符號的關係；從物的聚散的認識，發展到符號的運算了。

兒童計算的開始，往往利用最便捷的東西尤其是自己的手指，這就是他用符號來代替物件以便運算的發端。嗣後兒童所接觸的物件愈多，所需要的數目愈大，事實上不能再用手指或其他簡便的符號，如用鉛筆在紙上點點子等來演算，於是自然而然的需要用純粹的符號來演算了。兒童發展到這一個階段，必須把用手指或點點子來演算的習慣，迅速改去，代之以用純粹的符號來演算的習慣，否則便阻礙了學習演算的效率。Hollingworth 在他的教育心理學一書中說：『數目的名稱，圖形， $+$ $\times$ 的符號，和加減乘除的文字，都是符號。算術就是研究這些符號的性質，意義和運用。加減乘除的基本演算，也就是用符號實際計算，類集，分成部分，以及平衡和將物體排列

成數量的關係』，這些符號的演算都須養成牢固的習慣。此等習慣包括很廣，如關於數的次第的意義，積聚的意義，比例的意義，和相關的意義，這些意義的認識，又如數字適當的整理排列，單位和十進位的注意記識，零的計算價值分子分母的辨別，九九表的熟練，四則基本結合的運算， $+$ $-$ $\times$ $\div$ 符號的應用，以及見了簡易式題，如 $3+2=?$ $6-3=?$ $4\times 2=?$ $9\div 3=?$ 等能立即說出或寫出「5」「3」「8」「3」，凡此都是必須養成的演算習慣，這種習慣必須正確，純熟，牢固，教師的責任，就是要用各種有效的方法，以養成兒童這種正確的，純熟的，牢固的演算習慣。

第二節 計算與理解

兒童學習計算方法的目的，在於解決生活上的實際問題，而解決實際問題的功能，在於發展兒童的理解能力。理解能力的發展要在於兒童遇到了問題，能用他的思考來推究。教師教學生算術，如果只知道把數字來演算，演算而正確，卻不會把這演算的技能應用於實際問題的解答，那是倒果為因，根本失去意義了。因為人們在實際生活中，先遇到問題，在這些問題中需要計算的技能以求解決，這纔需要用符號來計算，需要正

確的計算技能。生活問題千頭萬緒，複雜萬分，決非如教科書中所組織好的應用題那樣簡單而整齊合理，我們要在這千頭萬緒複雜萬分的問題中整理出一個頭緒何者爲已知的事實，這些已知的事實何者是需要，何者是不需要的，何者是未知而要求得的事實，應用何種方法以求得這未知的事實，求得了未知的事實如何證驗牠是正確是錯誤，凡此都需用思考推理而來。

教科書中的應用題不過是實際生活問題之簡化，而爲了達到教學上某些目標而設定的，兒童在解答這些問題時，必須經過以下的步驟：（一）仔細閱讀問題，明瞭題中大意；（二）將題中敘述的事實加以簡明合理的排列；（三）推考何者必須求得解答的；（四）計畫如何解答；（五）實行求得解答；（六）證驗解答的正誤。兒童推理能力的發展，視年齡而不同，年幼的兒童所能解決的問題當然簡單而膚淺，年齡漸長，問題亦逐漸複雜，但無論如何，他遇到了問題而要求解答，要解答而正確，必須有這幾個步驟，否則胡思亂想，必無從解答，或解答錯誤。所以教師在教學問題解答時，必須使兒童多多練習閱讀問題，解釋問題，用自己的語言重述問題，以及說明如何解決問題的方法，在這種練習中無數字的問題，很可以應用來訓練兒童的推

理能力。

第三節 計算能力的個別差異

無論那種學習結果都表示着個別差異，計算能力也不能例外，就實際情形看，計算能力的個別差異很大，故學校中往往各年級學生的算術測驗結果，表示顯著的重疊(overlapping)現象。三年級的學生成績優良的可超過四五年級，成績惡劣的有時竟會在一二年級中也不算頂好。所以同一年級的學生其算術能力往往表示很大的差別。下列一表就表示這種現象。

(見 Ralph S. Newcomb 著 Modern Methods of Teaching Arithmetic 第五十頁)

減法能力分配表 用克梯斯標準測驗 B 類 Courtie

Standard Research Tests, Series B 測驗 Law-

ton, Oklahoma 公立學校學生所得的分數。

年 級	做 對 題 數																	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
III	6	16	23	15	22	52	28	18	12	4	2		1					
IV	3	1	8	9	15	13	20	21	15	10	10	4	3		2	1		
V	2	1	9	2	17	15	31	25	25	13	14	1		2				
VI	1			2	2	3	9	16	14	28	15	15	9	10	4	5	1	
VII					1	5	13	16	16	19	10	10	7	5	1	4	5	
VIII				1			5	2	8	7		11	6	6	5	3	4	

個別差異的原因，或由於智力，或由於家庭教育，或以前的訓練，或由於生理的心理的狀態，或由於其他能力如閱讀能力，或由於習慣，或由於基本演算能力，凡此皆足以影響各個兒童算術能力的差異，其中有的可以設法矯治的，也有的是無法改良的，無法改良的祇好置諸不談，可以設法矯治的，以後再加討論。

第二章 兒童計算的困難

第一節 運算方法的錯誤

兒童對於基本四則算法不純熟，以致計算容易錯誤而發生困難。所以在小學一年級至四年級教師教算術，最要的在教四則的意義和運算，使學生對每一組合能機械地計算，養成純熟的習慣而不發生錯誤。教師在教學生四則算法的時候，有三條原則要記住：（一）用實物以提示數觀念，（二）在可能範圍內新的事實和原理用歸納法來教學，（三）過於難懂的方法祇教其所當然。此外如多練習，使學生養成計算的習慣，也可增加算術教學的效率，而使學生日後運算迅速和正確，格外容易成功。

茲將加減乘除四種方法，就學生運算的難易，分述如下：

（一）加法 就 1 至 9 九個基數配成的組合，（倒置的不計）共有四十五，再加 0 的組合十，共有五十五，列舉如下：

四十五組加法

1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6	1 7	1 8	1 9
2 2	2 3	2 4	2 5	2 6	2 7	2 8	2 9	
3 3	3 4	3 5	3 6	3 7	3 8	3 9		
4 4	4 5	4 6	4 7	4 8	4 9			
5 5	5 6	5 7	5 8	5 9				
6 6	6 7	6 8	6 9					
7 7	7 8	7 9						
8 8	8 9							
9 9								

零的組合

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

近年來教育家曾做過實驗，依照兒童的了解和記憶的難易，把各組合分成數組，克梯斯博士(Dr. S. A. Courtis)實驗

兒童對於各組合記憶的難易分為以下各組：

第一組	很容易	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		0	2	3	4	5	6	7	8	9	1
第二組	容易	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		2	3	4	5	6	7	8	9	3	2
第三組	普通	2	2	2	2	2	3	3	3	3	4
		3	4	5	6	7	2	4	5	6	7
第四組	困難	2	2	3	3	4	4	4	4	6	7
		8	9	8	9	6	7	8	9	6	7
第五組	很難	5	5	5	5	6	6	6	7	7	8
		6	7	8	9	7	8	9	8	9	9

奧斯朋 (Professor Worth J. Osburn) 把一百組基本加法分成兩組如下：

較易組

0	6	0	2	7	1	5	4	3	0	1
2	2	3	1	0	7	3	1	5	5	0
6	2	7	0	3	3	1	5	3	2	4
1	2	2	8	0	1	2	4	6	4	3
2	1	0	4	5	7	3	0	2	0	4
5	4	4	4	0	1	4	6	3	7	2
6	4	9	2	6	1	1	0	5	2	3
3	5	0	7	0	3	5	0	1	0	3
4	1	8	0	1	5	2	3	1	0	
0	1	0	1	8	2	6	2	6	9	

較難組

5 3 6 7 8 5 6 8 4 9 8 9 7 7 9
7 9 7 4 9 9 4 6 9 7 3 4 9 3 3

6 3 9 3 9 5 9 6 9 4 7 8 8 6
9 8 5 7 1 6 2 5 9 8 5 7 4 6

7 1 5 4 5 9 7 8 4 8 6 6 8 2
8 9 8 7 5 8 6 5 6 2 8 9 8 9

7 2
7 8

以上是加法中最簡單的，其答數都不在 18 以上。如不止兩個數目相加，其答數不超過 50 的則有三百多組；如幾個單位數相加而答數不超過一百的則有七百多組。這種算法必須從早就要教學生練習純熟，沒有錯誤，那末以後數目加多，答數加大，纔不致發生困難，在初時祇把眼睛看見的兩個數目相加還比較容易，以後三個以上的數目相加，勢必把記在心頭

的和數再加眼睛看見的數目，就容易錯誤了。例如做

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ 4 \\ \hline 5 \end{array}$$

一題時，先算 $\begin{array}{r} 3 \\ 2 \end{array}$ 是比較容易些，其次要把第一個和數 5——

記在心頭的數目——加看得見的 4，就比較難了；再次要把記

在心頭的9再加看得見的5又難了。所以一方面要訓練學生基本算法純熟；同時還要靠記憶高強，否則計算雖正確，結果還是錯誤的。

兒童學習加法的困難，大致有以下幾種：

1. 加法九九的熟記。
2. 不必進位的兩位數相加。
3. 零的加法。

4. 如下列尾數的加法：

17	27	37	47
<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>

5. 直行數相加如：

5
4
7
2
9
<u> </u>

6. 進位加法。
7. 不同單位數相加。
8. 直行數相加，數目過多，越出其注意閾以外的。
9. 十進加法。

以上是指兒童做加法時容易發生的困難，同時也可以說教師教學生時所應注意之點，教師務須個別研究學生錯誤的事實，而明瞭其困難之所在，然後予以改正，加以練習，困難自

然沒有了。

(二)減法 在教加法時可逐漸加教減法，因減法就是加法的反面，所以加法的習慣，就可以應用於減法，在加法上感到困難的，大部份在減法時也感到困難。兒童做減法時常有的困難，如：(1)加法九九的不純熟；(2)零的發現；(3)減數大於被減數，而需要借位的題目。奧斯朋(Worth J. Osburn)把簡單各式分為較易較難兩組如下：

較易組

8	7	4	9	9	8	3	6	4	0	6	9	4	6
0	1	2	7	1	8	1	0	1	0	1	9	0	5
1	2	9	8	5	8	7	1	7	5	7	5	3	8
1	0	0	6	4	7	2	0	3	2	6	0	3	1
9	6	9	3	4	8	5	9	7	8	5	4	6	7
3	2	5	2	4	4	3	4	0	5	5	3	6	4
9	6	9	8	9	7	3	7	8	2	5	2	6	
8	4	2	3	6	7	0	5	2	2	1	1	3	

較難組

12	16	17	12	14	13	10	11	11	15	10			
8	7	9	4	8	9	8	4	8	7	1			
14	11	13	10	18	13	10	10	15	11	11			
5	5	4	3	9	5	2	9	9	3	9			
17	15	12	16	10	11	12	15	13	12	12			
8	6	5	9	7	2	6	8	7	3	7			
13	12	11	10	14	10	16	10	13	14	11	14		
6	9	6	4	7	5	8	6	8	9	7	6		