DIAN CI LI LUN ZHONG DE
PU YU FANG FA

安徽教育出版社

方大纲 著

电磁理论中的谱域方法

电磁理论中的谱域方法

方大纲　著

安徽教育出版社

电磁理论中的谱域方法

方大纲

安徽教育出版社出版

（合肥市金寨路381号）

*

新华书店经销　　六安新华印刷厂印刷

开本850×1168　1/32　印张15.25　字数 340,000

1995年6月第1版　　1995年6月第1次印刷

ISBN 7-5336-1607-3/G·2048

定价20.50元

作 者 简 介

方大纲，1937 年生，上海市人。南京理工大学教授，东南大学兼职博士生导师。1987—1994 年期间曾三次任加拿大两所大学访问教授。国际传记协会(IBA)会士，中国电子学会会士，《IEEE MTT Trans.》编委，《微波学报》和《天线学报》编委，美国纽约科学院院士。现从事电磁场数值计算和微波成象等方面的教学和科研。近期发表论文一百多篇，其中全波离散镜象理论等成果已见国际广泛引用并获好评。曾获光华科技基金奖、国家教委科技进步等多项奖励。1991 年获政府特殊贴津证书。名字已被收入美国马奎斯《世界名人录》以及英国剑桥国际传记中心《国际名人辞典》等。

内 容 简 介

本书系统介绍了电磁理论中的谱域方法，内容侧重于数值方法。第一章是概述，第二章是书中用到的数学方法的补充，第三章介绍平面波谱及其应用，第四章介绍谱域Green函数和谱域导抗法，第五章从谱域观点引入了直线法并系统介绍了直线法的原理、步骤和应用，第六、七两章介绍谱域积分的计算，还概括介绍了空域方法的一些重要内容和新进展，最后一章是谱域绕射理论。

全书以谱域Green函数为主线，阐明方法之间的内在联系，从基本概念开始一直讲到前沿研究课题的具体应用。本书取材新颖，颇具特色其中也包括了作者近期的研究成果如广义谱域导抗法，全波离散镜象，直线法的谱域解释，非线性谱估计的应用等。

本书可用作电磁场与微波技术、无线电物理，应用数学等有关专业高年级本科生、研究生参考书或教材，也可供有关专业的教师和科技工作者参考。

前　言

谱域方法已有悠久的历史，并且在电磁理论中有着广泛的应用。这种方法已经成功地与矩量法、变分法以及解析法等结合起来，解决了包括开域和闭域在内的许多问题。目前这种方法及其应用还在发展[1]。本书的第一章介绍了谱域方法的基本概念，并列举了几个具体的应用。第二章把谱域技术中经常要用到的数学工具集中进行了介绍，主要包括复变函数中几个有关的概念，渐近技术和快速Fourier变换。在渐近计算部分，对鞍点法、最速下降法和驻定相位法进行了比较，说明了各种方法的特点。第三章介绍了平面波谱的概念以及它的应用，主要是介绍在天线理论中的应用，说明了平面波谱不仅可以给出辐射方向图和辐射电阻等远场信息，而且还可以给出与储能有关的天线输入阻抗的近场信息。平面波谱是沟通近场信息和远场信息的桥梁。应用平面波谱不仅可以分析口径天线，还可以分析线性带条天线，并且可以给出天线耦合的一般公式。处于自由空间的天线，也可以用空域方法分析，但是如果要对如同微带天线那样的分层介质结构进行全波分析，谱域方法就是一个很好的工具，这一章给出了这方面的实例。本章还给出了广义的抽样定理以及它在方向图综合和口径天线方向图分析中的

应用。这一章最后介绍了直角坐标中的Fourier变换的普遍结果。第四章介绍谱域导抗（SDI）法及其应用，特别是把谱域方法和模匹配法进行了对比研究。利用零反应原理导出了广义SDI法，从而把SDI法推广到了可以处理不等高波导的不连续问题以及有厚度的准平面结构。从对比研究可以看到，利用SDI法可以简捷地得到所要求的数学关系。本章还介绍了包含各向异性介质结构的SDI法。第五章则是从谱域的观点引入直线法，因而，第四章中所介绍的谱域Green函数的求法完全可以应用到直线法中。这一章系统地介绍了直线法的原理、步骤和应用，一些有用的关系都列成表格以便应用。这一章还介绍了直线法的一些新进展。谱域技术中除了谱域Green函数的推导外，所遇到的很重要的问题是做谱域积分。第六、七两章介绍了谱域积分的有关问题。计算谱域积分的关键是处理好奇异点，第六章中仔细分析了支点和极点，研究了几种分支切割以及两次穿过分支切割与绕分支切割所作的线积分的等价性；研究了极点的分布以及极点是否在正常Riemann叶上的判断方法。对于表面波究竟是对应于反射系数的零点还是极点的问题也作了阐述。在分析奇异点的基础上，这一章介绍了谱域积分渐近计算的两种方法即鞍点法和留数法。除了渐近计算外，许多场合下还需要精确地计算谱域积分，为了解决这个问题，发展起来了许多有效的数值积分方法，在第七章中对谱域积分的数值计算也作了介绍。此外，这一章还从谱域积分出发，引入了分层介质的精确镜象理论，这些理论已经成功地被用来分析多种分层介质问题。特别是，这一章系统介绍了具有很大实用价值的全波离散镜象及其应用。应用了镜象法，分层介质问题就变成了空域问题，因而熟悉空域中的有效数值方法也是至关重要的，在这一章中，还对某些重要的空域方法，包括电大

尺寸问题的解决，奇异性的处理等以及这方面的最新进展，作了概括的介绍。最后一章谱域绕射理论其目的是双重的，一方面是通过求解半平面绕射的解析法较系统地介绍Wiener—Hopf法，另一方面是在所得结果的基础上，引入了谱域绕射理论的概念。在谱域方法中花很大篇幅介绍解析法不只是因为它在具体计算中的重要性（数值方法并不是万灵药，有些情况下数值方法所要求的计算机的内存和计算量大到不能接受的程度，因而往往要借助解析法或者要与解析法相结合），而且因为解析法的结果可以深入地揭示问题的物理本质，它也是渐近理论，例如几何绕射理论的一种基础。在建立Wiener—Hopf方程时，仍利用Green函数的概念直接建立。这样做，使Green函数法的使用得以系统化，并且可以直接引用已有的某些结果。由于不同书籍和文献中采用的时空关系表示法和所采用的坐标系不尽相同，在本书中力求加以统一。这一章还给出了Fresnel积分几种不同的定义以及相互之间的关系，搞清这些关系会给阅读不同的文献资料带来方便。

本书部分内容是作者所主持的研究室以及作者与国外的合作研究成果。部分内容则来自文献资料，对这些文献资料，书中都注明了出处，有些内容建议读者尽可能找原著精读，这样也许可以减轻由于作者可能存在的理解偏差造成的过失。

电磁理论中的谱域方法这是一个比较窄的课题，对于这个课题，本书又侧重于数值解方面，然而这一课题所涉及的电磁理论问题却十分广泛，对于这些问题本书不可能也没有必要都加以展开，好在电磁理论方面的教科书和专著已有不少，有些书也包含有谱域方法的内容，特别是谱域方法中的解析方法介绍较多，读者可以从这些书中得到更多的帮助。这些书除了本书已经引用的以外，例如还有文献〔2〕—〔7〕。

本书原是一份研究生课程的讲义，从84年起先后给南京理工大学，南京电子技术研究所，加拿大Laval大学的硕士和博士研究生讲授过多次，修这门课的研究生们对这本书的形成作出了贡献。教学相长这是一个客观规律，作者从学生的积极反馈中得到许多启示，学生们还不断纠正了其中的一些错误。他们中的一部分人的名字，已出现在本书各章参考文献以及和他们合作发表的论文中。除此之外，特别要提到的是杨建军博士和吴克利博士，他们对本书中所总结的不少研究成果，都有直接的重要贡献，他们还经常为作者提供资料和有益的建议。博士生陈彬对本书各章认真作了校订，并且应邀撰写了§7.8时域镜象法一节，作者在这里一并致谢。

作者还要衷心感谢对本书的写作给予很大鼓励和帮助的国内外几位教授，他们是作者的导师，中国科学院学部委员北京邮电学院叶培大教授、中国科学院电子学研究所沈浩明教授、南京电子技术研究所方能航教授、航空航天部北京环境特性研究所刘铁军教授、美国Illinois大学R.Mittra教授、加拿大Waterloo大学Y.L.Chow教授、McMaster大学J.Litva教授、Laval大学G.Y.Delisle教授、台湾成功大学李肇严教授、新加坡南洋理工大学傅祥教授。

本书从大寒动笔到大暑停笔，历时半年，加之教学、科研和行政事务缠身，能坚持完成全书的写作，还应感谢妻子洪云娣的理解和支持。

最后，作者感谢所有给过帮助的同事和同行，并且衷心地期待着读者的批评和指教。

方大纲

于南京理工大学竹园

1993年7月23日

目 录

第一章 谱域方法的基本概念及其应用简介 …… 1
§1.1 分层介质问题 …… 3
§1.2 用谱域迭代法求解周期图案导电屏的散射问题 …… 7
§1.3 用谱域迭代法求解单个导体的散射和求解天线问题 …… 16
§1.4 求解Wiener—Hopf几何结构问题 …… 21
§1.5 变形Wiener—Hopf几何结构和变形Wiener—Hopf方程的近似解 …… 34
参考文献 …… 38
第二章 数学补充 …… 42
§2.1 积分渐近计算中的鞍点法和驻定相位法 …… 42
§2.2 最速下降法；参考积分与变形鞍点法 …… 55
§2.3 褶积定理和Parseval定理 …… 62
§2.4 复变函数中的几个概念和定理 …… 65
§2.5 快速Fourier变换(FFT) …… 72
参考文献 …… 88
第三章 平面波谱与波的变换 …… 90
§3.1 平面波的通解；均匀平面波与非均匀平面波 …… 91
§3.2 平面波谱 …… 93
§3.3 辐射方向图 …… 95
§3.4 三维坐标系中的平面波谱 …… 99

§3.5 任意极化口径场，Huygens元 ……………………………………106
§3.6 口径方向图的Fourier变换表示 ……………………………………111
§3.7 天线耦合公式，方向图的近场测量 ……………………………………118
§3.8 天线增益、有效面积和阻抗 ……………………………………129
§3.9 完纯导体面的反射，用平面波谱分析抛物面天线 ……………………136
§3.10 用Fourier变换计算口径天线方向图 ……………………………………148
§3.11 微带天线的全波分析 ……………………………………153
§3.12 直角坐标中的Fourier变换 ……………………………………166
参考文献 ……………………………………170
第四章 分层介质的谱域Green函数及其应用 ……………………………173
§4.1 求解满足Poisson方程的分层介质谱域Green函数 ………………173
§4.2 求解满足波动方程的分层介质谱域Green函数 ……………………182
§4.3 用谱域导抗法分析准平面传输线 ……………………………………191
§4.4 分析准平面传输线的波型匹配法及其与SDI法的一致性
……………………………………202
§4.5 广义SDI法 ……………………………………226
§4.6 含各向异性介质结构的SDI法 ……………………………………233
参考文献 ……………………………………239
第五章 直线法及其应用 ……………………………………243
§5.1 引言 ……………………………………243
§5.2 一维离散直线法 ……………………………………251
§5.3 二维离散直线法 ……………………………………270
§5.4 几个具体问题 ……………………………………280
§5.5 直线法的其它一些新进展介绍 ……………………………………289
参考文献 ……………………………………300
第六章 谱域积分的渐近计算 ……………………………………305
§6.1 谱域积分中的支点 ……………………………………305
§6.2 谱域积分中的极点 ……………………………………314
§6.3 几何光学法（鞍点法） ……………………………………322
§6.4 模分析法（留数法） ……………………………………337

参考文献 ……………………………………343
第七章　谱域积分的数值计算和镜象理论 ……………………344
§7.1　谱域积分的数值积分法 ……………………344
§7.2　用FFT计算谱域积分 ……………………350
§7.3　镜象法的基本概念及其在平面分层介质问题中的应用 ……………………357
§7.4　用解析法求取近似镜象 ……………………359
§7.5　用解析法求取精确镜象 ……………………372
§7.6　用数值方法求全波离散镜象 ……………………378
§7.7　全波离散镜象的应用介绍 ……………………390
§7.8　时域镜象法 ……………………394
§7.9　空域方法的几个有关问题 ……………………400
一、加权余量法（矩量法）概要 ……………………400
二、三角有限元和矢量电流基函数介绍 ……………………405
三、电大尺寸复杂结构电磁仿真中的多层方法 ……………………410
四、共轭梯度——快速Fourier变换（CG—FFT） ……417
五、多管（Multi—Pipe）技术 ……………………424
参考文献 ……………………………………428
第八章　谱域绕射理论 ……………………441
§8.1　开口波导的绕射 ……………………442
§8.2　半平面的绕射 ……………………451
§8.3　谱域绕射理论 ……………………462
§8.4　有关的概率积分和Fresnel积分 ……………………464
参考文献 ……………………………………468

第一章

谱域方法的基本概念及其应用简介

谱域方法在电磁理论中有十分广泛的应用。这种方法最早是在Fourier分析的基础上发展起来的。例如，对于一个周期的时间信号，可以把它展开成包含不同频率的Fourier级数，不同的频率分量对应于不同的幅度，这就构成了周期函数的频谱；对于非周期信号，Fourier级数可以推广为Fourier积分相应的谱也就变成了连续谱。这种做法也可以用到空域中，这也正是本书主要讨论的问题。对一个空间函数进行Fourier分析，其物理概念可以理解为用频率相同而振幅和相位不同的平面波来叠加出一个给定的空间分布。每一个平面波叫做平面波谱，一般情况下这是一个复谱，更详细的讨论将在第三章进行。这种平面波的叠加，数学上相当于Fourier变换。柱面波也可以用来叠加出一个给定的空间分布，这在数学上相当于Hankel变换。在第三章将会看到，平面波、柱面波和球面波是可以互相表示的，这样做就给处理各种不同的边值问题带来不少简化和灵活性，这可以用平面边界为例来说明这一点。例如在求解位于平面边界上的偶极子的辐射场时，由于点源辐射的是球面波，而边界是平面，这样的边值问题难以求解，但是如果把球

面波展开成平面波或者展开成柱面波，这时由于在同一平面上，不论是平面波或者是柱面波都有相同的反射系数[1]，因而在由这些波谱所构成的谱域中，匹配边界条件就要容易得多。所付出的代价是，在回到空域时，要作反变换，或者做谱域积分。谱域量和空域量之间的转换可以通过Parseval定理（见第二章）。根据具体问题，有些计算可以在谱域中进行，也有一些可以在空域中进行，这也是谱域方法所具有的一种灵活性。

上面所说的谱域方法是一种积分变换的方法，这实际上是一种线性的谱分解，这是因为积分变换中都是线性运算。近来，又发展起来了非线性谱分解（在信号处理领域中是根据实际测量值来确定信号的数量特性，因而常用的术语是谱估计）[2]，与线性谱分解相比较，非线性谱分解有许多优点。考察一个Fourier级数，它的谱也就是各次谐振频率，它们都是所截断的最高谐振频率的谐频。但是，实际上叠加出一个波形的谱并不一定是这样一种谐频相关的关系，这就存在着实际谐振频率和Fourier谐振频率之间的失配[3]。如果不用Fourier级数，而用另外一个级数采取非线性方法，例如非线性优化的方法去逼近一个给定的函数，就可以避免这种失配。这也就是非线性谱分解的概念。我们应注意到，在电磁理论和信号处理理论中，都会遇到谱分解的问题，它们的数学模型非常相似，因而有关的技术可以互相借用。在后续章节中，我们将会看到这一点。

谱域方法应用的范围很广，它可以用来解决电磁场边值问题，也可以用在天线的近场测量和诊断等场合，下面将介绍几个谱域方法用于求解电磁场边值问题的例子，以期对谱域方法有一个比较具体的概念。这些例子包括处理分层介质问题，求解散射问题以及Weiner-Hopf几何结构的某些问题。前面两

类问题通常用数值方法求解，Weiner -Hopf问题则是用解析法。

§1.1 分层介质问题

在实际的电磁理论问题中，有相当一部分问题是属于分层介质问题，分层介质中的波已成为一个专门的研究课题，并且已有几本专著问世[4][5]。这一问题的研究，涉及到电波传播、水声、探地和遥感等。在微波技术中，则和各种类型的微带线、微带元件和微带天线密切相关，因为这样一些问题都可以看成是二维或三维的分层介质问题。图1-1所列是部分例子。

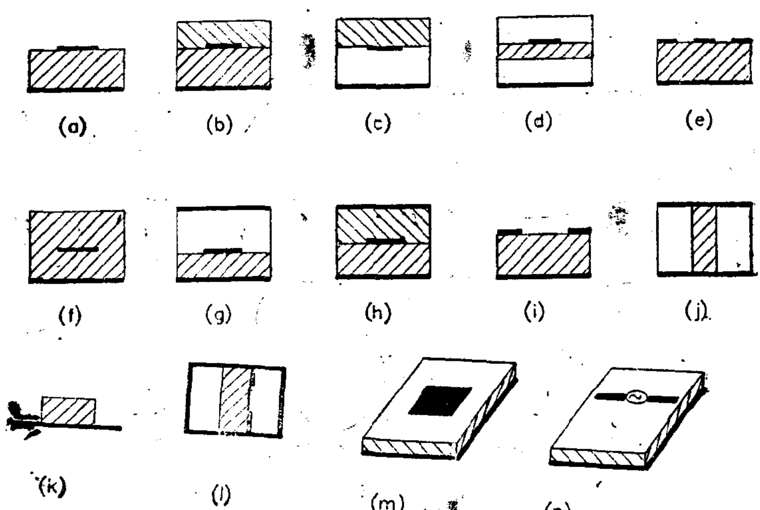

图 1-1

图1-1中，(a)标准微带线；(b)有复盖的微带线；(c)倒置微带线；(d)悬置微带线；(e)共面线；(f)嵌入式微带线；(g)屏蔽微带线；(h)夹层线；(i)槽线；(j)H波导；(k)介质导；(l)鳍线；(m)贴片微带天线或微带腔；(n)印刷天线。图中(a)～(l)是横截面图。打斜线部分为介质。

关于这一类问题的谱域方法分析，已经发表了许多文章，这里仅以图1-2所示的复盖微带线为例来作一简单介绍[6]。这种结构如不考虑金属带厚度，可以用如下耦合积分方程描述：

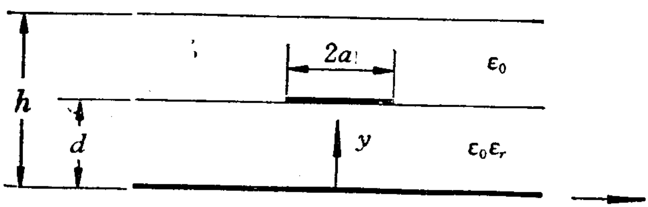

图 1-2　复盖微带线的横截面图

$$\int_{-a}^{a}[Z_{zz}(x-x', d)J_z(x')+Z_{zx}(x-x',d)J_x(x')]dx'=0 \qquad (1.1\text{-}1)$$

$$\int_{-a}^{a}[Z_{xz}(x-x', d)J_z(x')+Z_{xx}(x-x',d)J_x(x')]dx'=0 \qquad (1.1\text{-}2)$$

式中，J_x和J_z是带条上的未知电流分量；Z_{xz}等是Green函数。它们表示单位电流密度产生的电场并且都是Z方向传播常数k_z的函数。式（1.1-1）和（1.1-2）在带条上成立，积分也是在带条上进行的。其物理意义是在导体的表面切向电场为零。对于这种不均匀结构，空域格林函数Z_{xz}等找不到解析表达式。用谱域方法求解就比较容易。为此，对式（1.1-1）和

（1.1-2）做Fourier变换，利用褶积（convolution）定理（见第二章）就可将式（1.1-1）和（1.1-2）的卷积型积分方程变成如下的代数方程：

$$\tilde{Z}_{zz}(\alpha,\ d)\tilde{J}_z(\alpha,\ d)+\tilde{Z}_{zx}(\alpha,\ d)\tilde{J}_x(\alpha,\ d)=\tilde{E}_z(\alpha,d) \tag{1.1-3}$$

$$\tilde{Z}_{xz}(\alpha,\ d)\tilde{J}_z(\alpha,\ d)+\tilde{Z}_{xx}(\alpha,\ d)\tilde{J}_x(\alpha,\ d)=\tilde{E}_x(\alpha,d) \tag{1.1-4}$$

波纹记号“～”表示Fourier变换域中的量即谱域量，它定义为：

$$\tilde{f}(\alpha)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x)e^{i\alpha x}dx \tag{1.1-5}$$

应注意E_x和E_z只有在衬底表面的带条上为零，其它地方都不为零，因而在变换域中，式（1.1-3）和（1.1-4）的右边不为零。在这两个方程中包含了四个未知量$\tilde{J}_z$、$\tilde{J}_x$、$\tilde{E}_z$和$\tilde{E}_x$。在谱域中应用的Galerkin法可以消去$\tilde{E}_z$和$\tilde{E}_x$。为此将$\tilde{J}_z(\alpha,\ d)$和$\tilde{J}_x(\alpha,\ d)$用选定的基函数展开，再在式(1.1-3)和(1.1-4)两边用与基函数相同的试验函数作内积。用Parsevel定理（见第二章）可以把等式右边的谱域积分转成空域积分，这个空域积分的积分核是空域切向电场和空域切向电流密度的乘积。在空域中，由于在金属片上切向电场为零，在介质表面切向电流密度为零，因而等式右边恒等于零。这样，就消去了$\tilde{E}_z$和$\tilde{E}_x$。下一步，只要写出谱域Green函数$\tilde{Z}_{zz}(\alpha,\ d)$等的解析表达式，就可以得到以展开函数的系数为未知数的齐次方程，根据齐次方程有非零解的条件，就可以得到求解传播常数k_z的本征方程，从而还可以求出$\tilde{J}_x(\alpha,d)$和$\tilde{J}_z(\alpha,d)$。前面已经指出，Fourier变换的物理意义相当于用平面波叠加的方法来分析问