

13. 13¹¹/57

算术基本问题解法

p 13, 14

p 38

p 45

p 50

河南人民出版社

內 容 提 要

本書是在初級中學算術的基礎上，對算術的基本問題作進一步的研究和分析。它的主要內容是：整數四則運算；四則應用問題；數的分解；分數基本運算；分數四則應用問題；小數；百分法；比和比例；求積法等方面。並在每章之後附有練習題。全書除對算術的基本問題進行闡述外，並着重對各類應用問題提出簡明的解法和比較詳盡的分析，便於讀者領會和掌握，並且把算術的基本知識應用到實際中去。

算術基本問題解法

尹裕文編著

*

河南人民出版社出版（鄭州市行政區經五路）
河南省書刊出版業營業許可証出字第壹號
地方國營鄭州印刷廠印刷 新華書店河南分店發行

*

豫總書號：736

787×1092 $\frac{1}{32}$ ·7 $\frac{1}{16}$ 印張·140,000字

1957年8月第1版—1957年8月第1次印刷

印數 1—30,078冊

統一書號：13105·9

定價：捌角捌分

目 錄

第一章 整數四則运算	(1)
(一) 加 法	(1)
1. 加法的意义 2. 加法的性質 3. 零的加法 4. 和的变化	
(二) 減 法	(3)
1. 減法的意义 2. 減法的性質 3. 零的減法 4. 差的变化	
5. 加法和減法的关系 6. 加減混合計算	
(三) 乘 法	(7)
1. 乘法的意义 2. 1 与 0 的乘法 3. 乘法的性質	
4. 積的变化	
(四) 除 法	(9)
1. 除法的意义 2. 0 不能作除数 3. 除法的性質	
4. 商的变化 5. 乘法和除法的关系 6. 乘除混合計算	
(五) 四則混合运算	(14)
(六) 括号的应用	(15)
第二章 四則应用問題	(19)
(一) 和差問題	(19)
(二) 連續数問題	(27)
(三) 植樹問題	(30)
(四) 还原問題	(33)
(五) 平均問題	(37)
(六) 盈虧問題	(39)
(七) 日期問題	(44)
(八) 匀速运动問題	(46)

(九) 倍数問題.....	(5 1)
(十) 數字問題.....	(5 8)
(十一) 時間問題.....	(6 0)
(十二) 方陣問題.....	(6 2)
第三章 數的分解	(7 0)
(一) 倍 數.....	(7 0)
1. 約數、倍数 2. 偶數、奇數	
(二) 分解質因數.....	(7 0)
1. 質數、合數 2. 因數、質因數 3. 質因數檢驗法	
4. 質因數分解法	
(三) 最大公約數.....	(7 3)
1. 公約數 2. 最大公約數 3. 最大公約數的求法	
(四) 最小公倍数.....	(7 9)
1. 公倍數 2. 最小公倍數 3. 最小公倍數的求法	
第四章 分數基本運算	(8 5)
(一) 分數的基本概念.....	(8 5)
1. 分數的產生 2. 分數的意義 3. 分數的單位	
4. 分數與除法的關係 5. 分數的種類 6. 分數的基本性質	
7. 分數的互化 8. 分數的變化	
(二) 約分與通分.....	(9 0)
1. 約分 2. 通分 3. 分數大小的比較	
(三) 分數加法.....	(9 4)
(四) 分數減法.....	(9 5)
(五) 分數乘法.....	(9 6)
(六) 分數除法.....	(9 7)
(七) 分四則混合運算.....	(9 9)
第五章 分數四則應用問題	(1 0 2)

(一) 由全体(母数)求部分(子数).....	(102)
(二) 由部分(子数)求全体(母数).....	(108)
(三) 由分数的和求全数.....	(115)
(四) 由母子和求母数.....	(118)
(五) 由分数的差求全数.....	(119)
(六) 由母子差求母数.....	(125)
(七) 工程問題.....	(128)
(八) 时鐘問題.....	(133)
(九) 温度問題.....	(136)
(十) 倍数問題.....	(139)

第六章 小 数.....(151)

(一) 小数的基本概念.....(151)

1. 小数的意义和它的單位
2. 小数的寫法
3. 小数的讀法
4. 小数的种类
5. 小数的大小
6. 小数的性質

(二) 小数加減法.....(154)

(三) 小数乘法.....(155)

(四) 小数除法.....(155)

(五) 分数与小数互化.....(156)

1. 化普通分数为小数
2. 循环小数
3. 化循环小数为分数

第七章 百分法.....(161)

(一) 什么叫百分法.....(161)

(二) 百分率同分数小数的互化.....(162)

(三) 求百分率(即成数).....(164)

(四) 求子数.....(166)

(五) 求母数.....(169)

(六) 求母子和.....(171)

(七) 求母子差.....(173)

(八) 由母子和求母數	(175)
(九) 由母子差求母數	(177)
第八章 比和比例	(181)
(一) 比	(181)
(二) 比 例	(185)
(三) 單比例	(188)
(四) 復比例	(191)
(五) 配分比例	(196)
(六) 連鎖比例	(201)
(七) 混合比例	(204)
第九章 求積法	(212)
(一) 面 積	(212)
1. 長方形 2. 正方形 3. 平行四邊形 4. 三角形	
5. 梯形 6. 菱形 7. 圓及圓面積	
(二) 體 積	(218)
1. 立方體 2. 長立方體 3. 柱體積 4. 錐體 5. 球	

例如：某學生買紅鉛筆3支，藍鉛筆5支，黑鉛筆6支，問共買鉛筆幾支？

如果先買紅的，再買藍的，最後買黑的，按這個順序就是： $3 + 5 + 6 = 14$ （支）。如果先買紅的和藍的，再買黑的，就是： $(3 + 5) + 6 = 14$ （支）。或是先買紅的，再買藍的和黑的，就是： $3 + (5 + 6) = 14$ （支）。買法雖然不同，但所買鉛筆的支數是一樣。由此可知：

$$3 + 5 + 6 = (3 + 5) + 6 = 3 + (5 + 6)$$

$$\therefore a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$$

〔注〕在上例中“（ ）”是小括弧，又叫括弧，它是表示括弧內的數，可以先算成一個數。

3. 零的加法 任何數加零（0），或零加任何數，仍等於原數。

例如： $8 + 0 = 8$ $0 + 9 = 9$

4. 和的變化

如果任何一個加數增加一個數（其他加數不變），其和也增加同一個數。

如： $6 + 9 = 15$ ，若第一個加數加上4（第二個加數不變），即得 $(6 + 4) + 9 = 10 + 9 = 19$ ；若第二個加數加上4（第一個加數不變），就得 $6 + (9 + 4) = 6 + 13 = 19$ 。由此可知，任何一個加數增加4（另一個加數不變），它的和都增加4（19比15多4）。

如果任何一個加數減少一個數（其他加數不變），那末它們的和也減少同一個數。

如果任何一個加數增加一個數，而另一個加數減少同一個數，它們的和不變。

如： $3 + 5 = 8$ $(3 + 4) + (5 - 4) = 7 + 1 = 8$

(二) 減 法

1. 減法的意義 從一個數里去掉另一個數，還剩什麼數的運算方法，叫做減法。

$$\begin{array}{r} \text{例如：} \quad 92 - 25 = 67 \\ \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ \quad \quad \quad \text{被減數} \quad \text{減數} \quad \text{差數} \end{array}$$

2. 減法的性質

(1) 在減法中，各減數交換（被減數絕不能交換），其差不變。

例如：某人有人民幣24元，買布用去9元，買鞋用去8元，問還剩幾元？如果先買布後買鞋，還剩 $24元 - 9元 - 8元 = 7元$ ；如果先買鞋後買布，還剩 $24元 - 8元 - 9元 = 7元$ ；兩種買法，餘數一樣。

$$\text{即 } 24 - 9 - 8 = 24 - 8 - 9 \quad \therefore a - b - c = a - c - b.$$

(2) 在減法中，以各減數的和為減數，其差不變。

按上例，若在一處買布、買鞋，一次付款，則餘款為 $24元 - (9元 + 8元) = 7元$ ；兩次付款，則餘款為 $24元 - 9元 - 8元 = 7元$ 。不論一次付款或兩次付款，餘數總是相同的。

$$\text{即 } 24 - 9 - 8 = 24 - (9 + 8)$$

$$\therefore a - b - c = a - (b + c)$$

(3) 一數同時增加和減少某數，結果仍得原數。

$$\text{如：} 35 + 16 - 16 = 35 \quad 35 - 16 + 16 = 35$$

(4) 被減數、減數同時增加或減少一數，其差不變。

如： $(28+12) - (16+12) = (28-9) - (16-9)$
 $= 28-16$

3. 零的減法 任何數減零，仍等於原數。

如： $45-0=45$ $54-0=54$

4. 差的变化

(1) 被減數增加(或減少)一個數，減數不變，那末差也增加(或減少)同一個數。

(2) 減數增加(或減少)一個數，被減數不變，那末差就減少(或增加)同一個數。

5. 加法和減法的关系

{	被加數 + 加數 = 和	{	被減數 - 減數 = 差
	和 - 被加數 = 加數		被減數 - 差 = 減數
	和 - 加數 = 被加數		差 + 減數 = 被減數

由此可知：加法所要求的數是減法里的已知數；相反的，減法所要求的數却是加法里的已知數。因此加法是減法的逆運算，減法是加法的逆運算。

6. 加減混合計算 凡含有加減兩種符號的算式，一般是從左向右挨次計算或用加減法的定律和性質來計算。

[例1] $41+9-15+7-25=?$

解1： $41+9=50$ $50-15=35$

$35+7=42$ $42-25=17$

解2： $41+9-15+7-25=41+9-15-25+7$

$= (41+9) - (15+25) + 7 = 50-40+7$

$$= 10 + 7 = 17$$

〔例2〕 $125 - 252 + 336 = ?$

解：若按順序計算125比252小不能相減，所以必須將減數與加數的位置交換一下才能計算。

$$\text{式： } 125 - 252 + 336 = 125 + 336 - 252 = 461 - 252 = 209$$

〔例3〕甲有人民幣12元，乙有人民幣8元，甲乙共有若干？甲比乙多若干？

$$\text{式： } 12\text{元} + 8\text{元} = 20\text{元} \quad 12\text{元} - 8\text{元} = 4\text{元}$$

答：甲乙共有20元，甲比乙多4元。

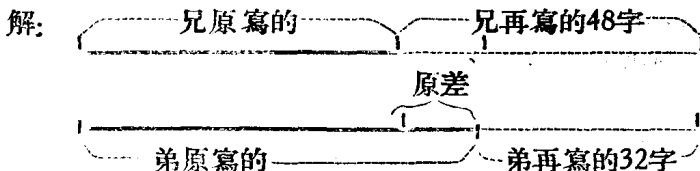
〔例4〕甲有人民幣12元，乙欠債8元，甲乙共有若干？甲多若干？

$$\text{式： } 12\text{元} - 8\text{元} = 4\text{元} \cdots \cdots \text{甲乙共有}$$

$$12\text{元} + 8\text{元} = 20\text{元} \cdots \cdots \text{甲比乙多}$$

因甲乙所有合在一起，甲須為乙還債8元，尚余4元。若甲乙同時收入8元，其差不變，但甲收入後共有 $12\text{元} + 8\text{元} = 20\text{元}$ ，乙收入的8元恰夠還債，所以甲比乙多 $12\text{元} + 8\text{元} = 20\text{元}$ 。

〔例5〕兄弟各寫字若干，兄再寫48個，弟再寫32個，則二人的字數相等，問原差若干？

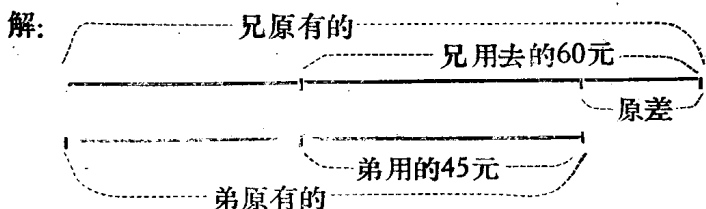


如圖所示，兄弟原寫字數的差，與再寫字數的差是相等的。故得算式如下：

$$48\text{個} - 32\text{個} = 16\text{個} \quad \text{答：原差16個，即弟多寫16個字。}$$

〔例6〕兄用去人民幣60元，弟用去人民幣45元，則二人

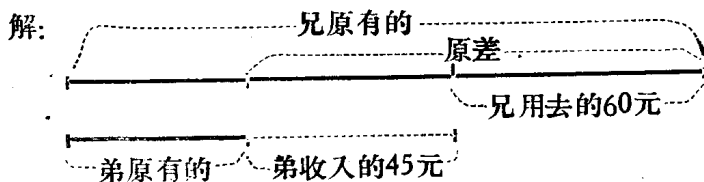
的余数相等，問原差若干？



如圖所示，兄弟原有元數的差，與兄弟用去的差是相等的，故得算式如下：

$$60\text{元} - 45\text{元} = 15\text{元} \quad \text{答：原差15元，即兄多15元。}$$

〔例7〕兄用去人民幣60元，弟收入人民幣45元，則二人所有之數相等，問原差若干？



如圖所示，兄弟原有元數的差，與兄用去和弟收入的和是相等的，故得算式如下：

$$60\text{元} + 45\text{元} = 105\text{元} \quad \text{答：原差105元，即兄多105元。}$$

習 題 一

(1) $44 - 68 + 36 = ?$

(2) $85 + 62 - 75 + 8 = ?$

(3) 設有飛機650架，再購若干，才夠1,000架？

(4) 由東倉取出米49石，西倉取出米82石，則兩倉所剩

余的米相等，問原差米多少石？

(5) 兄收入人民幣240元，弟收入420元，則二人之款相等。問二人原差若干？

(6) 甲若以84头牛給乙，以65头牛給丙，則三人所有之牛数相等，問原差牛数各多少？

(7) 甲乙丙三个学生分書，分后甲給乙24本，乙給丙18本，丙送給老师30本，則甲比乙少20本，乙比丙多10本，問原分时各差多少本？

(三) 乘 法

1. 乘法的意义 求一个数連續相加若干次的簡便方法，叫做乘法。

例如： $3 + 3 + 3 + 3 = 12$ $3 \times 4 = 12$

3叫做被乘数，4叫做乘数，12叫做積，也叫做乘積。

2. 1与0的乘法

(1) 若被乘数为1，則其積等于乘数；若乘数为1，則其積等于被乘数。

如 $1 \times 3 = 3$ $4 \times 1 = 4$

(2) 任何数乘0或0乘任何数都等于0。

如 $0 \times 7 = 0$ $5 \times 0 = 0$

3. 乘法的性質

(1) 乘法交換律 交換被乘数和乘数的位置，其積不变。

如 $5 \times 4 = 4 \times 5 = 20$

$5 \times 4 \times 3 = 4 \times 3 \times 5 = 3 \times 5 \times 4 = 60$

$$\therefore a \times b = b \times a \quad a \times b \times c = b \times c \times a = c \times a \times b \dots$$

(2) 乘法結合律 若若干个數相乘，將其中的几个數結合成一組相乘，再用所得的積同其他的數相乘，其積不變。

例如：某校共有12個班，每班分7個組，每組有8人，問全校共有多少人？

解：全校共有入數是 $8 \text{人} \times 7 \times 12 = 672 \text{人}$ 。

先計算每班入數，共有 $8 \text{人} \times 7 = 56 \text{人}$ ，全校共12班，有 $(8 \text{人} \times 7) \times 12 = 672 \text{人}$

先計算組數，共有 $(7 \text{組} \times 12) = 84 \text{組}$ ，全校共有8人 $\times (7 \times 12) = 672 \text{人}$

$$\text{即 } 8 \times 7 \times 12 = (8 \times 7) \times 12 = 8 \times (7 \times 12)$$

$$\therefore a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

(3) 乘法分配律 一個數同几个數的和相乘，可用這個數分別去乘這個和中的各個數，再求各種數的和，這叫做乘法分配律。

例如：有布兩塊各長5尺，甲塊每尺價1元2角；乙塊每尺價7角，問共值多少？

先求兩塊布各一尺的共價，而後求總價，為 $(1 \text{元} 2 \text{角} + 7 \text{角}) \times 5 = 1 \text{元} 9 \text{角} \times 5 = 9 \text{元} 5 \text{角}$

先求每塊布價，而後求其總價，為 $1 \text{元} 2 \text{角} \times 5 + 7 \text{角} \times 5 = 6 \text{元} + 3 \text{元} 5 \text{角} = 9 \text{元} 5 \text{角}$ 。無論那種算法，總價都是一樣。

$$\text{即 } (12 + 7) \times 5 = 12 \times 5 + 7 \times 5$$

$$\therefore (a + b + c \dots) \times m = am + bm + cm \dots$$

如果用兩個數的差和某一數相乘，也適用乘法分配律。

按上例，若求兩塊布價相差多少？

$$\text{就是 } (12 - 7) \times 5 = 5 \times 5 = 25 \text{ 或 } 12 \times 5 - 7 \times 5 = 60 - 35 = 25$$

$$\text{即 } (12-7) \times 5 = 12 \times 5 - 7 \times 5$$

$$\therefore (a-b) \times m = am - bm$$

4. 積的变化

(1) 若乘数(或被乘数)擴大若干倍, 被乘数(或乘数)不变, 那末積也擴大同样的倍数。

例如: $15 \times 3 = 45$ 如果把乘数擴大4倍, 就成 $15 \times (3 \times 4) = 15 \times 12 = 180$ 新的積恰好是原來積的4倍。

又如: $15 \times 3 = 45$ 如果把被乘数擴大6倍, 就得 $(15 \times 6) \times 3 = 90 \times 3 = 270$ 新的積正好是原來積的6倍。

(2) 如果把被乘数(或乘数)縮小若干倍, 乘数(或被乘数)不变, 那末積也縮小同样的倍数。

例如: $20 \times 4 = 80$, 被乘数縮小2倍, 就成 $(20 \div 2) \times 4 = 10 \times 4 = 40$, 若乘数縮小2倍, 就成 $20 \times (4 \div 2) = 20 \times 2 = 40$, 如果两个因数同时变化, 那末積有时擴大, 有时縮小, 有时不变。

(3) 若一个因数擴大若干倍, 而另一个因数縮小同样的倍数, 其積不变。

例如: $15 \times 6 = 90$

被乘数擴大2倍, 乘数縮小2倍, 那末就成为

$$(15 \times 2) \times (6 \div 2) = 30 \times 3 = 90$$

被乘数縮小3倍, 乘数擴大3倍, 那末就成为

$$(15 \div 3) \times (6 \times 3) = 5 \times 18 = 90$$

(四) 除 法

1. 除法的意义 由已知乘積及一个乘数, 求另一个乘数的

方法，叫做除法。

例如： $12 \div 3 = 4$

12叫做被除数，3叫做除数，4叫做商数（或称商）。

2. 0不能作除数

(1) 若被除数不是“0”如4，则 $4 \div 0$ 是求0乘上什么数得4。我们知道任何数乘0都得0，所以这个除法没有意义。

(2) 若被除数也是0，则 $0 \div 0$ 就是求什么数乘0能得0，我们知道任何数乘0都得0，所以这个除法的商不确定。

根据以上两种情况，所以说：0不能作除数。

3. 除法的性质

(1) 在连除法里，交换各除数的位置（被除数不能交换），其商不变。

例如：4个工人，5日得工资60元，问每人每日得工资多少？

解：每人5日共得工资 $60 \text{元} \div 4 = 15 \text{元}$ ，每人每日得工资
 $60 \text{元} \div 4 \div 5 = 15 \text{元} \div 5 = 3 \text{元}$

4人每日得工资 $60 \text{元} \div 5 = 12 \text{元}$ ，每人每日得工资
 $60 \text{元} \div 5 \div 4 = 12 \text{元} \div 4 = 3 \text{元}$ 。

不论先求每人的工资或是先求每日的工资，但每人每日所得的工资总是一样。

即 $60 \div 4 \div 5 = 60 \div 5 \div 4 \quad \therefore a \div b \div c = a \div c \div b$

(2) 在连除法里，以各除数之积为除数，其商不变。

按上例，4人作工5日等于 $4 \text{人} \times 5 = 20 \text{人}$ 作工1日，20人作工1日，得工资60元，所以每人每日得 $60 \text{元} \div (4 \times 5)$

$$= 60 \text{元} \div 20 = 3 \text{元}。$$

$$\text{即 } 60 \div 4 \div 5 = 60 \div (4 \times 5)$$

$$\therefore a \div b \div c = a \div (b \times c)$$

(3) 用某一个数去除若干个数的和，可以先用这个数分别去除各个加数，再将所得的各个商相加（假定各个加数都能被这个数整除）。

例如：父親將12个梨分給6个孩子，母親又將18个梨分給6个孩子，每个孩子共得多少梨？

解：父親分給每人的是 $12 \div 6 = 2$ 个；母親分給每人的是 $18 \div 6 = 3$ 个，每个孩子共得 $12 \div 6 + 18 \div 6 = 2 \text{个} + 3 \text{个} = 5 \text{个}$

如果先計算父母共給孩子們多少梨，則为 $12 \text{个} + 18 \text{个}$ ，求每个孩子共得多少，即 $(12 \text{个} + 18 \text{个}) \div 6 = 30 \text{个} \div 6 = 5 \text{个}$ 。

$$\text{由此可知：} (12 + 18) \div 6 = 12 \div 6 + 18 \div 6$$

$$\therefore (a + b + c + \dots) \div m = a \div m + b \div m + c \div m + \dots$$

(4) 用某一个数去除两个数的差，可以先用这个数，分别去除两个数，再将所得的商相减（假定两个数都能被这个数整除）。

按上例，問母親比父親多給每个孩子几个梨？

$$\text{即 } (18 \text{个} - 12 \text{个}) \div 6 = 6 \text{个} \div 6 = 1 \text{个}$$

$$\text{或 } 18 \text{个} \div 6 - 12 \text{个} \div 6 = 3 \text{个} - 2 \text{个} = 1 \text{个}$$

$$\text{因而 } (18 - 12) \div 6 = 18 \div 6 - 12 \div 6$$

$$\therefore (a - b) \div m = a \div m - b \div m$$

4. 商的变化

(1) 若被除数扩大（或缩小）若干倍，除数不变，那末